

カフェにおける在庫管理モデル-陳腐化商品の最適発注量-

2002MM059 森 信宏

指導教員 澤木 勝茂

1 はじめに

私が働いているカフェの経営には、様々な OR の問題がある。例えば、レジにおける待ち行列、在庫管理、シフトの割り当て問題などである。私はその中で毎日行われる発注作業に興味があり、卒業研究のテーマとして取り上げる。そこで、過去の販売データより需要分布を作成し、利益を最大化する目的とコストを最小化する目的としたモデルを作成し、経済発注量を求める。本論文では、カフェのいくつかある商品の中から陳腐化商品の代表例としてサンドウィッチを挙げて研究する。

2 利益最大化モデル

利益を最大化するという目的において、新聞売り子の問題を用いて、1日の経済発注量を求める。

2.1 変数

- a: サンドが1個売れたときの利益
- b: サンドが1個売れ残ったときの損失
- c: サンド1個あたりの品切れ損失
- d: 廃棄商品のスタッフ割引販売価格
- s: 品切れ時にもし他の商品に移行したときの利益 (移行確率 α)
- t: 品切れ時にもし他のもう1方の商品に移行したときの利益 (移行確率 β)
- γ : 廃棄が出たとき、スタッフ割引販売をする確率
- Q: 別の商品に移行する確率
- x: 発注量
- y: 需要量
- $E(x)$: 期待利得
- $p(y)$: 需要分布
- $e(x, y)$: 利益

2.2 モデル1

サンドウィッチが1個売れると円の利益となり、1個売れ残ると円の損失となる。このモデルは、基礎モデルとして作成する。

2.2.1 数値計算

変数に値を代入し、それぞれのサンドウィッチの経済発注量を求める。

表1 サンドウィッチの経済発注量

サンド	a	b	$\frac{a}{a+b}$	x_{opt}	経済発注量	期待利得
タマゴ	160	200	0.444	4	34	4688.697
チキン	205	155	0.569	4	32	5761.739
エビ	250	170	0.596	4	21	4222.826

2.3 モデル2

基礎モデルに、機会損失を付加したモデルを作成する。

2.3.1 数値計算

変数に値を代入し、それぞれのサンドウィッチの経済発注量を求める。機会損失費用 c は、利益の半分、同額、2倍、4倍と場合分けして代入することとする。

表2 サンドウィッチの経済発注量 (モデル2)

サンド	c	$\frac{a+b}{a+b+c}$	x_{opt}	経済発注量	期待利得
タマゴ	80	0.545	4	34	4485.217
	160	0.615	4	34	4281.739
	320	0.706	5	37	4006.522
	640	0.8	6	40	3556.522
チキン	102.5	0.665	5	35	5533.804
	205	0.726	5	35	5360
	410	0.799	6	38	5049.565
	820	0.869	7	41	4733.913
エビ	125	0.688	5	24	4041.359
	250	0.746	5	24	4289.674
	500	0.815	6	27	3890.543
	1000	0.815	6	27	3401.739

2.3.2 考察

タマゴサンドについて、数値結果の結果、機会損失費用の増加とともに、経済発注量も徐々に増加していく。しかし、期待利得は、大幅に減少していくという結果となった。

チキンサンドについて、数値計算の結果、発注量を多くしても期待利得を高い水準で保つことができることがわかった。よって、タマゴサンドよりも原価が低く、需要量も安定しているため、期待利得もタマゴサンドよりも上回り、優秀なサンドウィッチであるといえる。

エビサンドについて、数値計算の結果、エビサンドの需要分布は、販売数12個から27個の間を中心に集中しているため、経済発注量は不安定な値をとり、発注量の増加とともに、期待利得は減少してしまう結果となった。

2.4 モデル3

モデル1, 2をさらに改良する。発注量が需要量を上回り、廃棄商品が出るとき、それをスタッフ割引販売する。需要量が発注量を上回り、品切れが起きるとき、他の商品への移行割引サービスを行う。この2つをモデルに組込んだものをモデル3とする。

2.4.1 定式化(1)

品切れの為、商品移行した客は機会損失と考えない場合。

$$e(x, y) = \begin{cases} ay - b(x - y) + d\gamma(x - y) & (x \geq y \text{ のとき}) \\ ax & (x \leq y \text{ のとき}) \\ Qs\alpha(y - x) + Qt\beta(y - x) - c(1 - Q)(y - x) & (x + 1 \leq y \text{ のとき}) \end{cases} \quad (1)$$

