# 磁気浮上システムへの最適制御設計
## -IPD 制御-

2002MM060　森　望
指導教員　高見　勲

## 1　はじめに

### 1.1　背景

現代の複雑なシステムが混在する動特性のある世の中では、完全にそのものを補償するシステムはありえない。これはもちろん制御の場でも言える。その中で生まれ、現実に即した制御法として発展していったのが I-PD 制御である。この I-PD 制御により部分的な補償がされており、この制御法は優れたものとして知られている。この優秀な制御法の性能を磁気浮上システムを通して研究することにより上げることを目標とする。

## 2　磁気浮上システムのモデリング

### 2.1　伝達関数の導出

磁石に働く力より線形化した運動方程式を出す。

$$m\ddot{y} + m\beta\dot{y} + k_1 y = k_2 u \tag{1}$$

m; 磁石の質量 [kg]　y; 磁石と下のコイルとの距離 [m]
$\beta$; 摩擦係数　u; コイルの電圧 [V]　$k_1$; $\frac{4u}{a(y_1+b)^5}$
$k_2$; $\frac{1}{a(y_1+b)^4}$　$a, b$; 磁気浮上システムにおいて定められた定数　$y_1$; 平衡点での $y$ の値

(1) 式をラプラス変換して、パラメータの値 $(k_1, k_2)$ を代入すると下式の伝達関数が得られる。

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_2}{s^2 m + sm\beta + k_1} = \frac{7.532}{s^2 + 3.7718s + 439.1}$$

### 2.2　I-PD 制御器

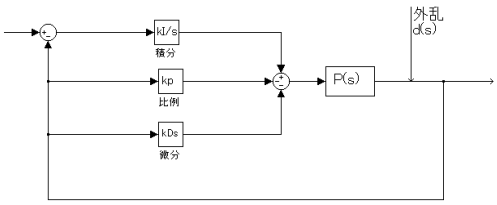


図 1　I-PD 制御

まず、参照モデル法を用い、制御パラメータを決定する。参照モデル法とは、制御対象の望ましい応答特性を規定し、制御量 $y(t)$ ができるだけ参照モデルの出力 $y_M(t)$ に一致するよう調節する方法である。

本研究では制御系に対し、s に関して低次の項だけを一致させる部分的モデルマッチング法（北森法）を適用し、二項係数標準形を参照モデルとする。[1]

二項係数標準形は

$$\frac{\omega_M^3}{s^3 + 3.0\omega_M s^2 + 3.0\omega_M^2 s + \omega_M^3}$$

となる。また、$\omega_M$ は固有周波数である。

以上の伝達関数より s に関して低次の項だけを一致させて制御器のパラメータを決定する。今回は目標値応答と入力外乱応答に注目した 2 パターン行った。外乱は**図 1** で示した箇所に印加する。また、固有角周波数 $\omega_M = 20$ とした。目標値応答に注目した方では規範モデルの逆数 $1/G_M$ と伝達関数の逆数 $1/G_{yr}(s)$ を、入力外乱応答に注目した方では $sG_M(s)/K_I$ と $G_{yd}(s)$ を近似的に一致させ、それぞれのパラメータゲインを求める。

また、PID 制御、I-PD 制御では部分モデルマッチング法を用い、伝達関数の表現法としてテーラー展開する際に分子に多項式が出るという計算上での問題が生じた。そこで分母系列表現を用いる。

### 2.3　分母系列表現

制御対象の伝達関数

$$P(s) = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots} \tag{2}$$

を分母系列表現

$$P(s) = \frac{1}{a'_0 + a'_1 s + a'_2 s^2 + \cdots} \tag{3}$$

にしておく。ここで

$$\begin{cases} a'_0 = a_0/b_0 \\ a'_i = \{a_i - (b_1 a'_{i-1} + \cdots + b_i a'_0)\}/b_0 \\ (i = 1, 2, \cdots) \end{cases} \tag{4}$$

である。これにより上記の問題は解決し、パラメータゲインを導出できる。[2]

