

教育機関における OR

— 交流会館部屋割り問題・図書館における購入雑誌見直し問題—

2002MM071 大久保 仁詞 2002MM094 竹川 浩司

指導教員 鈴木 敦夫

1 はじめに

教育機関で生じる問題や事務作業の効率化について研究する。これらの問題の多くは OR を応用して解決できる。そのような問題のうち、ここでは交流会館部屋割り問題と図書館における購入雑誌見直し問題に OR の手法を適用する。我々はこれらの問題を数理計画問題として定式化し、PC 上の Excel を用いて解を求めた。解を求めるための計算時間は非常に短く、我々の手法が実用的であることがわかった。

2 交流会館部屋割り問題

2.1 問題の背景と本研究の目的

現在、南山大学瀬戸キャンパスには瀬戸交流会館が 2 つある。南山大学交流会館は外国人留学生と日本人学生による共同生活を通して異文化交流を深めることを目的とした施設である。その目的のために、交流会館には 1 つのユニットに 4 人から 5 人の留学生と日本人学生が入居するように設計されている。これらの交流会館に入居することになる学生のために、瀬戸キャンパス事務部では瀬戸交流会館に入居する留学生のユニットの割当てに際して、各ユニットに対して次の条件を考慮している。これらの条件は、交流会館の設置の趣旨である国際交流を活発に行うために設定されている。

- 2 人以上の同じ国からの留学生は同一ユニットに割当てない(中国は除く)
- 2 人以上の同じ機関からの留学生は同一ユニットに割当てない
- 同一ユニットに中国語で会話することのできる留学生のみを割当てない(中国、台湾、マレーシア)

瀬戸キャンパス事務部は、これら条件を満たすような割当てを手作業で行っていた。手作業で行うために、試行錯誤を繰り返し、ときにはまる 1 日作業にかかってしまうこともあった。そして近年、中国人留学生の人数が増えてきたこともあり、割当てが不完全になり、さらに時間もかかってしまうという問題が浮上している。

そこで、本研究では、この問題を解決するために、この問題を 0-1 整数計画問題として定式化し、Excel のソルバーを用いて解を求めた。短い時間で適切な割当てができるようになり、またこれを自動的することで、OR をよく知らない人でも扱えるように汎用化することを目的とする。

今回の研究では 2005 年秋に入学した留学生のデータを用いた解を示す。

2.2 交流会館における留学生の現状

2.2.1 入居している留学生

2 つの瀬戸交流会館には 10 ヶ国 20 機関の学生が在籍している。それらの学生は先に述べた 3 つの条件で割当てられている。毎年、春と秋に新たに学生が入居してくるが、主に秋に多くの学生が入居してくる。

2.2.2 2005 年に入居してきた留学生

2005 年秋には男子 8 名、女子 7 名の新生が入居してくる。これらの新生は定員を満たしていないユニット(男子 8 ユニット、女子 9 ユニット)に割当てられる。

2.3 記号の定義と定式化

2.3.1 記号の定義

- I : ユニットの集合 ($i \in I$)
- J : 交流会館に入居してくる新生の集合 ($j \in J$)
- N : 交流会館に入居している在学生の集合
- L : 機関の集合
- R : 国の集合
- R' : 中国語を話す国以外の集合 ($R' \subset R$)
(中国、台湾、マレーシア以外)
- R'' : 中国以外の集合 ($R'' \subset R$)
- G_i : ユニット i の定員

ペナルティ係数

- P_1 : 1 つのユニットに対して在 student と新生が同じ機関になった場合のペナルティ
- P_2 : 1 つのユニットに対して在 student と新生が同じ国籍になった場合のペナルティ
- P_3 : 1 つのユニットに対して中国語以外を話す在 student と新生が 1 人もいない組合せになった場合のペナルティ
- P_4 : 1 つのユニットに対して中国人以外の在 student と新生が 1 人もいない組合せになった場合のペナルティ

$$a_{in} = \begin{cases} 1 & \text{ユニット } i \text{ に在 student } n \text{ が入っている} \\ 0 & \text{ユニット } i \text{ に在 student } n \text{ が入っていない} \end{cases} \quad (i \in I)$$

$$b_{ln} = \begin{cases} 1 & \text{機関 } l \text{ に在 student } n \text{ が属している} \\ 0 & \text{機関 } l \text{ に在 student } n \text{ が属していない} \end{cases} \quad (l \in L)$$

