

# 三慣性システムに対する2自由度PID制御

2002MM046 駒田 寛明

指導教員 高見 勲

## 1 はじめに

現在実用されている制御方式のなかで改良型を含めるとPID制御は9割を越えている。PID制御の実用上の魅力はその汎用性にあると言える。ところが従来のPID制御系では目標値追従に最適な制御定数と外乱抑制に最適な制御定数とは一致せず、双方の要求を同時に満たすことは困難であった。これに対して、双方の特性を独立に最適調整できる2自由度制御系が近年注目されている。そこで本研究では、この2自由度PID制御を中心に考え、特徴を理解し、実際に制御対象として実験装置を使用することによりその性能を確認する。

## 2 制御対象

制御対象は三慣性システムで、3つの慣性が弾性軸で結合されたシステムである。モーターにより与えられたトルク  $T(t)$  によって、ねじれが発生し、それにより各慣性に遅れが生じ、誤差が出てくる。3つの慣性  $J_1, J_2, J_3$  の角度変位はそれぞれ  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  で、弾性軸のねじればね定数がそれぞれ  $k_1, k_2$ 、摩擦係数が  $c_1, c_2, c_3$  となっている。それぞれの慣性について以下の運動方程式が与えられる [1]。

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + c_1 \dot{\theta}_1 + k_1(\theta_1 - \theta_2) = T(t)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + c_2 \dot{\theta}_2 + -k_1(\theta_1 - \theta_2) - k_2(\theta_2 - \theta_3) = 0$$

$$J_3 \ddot{\theta}_3 + c_3 \dot{\theta}_3 + -k_2(\theta_2 - \theta_3) = 0$$

$T(t)$ [N・m]:トルク、 $J_n$ [kg・m<sup>2</sup>]:慣性モーメント、 $c_n$ [Nm/rad/s]:粘摩擦係数、 $k_n$ [N・m/rad]:ばね定数、 $\theta_n$ [rad]:変位角

$J_1=0.0025, J_2=0.0018, J_3=0.0018, c_1=0.007, c_2=0.001, c_3=0.001, k_1=2.7, k_2=2.6$

これらの式よりラプラス変換を施し、 $T(t)$  から  $\theta_3$  への伝達関数を求め、下式となる。

$$\frac{\theta_3(s)}{T(s)} = \frac{15086562313}{s(s+1.477)(s^2+1.622s+1254)(s^2+0.8124s+4214)}$$

## 3 制御設計

### 3.1 PID制御

PID制御とは比例、積分、微分動作を持つ制御器を使う制御のことで、PID制御器は、

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (1)$$

と表される。 $D(s)$  は不完全微分で

$$D(s) = \frac{s}{1 + \gamma T_d s}$$

と表され、 $\gamma = 0.1$  と設定する。このブロック線図を図1に表す。

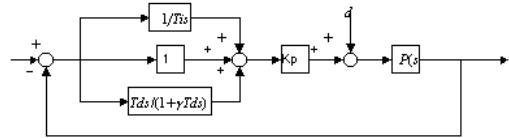


図1 PID制御のブロック線図

### 3.2 限界感度法

比例制御で比例ゲインを徐々に大きくしていくと、目標値あるいは外乱ステップ変化に対する制御量の応答はしだいに振動的になり、ついには安定限界を越えて発散してしまう。その振動が一定振幅で持続する状態となる比例ゲインの値を見つけ、それを  $K_c$ 、またそのときの持続振動の周期を  $T_c$  とし、それぞれのPIDゲインを決定する。今回はこの方法で  $C(s)$  のゲインをもとにチューニングした。

### 3.3 2自由度PID制御

2自由度PID制御とは、従来のPID制御に簡単な補償装置を組み込むことにより得ることのできる制御方式のことである。今回3つの型を用い、それぞれの特徴を示しながら比較してみる。フィードバック型、フィルタ型への変換は、フィードフォワード型を等価変換することによって求めた [2][3]。

### 3.4 シミュレーション

2自由度制御系の調整法は次の2段階に分けて行う。  
：2自由度にしても外乱に対する伝達関数は変わらず、同じ式で与えられるため、まずPIDゲインを対外乱最適値に調整をする。

：外乱応答が不変になるようにしながら、目標値応答を最適にする。すなわち2自由度パラメータ  $\alpha$  と  $\beta$  を調整する。

( ) フィードフォワード型

図2において  $C(s)$  は (1) で表され、 $C_f$  は下式で与えられる。

$$C_f(s) = -K_p(\alpha + \beta T_d s)$$

このフィードフォワード要素  $C_f(s)$  によって逆方向の操作量成分を作り、それを加えてやることによって目標値応答のオーバーシュートを削り取る操作をすることになる。ここで  $C_f(s)$  は、外乱に影響されなく、 $C(s)$  を外乱応答