また、I-PD 制御器では目標値応答と入力外乱応答に対するコントローラゲインは同じになる。さらに、PID 制御器では $K_D$ の値において分子のの値が大きくなり、コントローラゲインが負になってしまう。そこで立ち上がりを抑える為、$\omega_M$ の値を変えるなど検討する必要がある。導出したパラメータゲインをもとに MATLAB/simulink によりシミュレーション、磁気浮上システムへの実装を行う。

### 2.4　結果・考察

目標値応答に注目した各制御器の結果を**図 2**、**図 3**、**図 4** に示す。また、平衡点を 0.02[m] とする。

シミュレーション・実験比較結果を表 1 に示す。また、立ち上がり時間は平衡点の 0.02[m] の半分である 0.01[m] の時点での時間を示す。

表 1　シミュレーション・実験比較結果

| | | 立ち上がり時間 [s] | 整定時間 [s] | オーバーシュート [m] |
|---|---|---|---|---|
| PI-D | シミュレーション | 0.06 | 0.68 | 0.002 |
| | 実験 | 0.14 | 1.12 | 0.002 |
| PID | シミュレーション | 0.02 | 0.37 | 0.003 |
| | 実験 | 0.03 | 0.13 | 0.001 |
| I-PD | シミュレーション | 0.12 | 0.72 | 0.001 |
| | 実験 | 0.15 | 0.76 | 0.003 |

立ち上がり時間においては PI-D 制御器でシミュレーション・実装結果において 0.08[s] のずれが見られた。整定時間においては PI-D、PID 制御器で実装結果がシミュレーション結果と