$$c_{lj} = \begin{cases} 1 & \text{機関 } l \text{ に新生 } j \text{ が属している} \\ 0 & \text{機関 } l \text{ に新生 } j \text{ が属していない} \end{cases} \quad (l \in L)$$

$$d_{rn} = \begin{cases} 1 & \text{国 } r \text{ に在学生 } n \text{ が属している} \\ 0 & \text{国 } r \text{ に在学生 } n \text{ が属していない} \end{cases} \quad (r \in R)$$

$$e_{rj} = \begin{cases} 1 & \text{国 } r \text{ に新入生 } j \text{ が属している} \\ 0 & \text{国 } r \text{ に新入生 } j \text{ が属していない} \end{cases} \quad (r \in R)$$

変数の定義

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ユニット } i \text{ に新入生 } j \text{ が入る} \\ 0 & \text{ユニット } i \text{ に新入生 } j \text{ が入らない} \end{cases} \quad (i \in I, j \in J)$$

2.3.2 定式化

目的関数

min

$$\begin{aligned} & P_1 \left\{ \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \max \left(\sum_{n \in N} a_{in} b_{ln} + \sum_{j \in J} c_{lj} x_{ij} - 1, 0 \right) \right\} \\ & + P_2 \left\{ \sum_{i \in I} \sum_{r \in R} \max \left(\sum_{n \in N} a_{in} d_{rn} + \sum_{j \in J} e_{rj} x_{ij} - 1, 0 \right) \right\} \\ & - P_3 \left\{ \sum_{i \in I} \min \left(\sum_{r \in R'} \sum_{n \in N} a_{in} d_{rn} + \sum_{r \in R'} \sum_{j \in J} e_{rj} x_{ij} - 1, 0 \right) \right\} \\ & - P_4 \left\{ \sum_{i \in I} \min \left(\sum_{r \in R''} \sum_{n \in N} a_{in} d_{rn} + \sum_{r \in R''} \sum_{j \in J} e_{rj} x_{ij} - 1, 0 \right) \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

目的関数の説明

最初の項は1つのユニットに対して、同じ機関の在学生と新入生を合わせた人数が2人以上入居した場合にペナルティがかかる。

2つめの項は1つのユニットに対して、同じ国の在学生と新入生を合わせた人数が2人以上入居した場合にペナルティがかかる。

3つめの項は1つのユニットに対して、中国語を話す国(中国, 台湾, マレーシア)以外の在学生と新入生が1人もいない場合ペナルティがかかる。

4つめの項は1つのユニットに対して、中国人以外の在学生と新入生が1人もいない場合ペナルティがかかる。

制約条件

新入生は必ずどこかのユニットに割当てられなければならない。

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad (j \in J) \quad (2)$$

各ユニットに入ることのできる在学生と新入生の合計

が定員以内に収まらなければならない。

$$\sum_{j \in J} x_{ij} + \sum_{n \in N} a_{in} \leq G_i \quad (i \in I) \quad (3)$$

変数制約

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i \in I, j \in J) \quad (4)$$

2.4 結果と考察

2.4.1 計算時間

今回は2005年秋に入居する新入生のデータを用いてExcelのソルバーでユニットの割当てを行った。これまでの瀬戸キャンパス事務部による割当てでは、まる1日かかっていた。しかし本研究で考察したシステムではデータの入力から始めておよそ15分でユニットの割当てを行うことが可能になった。また、計算環境は以下の通りである。

PC名 EPSON DIRECT Endeavor

CPUクロック数 2.60GHz

OS WindowsXP Home Edition

2.4.2 実行結果

2005年秋入居する新入生のデータを用いた結果、女子留学生は先に述べた3つの条件をすべて満たして割当てることができた。男子留学生は8人中5人が中国人留学生であったが、新たに中国人に対する条件を加えたことにより、各ユニットに3人までに中国人留学生を抑えることができた。その他の条件は満たすことができた。

同様に2006年春に入居する新入生データを用いた結果、女子・男子留学生共に条件を満たして割当てることができた。

2.4.3 考察

交流会館部屋割り問題を線形計画問題として、目的関数と制約条件で定式化して解いた場合は、上手く割当てをできないユニットができてしまった。することができなかった。しかし、この問題の目的関数と制約条件を改善し、上のように定式化して解いた結果、女子留学生と男子留学生共にすべてのユニットに対して上手く割当てることができた。

