

デルタオペレータによるシステム同定

2002MM017 林 秀樹

指導教員 高見 勲

1 はじめに

制御系設計にあたり必要となるのが制御対象を数学的に表した数式モデルである．これが不適切であると現実の制御対象を望むように制御することができないので，数式モデル作成は慎重に行う必要がある．

本論文では，数式モデル導出の方法としてデルタオペレータ法 [1] によるシステム同定に観点を置き，雑音影響を防ぐためのフィルタの設計方法に取り組む．磁気浮上装置を制御対象として，制御設計・シミュレーションを行い，磁気浮上装置による実験を行う．また磁気浮上装置は上部コイルを使用し，制御対象を不安定とする．これらをもとに，デルタオペレータのシステム同定の性能を検証する．

2 制御対象不安定時のシステム同定

2.1 システム同定

システム同定とは，入出力データにもとづいてシステムの伝達関数を推定する方法であり，最小 2 乗法，相関法，予測誤差法，正準変量解析法，特異値分解法などの手法がある [1]．本論文で扱うデルタオペレータ法はデルタ演算子を用いた最小 2 乗法である．またシステム同定の導出手順は下記の通りである．

手順 1： 入力データと出力データをそれぞれ実機による実験より得る．

手順 2： 手順 1 の入出力データを用い，最小 2 乗法などにより推定値を導出する．

2.2 デルタオペレータ

デルタオペレータ法 [1] はデータのサンプリング間隔 Δ が 0 に近い値であっても最小 2 乗推定値の精度が劣化しない特徴があり，また雑音にも影響されにくい利点がある．本論文ではサンプリング間隔を磁気浮上装置で使用するのことができる 0.00443[s] を採用し実験を行う．磁気浮上装置において，デルタオペレータによるシステム同定の推定値決定の方法は下記の通りである [1]．

デルタ演算子 δ は

$$\delta x(t) := \frac{x(t + \Delta) - x(t)}{\Delta} \quad (1)$$

で定義される．

デルタオペレータモデルは

$$A(\delta)y(t) = B(\delta)u(t) + e(t) \quad (2)$$

で与えられる．ここで $A(\delta)$, $B(\delta)$ の次数決定であるが，磁気浮上装置による磁石 1 枚に対する伝達関数は

$$P(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (3)$$

であると推測できる [2]．しかし (3) 式は a_0 が負であり不安定となる [3]．不安定なシステムは開ループ状態での実機による実験が不可能である．そこで開ループ状態で P-D 制御を導入して実験を行うことにする．

(3) 式に P-D コントローラ

$$K(s) = k_P - k_Ds \quad (4)$$

を導入し，閉ループ伝達関数にする

$$G(s) = \frac{\beta_0}{s^2 + \alpha_1s + \alpha_0} \quad (5)$$

となる．ここで $\alpha_1 = a_1 + k_Db_0$, $\alpha_0 = a_0 + k_Pb_0$, $\beta_0 = k_Pb_0$ である．

(5) 式をデルタ変換すると

$$G(\delta) = \frac{\hat{\beta}_1\delta + \hat{\beta}_0}{\delta^2 + \hat{\alpha}_1\delta + \hat{\alpha}_0} \quad (6)$$

となり [4]，(2) 式の $A(\delta)$, $B(\delta)$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} A(\delta) &= \delta^2 + \hat{\alpha}_1\delta + \hat{\alpha}_0 \\ B(\delta) &= \hat{\beta}_1\delta + \hat{\beta}_0 \end{aligned}$$

と選べばよいことがわかる．

続いて，推定値を導出するために必要な近似微分は雑音の影響を受けやすいので，安定な 2 次フィルタ

$$E(\delta) = \delta^2 + e_1\delta + e_0 \quad (7)$$

を導入し (2) 式を (7) 式で割る．ここで e_1 , e_0 を適切に決定しないと最小 2 乗推定値が望むように得られない．これについては 2.3 節で述べる．