で与えられる。この場合、需要は確率変数であり、需要分布 $p(y)$ に従っている。よって、期待利得 $E(x)$ は、 $E(x) = \sum_{y=0}^{\infty} e(x, y)p(y)$ となり、

$$E(x) \text{ を最大にする経済発注量 } x_{opt} \text{ は、} \begin{cases} E(x) - E(x - 1) \geq 0 \\ E(x + 1) - E(x) \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

の解となる。 $E(x)$ を最大にする経済発注量 x_{opt} は、

$$x_{opt} = \begin{cases} \sum_{y=0}^{x-1} p(y) \geq \frac{a+c-Qc-Qs\alpha-Qt\beta}{a+c-Qc-Qs\alpha-Qt\beta+b-d\gamma} \\ \sum_{y=0}^x p(y) \leq \frac{a+c-Qc-Qs\alpha-Qt\beta}{a+c-Qc-Qs\alpha-Qt\beta+b-d\gamma} \end{cases} \quad (3)$$

となる。

2.4.2 定式化(2)

品切れの為、商品移行した客を機会損失と考える場合。

$$e(x, y) = \begin{cases} ay - b(x - y) + d\gamma(x - y) & (x \geq y \text{ のとき}) \\ ax & (x \leq y \text{ のとき}) \\ Qs\alpha(y - x) + Qt\beta(y - x) - c(y - x) & (x + 1 \leq y \text{ のとき}) \end{cases} \quad (4)$$

で与えられる。定式化(1)と同様に計算すると、 $E(x)$ を最大にする経済発注量 x_{opt} は、

$$x_{opt} = \begin{cases} \sum_{y=0}^{x-1} p(y) \geq \frac{a+c-Qs\alpha-Qt\beta}{a+c-Qs\alpha-Qt\beta+b-d\gamma} \\ \sum_{y=0}^x p(y) \leq \frac{a+c-Qs\alpha-Qt\beta}{a+c-Qs\alpha-Qt\beta+b-d\gamma} \end{cases} \quad (5)$$

となる。

2.4.3 数値計算

店の代表的なサンドウィッチであるタマゴサンドを例として考察していく。

機会損失費用 c や、商品移行確率 Q, α, β 、廃棄商品のスタッフ割引販売をする確率 γ は、客観的に決めることができないので、これらの値を変化させて、経済発注量を算出していく。

2.4.4 考察

モデル3に組み込んだサービスのひとつである廃棄商品のスタッフ割引販売について考察する。結果より、経済発注量は、37個となった。モデル1の結果と比較して、最大利得の差は1238円となり、廃棄費用の高いタマゴサンドにおいて廃棄ロス軽減の観点から、それによる、利益増加に対して、効果的である。次に、商品移行した客を機会損失とみなすかどうかという点においてタマゴサンドの経済発注量について考察する。(1)の商品移行した客を機会損失とみなさない場合では、タマゴサンドの発注量を抑え、商品移行を積極的に行う方が期待利得は増加する、(2)の商品移行した客を機会損失とみなす場合は、タマゴサンドの発注量を増やすことで、機会損失を防ぎ、スタッフ割引販売でフォローすることで、期待利得は増加するという結果となる。以上より、全ての場合において、経済発注量は37個であり、最大利益は6542円という結果となった。廃棄商品のスタッフ割引販売の変化による期待利得の差は401円、品切れ時の商品移行確率の期待利得の差の最大値は939円となる。よって、利益最大化モデルでは、商品移行サービスが効果的であるといえる結果となった。

3 コスト最小化モデル

次に、損失費用や機会損失費用に着目し、新聞売り子の問題を用いて、コストの最小化を目的とするモデルを作成し、経済発注量を算出し、考察する。

この章では、代表的なサンドウィッチであるタマゴサンドを題材にして研究していくこととする。

3.1 モデル1

基礎モデルとして作成する。

3.1.1 変数

b : サンド1個の原価

c : サンド1個の機会損失費用

x : 発注量

y : 需要量

$p(y)$: 需要分布

$C(x)$: 期待コスト

$c(x, y)$: コスト

3.1.2 定式化

発注量が x で、需要が y のときのコスト $c(x, y)$ は、

$$c(x, y) = \begin{cases} bx & (x > y \text{ のとき}) \\ bx + c(y - x) & (x \leq y \text{ のとき}) \end{cases} \quad (6)$$