女子留学生に関して言えば、各ユニットに入る学生の人数のバランスを考えた制約条件を省いたことでユニットの定員が5名のところに3名しか入らなかったユニットが一つあるが、瀬戸キャンパス事務部からの条件はすべて満たしているので最適な割当てといえるだろう。

男子留学生に関して言えば、線形計画問題として割当てた場合は日本人を除いて、中国人留学生のみが割当てられたユニットができてしまった。しかし、今回の区分線形計画問題として解いた結果、上手く割当てることが出来た。

この交流会館部屋割り問題は Excel のソルバーを用いて解いた。計算時間は 1 分ほどであった。解を導き出す速さと実行結果を総合的に判断して、この交流会館部屋割り問題は上述のような定式化して解くことが実用的である。

システム化

今回の研究の目的である割当ての自動化を目指すために VBA(Visual Basic for Applications) を用いた。この交流会館部屋割り問題は Excel のソルバーを用いて行われる。第 3 者がこのシステムを利用する場合、機械的な繰り返し作業や地道な手作業をしていては時間がかかりすぎてしまい、またミスの原因にもなる。このようなときに、VBA を活用することで、それまでに 1 時間かかっていた作業がわずかな時間で片付いてしまう。

今までは交流会館部屋割り問題を手作業でまる 1 日かかっていたが、今回 VBA を用いることでデータの入出力を含めて 15 分程度で割当てを可能にした。

3 図書館における購入雑誌見直し問題

3.1 問題の背景と本研究の目的

南山大学には名古屋と瀬戸に 2 つの図書館がある。これらの図書館には雑誌が約 1 万 5 千冊あり、図書館雑誌は毎年何冊か増冊されている。現在、雑誌の価格は 3 % 値上がりしており、大学側の予算は毎年 5 % 削減している。そのため購入する雑誌数を減らさなければならない。これまでは教員が 1 人でも購入を希望する雑誌は削減することができなかった。しかし、この方法で購入しては大学の予算内に収まり切らなくなってしまう。この問題について教員の希望をできる限り満たし、そして購入コストを予算内に抑えたい。

そこで本研究ではこの問題を解決するために、この問題を 0-1 整数計画問題として定式化し、Excel のソルバーを用いて図書館における購入雑誌見直し問題のモデルを作成する。

3.2 図書館における雑誌見直し問題のモデル

予算を削減するためには新しい購入方法を考えなければならない。そこで今回、考えた方法を以下に示す。

1. 教員に購入してほしい雑誌について満足度を表すアンケートを実施する。
2. 集計された雑誌の満足度と継続雑誌につけられる基礎ポイントの合計を雑誌の購入希望ポイントとする。
3. このポイントが最大になるように、つまり削減されるポイントを最小化する。

基礎ポイントとは継続雑誌につけられているものである。この基礎ポイントをつけるのには理由がある。それは新規雑誌ばかりを購入し、継続雑誌を削減しては今までその継続雑誌を必要としていた教員からクレームがきてしまう恐れである。つまり図書館雑誌を削減するにあたって雑誌を継続する有効性を考えなければならない。

今回の研究ではこの基礎ポイントを 50 ポイント、100 ポイント、150 ポイントで感度分析を行う。

3.3 問題定義

定式化にあたって、以下の記号を定義する。

I : 継続雑誌の集合

J : 新規雑誌の集合

R : 削減予定額

a_i : 継続雑誌購入希望ポイント ($i \in I$)

b_j : 新規雑誌購入希望ポイント ($j \in J$)

t_i : 継続雑誌購入金額 ($i \in I$)

s_j : 新規雑誌購入金額 ($j \in J$)

変数を以下に示す。

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{継続雑誌を削減する} \\ 0 & \text{継続雑誌を削減しない} \end{cases} \quad (i \in I)$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{新規雑誌を購入しない} \\ 0 & \text{新規雑誌を購入する} \end{cases} \quad (j \in J)$$

3.4 定式化

目的関数

$$\min \sum_{i \in I} a_i x_i + \sum_{j \in J} b_j y_j \quad (5)$$

購入希望ポイントをできる限り大きくするために削減される雑誌の購入希望ポイントの最小化する。そうすることで購入希望ポイントの高い雑誌を購入でき、無駄な購入コストをかけずにすむ。削減する継続雑誌のポイントと削減する新規雑誌のポイントの和を最小化する。