また (6) 式の $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\alpha}_0$, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_0$ は，推定値 $\hat{\beta}$

$$\hat{\beta} = (\hat{\alpha}_1 - e_1 \quad \hat{\alpha}_0 - e_0 \quad \hat{\beta}_1 \quad \hat{\beta}_0)^T \quad (8)$$

より導出でき，求めたい \hat{a}_1 , \hat{a}_0 , \hat{b}_1 , \hat{b}_0 は，推定値 β

$$\beta = \left(\hat{a}_1 + \hat{b}_0k_D - e_1 \quad \hat{a}_0 + k_P\hat{b}_0 - e_0 \quad \frac{\hat{b}_1}{k_P} \quad \frac{\hat{b}_0}{k_P} \right)^T \quad (9)$$

より導出できる．この推定値を最小 2 乗法により算出することができる．

2.3 制御対象不安定時のフィルタ設計

デルタオペレータによるシステム同定によって数式モデルを正確に導出するためには，フィルタの係数をどのように決定するかが問題である．本論文では，(3) 式のような 2 次遅れ系についてのフィルタ係数決定問題を考える．ここで 2 次遅れ系は

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (10)$$

と表すことができる．ただし， ζ は減衰係数， ω_n は固有角周波数である [3]．フィルタの係数決定は減衰係数と固有角周波数の値に依存することがシミュレーションより考察できた．そこで $\zeta = 0.5$, $\omega_n = 20$ となるように k_P , k_D を決定することにする．しかし k_P , k_D を決定するためには (3) 式を事前に知っていることが必要となる．開ループ伝達関数を推定するには，下部コイルを使用時の磁石の伝達関数

$$P(s) = \frac{3.454}{s^2 + 6.275s + 384.3} \quad (11)$$

を用いる．上部コイルを使用時の磁石の伝達関数を物理的な自然科学法則にもとづいて推定すると，その開ループ伝達関数は

$$P(s) = \frac{3.454}{s^2 + 6.275s - 384.3} \quad (12)$$

となる [2] . しかし (12) 式は P-D 制御を行うために必要であり, あくまで目安である .

(12) 式を用いると k_P, k_D は

$$\begin{aligned} k_P &= 227.0 \\ k_D &= 3.973 \end{aligned}$$

となり, 閉ループ伝達関数は

$$G(s) = \frac{784}{s^2 + 20s + 400} \quad (13)$$

となった . (13) 式を用いフィルタの係数決定を下記の手順で行った .

手順 1 : MATLAB/Simulink*1 を使用して, (13) 式の閉ループ伝達関数に入力を与え出力を得る .

手順 2 : フィルタの係数を任意に決め, デルタオペレータ法に組み込む .

手順 3 : 2.1 節と同じ手順で最小 2 乗推定値を求める .

手順 4 : 推定値と伝達関数を比較し, フィルタの係数が適切か考察する .

手順 2 から手順 4 を繰り返し行い, フィルタの係数をどのように決定すればよいかを考察したところ, フィルタは

$$E(\delta) = \delta^2 + 15\delta + 22^2 \quad (14)$$

を用いればよいことがわかった .

3 磁気浮上装置による実験

3.1 磁気浮上装置のシステム同定

ここでは磁気浮上装置の伝達関数をデルタオペレータによるシステム同定より導出する . しかし開ループ状態での実験が不可能であるため P-D 制御を導入後に実験を行う . また入力データは初期周波数 1.0[Hz], 最終周波数 30.0[Hz], 振幅 0.7756[V] の sinsweep 波を使用し, フィルタは (14) 式を用いた . 導出した開ループ伝達関数は

$$P(s) = \frac{-0.06479s + 5.433}{s^2 + 10.51s - 377.8} \quad (15)$$

となった . ここで (15) 式の分子 s の 1 次項は微小なので 0 と近似する .