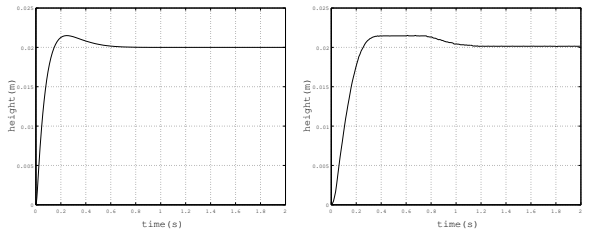


図 2　PI-D 制御　左：シミュレーション、右：実験

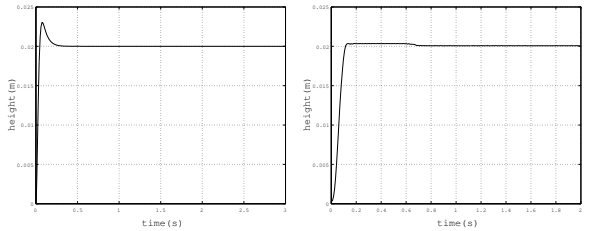


図 3　PID 制御　左：シミュレーション、右：実験

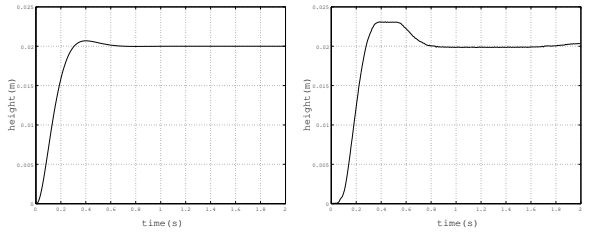


図 4　I-PD 制御　左：シミュレーション、右：実験

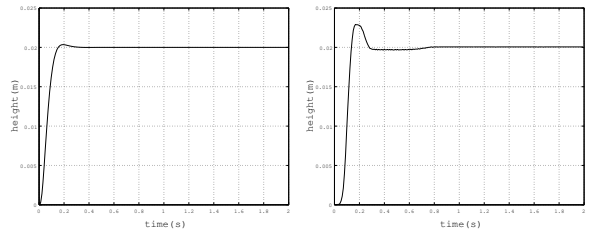


図 5　ITAE 最小標準形　左：シミュレーション、右：実験

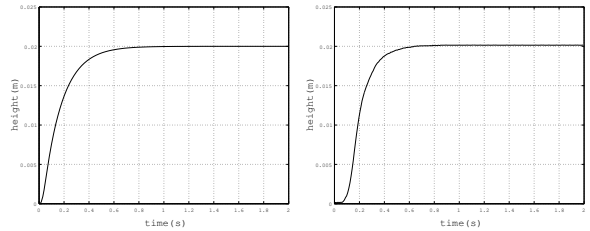


図 6　バターワース標準形　左：シミュレーション、右：実験

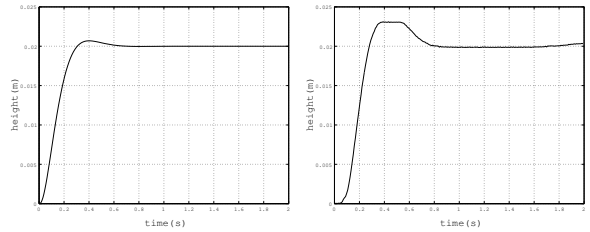


図 7　二項係数標準形　左：シミュレーション、右：実験

は異なり、誤差が見られた。オーバーシュートにおいてはどの制御器ともほぼ同値となった。I-PD 制御器では両波形がほぼ一致しており、システムが理論通り動いていることが分かった。

## 3　I-PD 制御器における規範モデルでの比較

前章で I-PD 制御法の優れた点が示された。この章ではさらに I-PD 制御法の規範モデルの違いに注目して実験を行っていく。比較する参照モデルは ITAE 最小標準形、バターワース標準形、二項係数標準形である。[1]

ITAE 最小標準形は

$$\frac{\omega_M^3}{s^3 + 1.75\omega_M s^2 + 2.15\omega_M^2 s + \omega_M^3}$$

バターワース標準形は

$$\frac{\omega_M^3}{s^3 + 2.0\omega_M s^2 + 2.0\omega_M^2 s + \omega_M^3}$$

二項係数標準形は

$$\frac{\omega_M^3}{s^3 + 3.0\omega_M s^2 + 3.0\omega_M^2 s + \omega_M^3}$$

である。

それぞれの規範モデルに対して MATLAB/simulink によりシミュレーション、磁気浮上システムへの実装を行い、減衰係数の値の違いによる結果を得る。規範モデルを ITAE 最小標準形としたシミュレーション結果を**図 5**、バターワース標準形を**図 6**、二項係数標準形を**図 7** に示す。平衡点を 0.02[m] とした。また、シミュレーション・実験比較結果を表 2 に示す。また、立ち上がり時間は平衡点の 0.02[m] の半分である 0.01[m] の時点での時間を示す。

表 2　シミュレーション・実験比較結果

| | | 立ち上がり時間 [s] | 整定時間 [s] | オーバーシュート [m] |
|---|---|---|---|---|
| ITAE 最小標準形 | シミュレーション | 0.13 | 0.30 | 0.001 |
| | 実験 | 0.09 | 0.85 | 0.003 |
| バターワース標準形 | シミュレーション | 0.11 | 0.77 | 0 |
| | 実験 | 0.11 | 0.68 | 0 |
| 二項係数標準形 | シミュレーション | 0.12 | 0.70 | 0.001 |
| | 実験 | 0.15 | 0.76 | 0.003 |

## 4　おわりに

ITAE 最小標準形では、オーバーシュートにおいて、シミュレーションでは 0.001[m]、実装結果では 0.003[m] と振動的な結果がみられた。規範モデルによる減衰係数の値で見比べたとき、整定時間は減衰係数が小さいほど速く、大きいほど遅くなった。立ち上がり時間には大した差は見られなかった。また、ITAE 最小標準形、二項係数標準形ではシミュレーションでのオーバーシュートが実装結果で顕著に見られた。

I-PD 制御器において、規範モデル、つまり減衰係数による違いでの磁気浮上システムへの応答が検討できた。本研究では I-PD 制御器において、シミュレーション、実装共に立ち上がり時間、整定時間に良い結果が見られ、適した参照モデルも考察でき、磁気浮上システムには適していることが分かった。

## 参考文献

[1] 須田 信英：PID 制御, システム制御情報ライブラリー, 朝倉書店 (1992)

[2] 北森 俊行：制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法, 計測自動制御学会論文集, 第 15 巻, 第 4 号 (1979)