制約条件

$$\sum_{i \in I} t_i x_i - \sum_{j \in J} s_j (1 - y_j) \geq R \quad (6)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (i \in I) \quad (7)$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad (j \in J) \quad (8)$$

1. 削減額 \geq 削減予定額
(継続せずに削減する雑誌の価格の合計 - 新規で購入する雑誌の価格)

2. 継続雑誌を削減するかどうか

3. 新規雑誌を購入するかどうか

計算前に新規の雑誌 2 冊は購入するものとして仮定する。そのため削減額からあらかじめ新規の雑誌の購入分が引かれている。

3.5 計算時間と実行結果

3.5.1 データ

- 継続雑誌数が 60 冊, 新規雑誌数 3 冊, すでに購入が決定している雑誌数が 2 冊
- 南山大学瀬戸キャンパス教員 40 名にそれぞれの雑誌に各自の持ち点 100 ポイントを振り分けてもらう
- 削減予定額を 300 万円から 500 万円まで 50 万円単位で設定した
- 継続雑誌につけられる基礎ポイントを 50 ポイント, 100 ポイント, 150 ポイントと設定した

3.5.2 計算時間

今回は上記のデータを用いて図書館における購入雑誌見直し問題を行った。今回は本研究で考察したシステムを定式化し, Excel のソルバーを用いることにより数秒で行うことができた。

PC 名 EPSON DIRECT Endeavor

CPU クロック数 2.60GHz

OS WindowsXP Home Edition

3.6 実行結果

上記のデータを用いて解いた結果の削減額の表と削減雑誌数の表を次に示す。

削減予定額と基礎ポイントごとの結果

表 1 削減雑誌数 (冊)

	50 p t	100 p t	150 p t
300 万円	5	5	5
350 万円	7	7	6
400 万円	14	12	11
450 万円	11	8	8
500 万円	14	12	11

表 2 削減額 (千円)

	50 p t	100 p t	150 p t
300 万円	3,049	3,049	3,049
350 万円	3,524	3,524	3,511
400 万円	4,025	4,062	4,062
450 万円	4,505	4,519	4,503
500 万円	5,000	5,004	5,037

- 削減予定額を 450 万円と 500 万円とし, 基礎ポイント 150 ポイントとした場合, 残りの新規雑誌 1 冊を購入することになる。

3.7 考察

3.7.1 感度分析

削減予定額を 300 万円に設定したとき, 50 ポイント, 100 ポイント, 150 ポイントでも削減額も削減される図書館雑誌のタイトルも変わらなかった。

削減予定額を 350 万円に設定したとき, 50 ポイント, 100 ポイントの場合は雑誌の価格と購入希望ポイントの両方が考慮された結果となった。150 ポイントの雑誌の価格の高いもの順に削減された。

削減予定額を 400 万円に設定したとき, 50 ポイントの場合は雑誌の価格と購入希望ポイントの両方が考慮されている。100 ポイント 150 ポイントの場合は多少雑誌の価格が優先されており, 50 ポイントの場合に比べて削減雑誌数が少ない。

削減予定額を 450 万円, 500 万円に設定したとき, 50 ポイントの場合は雑誌の価格と購入希望ポイントの両方が考慮されている。100 ポイントの場合多少雑誌の価格が優先されている。150 ポイントの場合 100 ポイントの時とあまり変わりが無いが, 残りの新規雑誌 1 冊を購入することになった。

3.7.2 おわりに

交流会館部屋割り問題では短い時間で適切な割当てができるようになった。しかし, 汎用化したシステムは使いづらい部分があり, 改善する必要がある。図書館における購入雑誌見直し問題は教員の要望を満たしつつ, 購入雑誌のプランの作成ができることがわかった。

謝辞

本研究を進めるにあたり, 熱心に御指導下さいました南山大学数理科学科の鈴木敦夫教授に深く感謝いたします。また, 情報を提供して下さいました南山大学瀬戸キャンパス事務部の方々, 多大な助言を頂きました鈴木研究室の院生の諸先輩方にも深く感謝します。

参考文献

- [1] 福島雅夫: 数理計画入門, 朝倉書店 (1999).
- [2] 今野 浩: 数理決定法入門 - キャンパスの OR, 朝倉書店 (1992)
- [3] 久保幹雄, 松井知己: 組合せ最適化 [短編集], 朝倉書店 (1999).