またフィルタを導入しないときの推定した開ループ伝達関数は

$$P(s) = \frac{0.09323s - 0.03283}{s^2 - 9.426s + 3.096} \quad (16)$$

となり, (12) 式と比較すると全く異なっていることがわかる . よってフィルタ設計は重要である .

3.2 磁気浮上装置の制御系設計 ~ I-PD 制御 ~

ここでは (15) 式を使用し, MATLAB/Simulink を用いて制御系設計を行い磁気浮上装置に導入する . 制御手法として北森の方法を用い, I-PD コントローラを導出した [3][5] .

図 1 の波形は I-PD 制御系設計を導入後の目標値 0.02[m] の応答波形である . また破線はシミュレーション, 実線は磁気浮上装置による実験の出力波形である .

図 1 のシミュレーション波形より目標値追従ができていることがわかる . よってシミュレーション上で, I-PD コントローラ設計は成功したと言える .

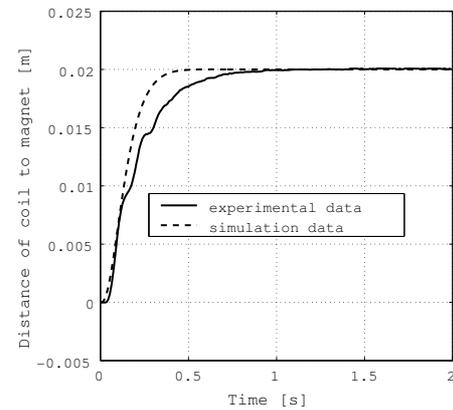


図 1 シミュレーションと実験による目標値応答波形

図 1 のシミュレーション波形と実験の波形を比較すると, 目標値応答の立ち上がり時間と整定時間は実験の出力波形の方が遅くなっていることがわかる . 立ち上がり時間と整定時間が遅くなっている原因として, 磁気浮上装置での実験を行う際に摩擦が一定でないことが考えられる .

4 考察

デルタオペレータによるシステム同定より導出する最小 2 乗推定値を望むように得るためには, フィルタ設計を適切に行う必要があることがわかった . 本研究ではフィルタ設計は推定する伝達関数が 2 次遅れ系の場合を扱い, 試行錯誤によりフィルタの係数を求めることができた .

デルタオペレータによるシステム同定を用いて導出した推定値は (15) 式となった . (12) 式と (15) 式を比較すると誤差が生じているが, (12) 式はあくまで目安であるため問題は無い . (15) 式を用いてシミュレーション上で制御系設計を行い, 磁気浮上装置に導入すると図 1 の実線の波形を得た . シミュレーション波形と比較すると立ち上がり時間と整定時間の遅れが生じているが, この原因を摩擦と考えるとよい推定値を導出できたと言える .

5 おわりに

本研究は, 入出力データを用いたシステム同定を行うことができた . また, デルタオペレータによるシステム同定より導出した磁気浮上装置の伝達関数を用いてシミュレーション上で I-PD 制御設計を行い, 磁気浮上装置に導入し制御することができた . そして実機で思い通りに制御することができたことにより, システム同定で推定した伝達関数の正確性を図ることができた .

入出力データを用いたシステム同定を行う際には出力データを正確に得ることが最も重要であるため, 出力データを正確に測定することのできる制御対象であれば利用できるであろう .

参考文献

- [1] 片山徹 : システム同定入門, 朝倉書店 (1994) .
- [2] 石川和宏, 大橋勇太 : 磁気浮上システムのモデル同定と制御の高度化, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文 (2004) .
- [3] 川田昌克, 西岡勝博 : MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学, 森北出版 (2001) .
- [4] 金井喜美雄, 堀憲之 : デジタル制御システム入門 ~ デルタオペレータの適用 ~, 横書店 (1992) .
- [5] 須田信英 : PID 制御, 朝倉書店 (1992) .

*1 MATLAB/Simulink は米国 the Math works 社の登録商標