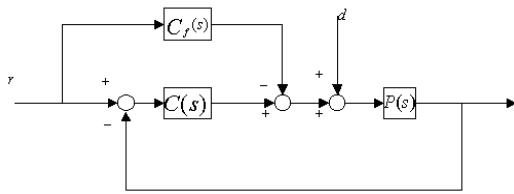


図2 フィードフォワード型のブロック線図

に最適に調整したあとでも、2自由度制御系の目標値応答を独立に調整することができる。フィードフォワード型のシミュレーション結果を図3に示す。

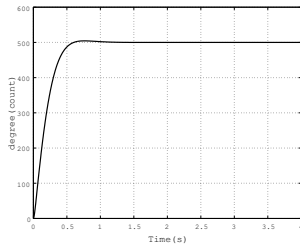


図3 フィードフォワード型目標値応答

( ) フィードバック型

図4にフィードバック型のブロック線図を示す。図4

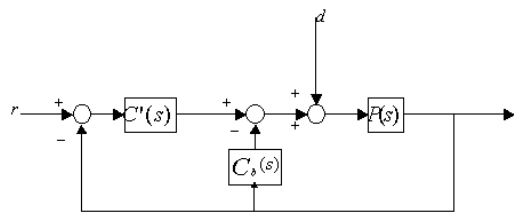


図4 フィードバック型のブロック線図

において、フィードフォワード型より等価変換  $C'_s = C(s) + C_f$ ,  $C_b = -C_f$  をすることにより、下式が与えられる。

$$C'(s) = K_p((1 - \alpha) + \frac{1}{T_i s} + (1 - \beta)T_d D(s))$$

$$C_b(s) = K_p(\alpha + \beta T_d D(s))$$

従来型 PID 制御系に制御量から操作量へ直接入るフィードバックパスを付加することによって得られるものである。この制御系で  $\alpha = 1, \beta = 1$  とすれば I-PD 制御系になる。また  $\alpha = 0, \beta = 1$  とすれば微分先行型 PID 制御系になり、 $\alpha = 0, \beta = 0$  とすれば従来型 PID 制御系となる。シミュレーションは図3の波形とほぼ同じものになる結果となった。

( ) 目標値フィルタ型

図5にフィルタ型のブロック線図を示す。図5において、 $C(s)$  は(1)で表され、またフィードフォワード型より等価変換  $F(s) = 1 + \frac{C_f}{C(s)}$  をすることにより、下式が与えら

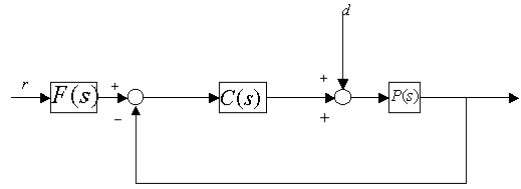


図5 目標値フィルタ型のブロック線図

れる。

$$F(s) = \frac{1 + (1 - \alpha)T_i s + (1 - \beta)T_i T_d s D(s)}{1 + T_i s + T_i T_d s D(s)}$$

従来型 PID 制御系にフィルタ  $F(s)$  を付加するだけで2自由度化できる。フィルタはステップ入力の立ち上がり部分を鈍らせる働きをするものであり、この作用によって目標値応答のオーバーシュートを抑制している。このフィルタ型のシミュレーションも図3の結果とほぼ同じものとなった。

#### 4 実験結果

図6に実験結果を示す。

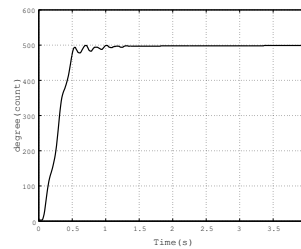


図6 実験結果

今回フィードフォワード型を用い、実験を行った。少しぶれが残ってしまったが、ほぼシミュレーションと同じような結果が得られた。

#### 5 考察・まとめ

本研究をまとめると、2自由度制御系は、 $\alpha$  と  $\beta$  というパラメータによって従来型 PID 制御系、I-PD 制御系、微分先行型 PID 制御系を結び付けているものと言える。3つの型それぞれはやはり大きく違うところはなく、等価的な応答を示す結果となった。そして、三慣性システムを通して2自由度 PID 制御の理解を深めることができた。2自由度 PID 制御を取り扱った結果、従来型 PID 制御に対し、オーバーシュートもなく、整定時間も速くなる結果となった。これにより2自由度制御系の有効性が実証できたといえる。

#### 参考文献

[1] モデル 205/205a 用マニュアル。  
 [2] 須田 信英:「PID 制御」, 朝倉書店, (1992).  
 [3] 荒木 光彦, 田口 秀文:「PID 制御-理論と応用総合特集号」Vol.42, No.1, pp.18-25, (1998).