で与えられる。この場合、需要は確率変数であり、需要分布 $p(y)$ に従っている。よって、期待コスト $C(x)$ は、 $C(x) = \sum_{y=0}^{\infty} c(x, y)p(y)$ となり、

$C(x)$ を最小にする経済発注量 x_{opt} は、

$$x_{opt} = \begin{cases} C(x) - C(x-1) \leq 0 \\ C(x+1) - C(x) \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

の解となる。つまり、

$$x_{opt} = \begin{cases} \sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{c-b}{c} \\ \sum_{y=0}^x p(y) \geq \frac{c-b}{c} \end{cases} \quad (8)$$

となる。

3.1.3 数値計算

機会損失費用 c は客観的に決められる値ではないので、変化させて、経済発注量を算出する。

3.1.4 考察

数値計算の結果、機会損失費用の増加につれて、経済発注量は増加する結果となった。しかし、期待コストも増加してしまう。これは、機会損失よりも廃棄損失の重みが大きいことを意味している。よって、コストを最小化することを、目的としたモデルでは、発注量を抑えてコスト削減することが望ましいと考えられる。

表3 タマゴサンドの経済発注量

c	b	$\frac{c-b}{c}$	x_{opt}	経済発注量	期待コスト
300	200	0.333	3	31	7364.130
400	200	0.5	4	34	7605.435
500	200	0.6	4	34	8368.478
600	200	0.667	5	37	8326.087
800	200	0.75	5	37	8834.783

3.2 モデル2

モデル1に、廃棄になった商品のスタッフ割引販売を行うシステムを加えたモデル。コスト削減の観点から考察する。

3.2.1 変数

d : サンド1個のスタッフ割引販売価格

μ : スタッフ割引販売を行う確率

を追加する。

3.2.2 定式化

発注量が x で、需要が y のときのコスト $c(x, y)$ は、

$$c(x, y) = \begin{cases} (1-\mu)bx + \mu bx - d(x-y) & (x > y \text{ のとき}) \\ bx + c(y-x) & (x \leq y \text{ のとき}) \end{cases} \quad (9)$$

で与えられる。この場合、需要は確率変数であり、需要分布 $p(y)$ に従っている。よって、期待コスト $C(x)$ は、 $C(x) = \sum_{y=0}^{\infty} c(x, y)p(y)$ となり、

$C(x)$ を最小にする経済発注量 x_{opt} は、(7) 式の解となる。つまり、

$$x_{opt} = \begin{cases} \sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{c-b}{c-d\mu} \\ \sum_{y=0}^x p(y) \geq \frac{c-b}{c-d\mu} \end{cases} \quad (10)$$

となる。

3.2.3 数値計算

客観的に決めることのできない機会損失費用 c 、スタッフ割引販売を行う確率 μ を変化させて経済発注量を算出し、考察する。それに加え、スタッフ割引販売価格を変化させることで経済発注量がどう変化するかにも着目する。

3.2.4 考察

数値計算の結果、廃棄商品のスタッフ割引販売を行う確率の増加、割引販売価格の増加とともに、経済発注量は増加するが、期待コストは、減少していくという結果となった。廃棄商品のスタッフ割引販売確率 $\mu = 0, \mu = 1$ のときを比較する。機会損失を増加するにつれて、期待コストの差は大きくなっていく。maxで746.657円コスト削減する。割引販売価格を $d = 50, 100, 150$ と変化させると、経済発注量34個の時では期待コストの差は、104円だけとなり、価格より行う割合の方が重要であるという結果となった。

4 おわりに

利益最大化、コスト最小化といふ2つのアプローチから異なった発注政策が導き出された。利益最大化モデルでは、タマゴサンドの発注量を抑え積極的に行うことで利益は増加していく。コスト最小化モデルでは、大きく機会損失費用に依存する為、発注量を増加させ、そのことによる廃棄損失をスタッフ割引販売により軽減することでコスト削減していく。

以上より、2つのアプローチにより真逆の発注政策となったが、店の経営方針に沿って、使い分ければ良いと考えられる。

参考文献

- [1] 東原史浩, 斉藤篤志: [コンビニエンスストアにおけるおにぎりの最適発注量] 南山大学卒業論文 (2003年度).
- [2] 加藤豊, 澤木勝茂, 小和田正: [OR入門] 実教出版 (1984).