コールセンターの待ち行列について

2002MM044 北川 久美子　2002MM080 榊原 美里
指導教員　澤木 勝茂

1 はじめに

コールセンターとは，電話やインターネットを通じて，顧客対応を集中的に行う窓口である．つまり地理的条件・時間的条件に制限されず広範囲の顧客と直接コンタクトできるため，きめ細かなサービスの提供に加え，要望や意見など生の声を聞くことができ戦略的な営業活動ができる．

しかし，電話がつながらないと大事な顧客を逃がしてしまうことにつながり，企業の営業活動に悪影響を及ぼすかもしれない．そこで本論文では様々な条件の下でコールセンターの電話のつながりにくさの改善策と効果を考察する．

2 コールセンターの説明

ここでは，コールセンターについて説明する．コールセンターの電話のかかりにくさ，あるいは不便さの程度を測る見方には即時式モデルと待時式モデルがありこの 2 つの見方を使う．

2.1 条件

- 顧客は 7:00〜21:00 の間ランダムに電話をかける (ポアソン到着)．
- 予約は割り込みはなく受けた電話はすぐに処理する．
- サービス時間は平均を用い，指数サービスである．
- 回線数は十分にあるものとし，回線の増設費は考えない．また 1 つの回線に 1 人のスタッフが付きサービスをし，費用は人件費のみを考える．
- 回線数は 2 時間毎に変わる．
- スタッフの時給は 7:00〜9:00 は 900 円，9:00〜17:00 は 850 円，17:00〜21:00 は 950 円である．
- 外線着信数は時間，曜日，季節により変動し，一定ではない．

2.2 記号とデータ

c：回線数 (個)
X：外線着信数 (件)
Y：受付通話数 (件)
Z：総通話時間 (秒)
λ：到着率
μ_x：即時式モデルのサービス率
μ_y：待時式モデルのサービス率
P_c：呼損率
P_W：待つ確率
W：平均待ち時間 (秒)
ρ：回線の利用率 $\left(\frac{\lambda}{c\mu}\right)$
S：総人件費 (百円)

実在するコールセンターのある 1 日の 2 時間毎の $c, X, Y, Z, \lambda, \mu_x, \mu_y$ は以下の通りである．

表 1　データ

時間	c	X	Y	Z	λ	μ_x	μ_y
〜9:00	8	257	244	36690	2.145	0.399	0.399
〜11:00	15	670	647	93570	5.586	0.429	0.413
〜13:00	12	573	556	77265	4.784	0.445	0.430
〜15:00	13	712	688	89370	5.952	0.478	0.459
〜17:00	12	862	805	98085	7.194	0.139	0.484
〜19:00	9	874	809	103380	7.299	0.137	0.459
〜21:00	4	286	280	42165	2.386	0.419	0.397

2.3 即時式モデル (M/M/c/c)

顧客が到着し空回線があればすぐにサービスを受ける．もし，すべての回線がサービス中ならサービスを受けることなく立ち去る．すべての回線がサービス中の確率を呼損率という．

呼損率はアーランの B 公式で求めることができる．

$u = \frac{\lambda}{\mu}$ とすると

$$P_c = \frac{\frac{u^c}{c!}}{1 + u + \frac{u^2}{2!} + \cdots + \frac{u^c}{c!}} = B(c, u)$$

また，次の漸化式でも求めることができる．

$$P_c = \frac{uP_{c-1}}{c + uP_{c-1}}$$

$$P_0 = 1$$

2.4 待時式モデル (M/M/S)

顧客が到着し空回線があればすぐにサービスを受ける．もし，すべての回線がサービス中なら空回線ができるまで待つ．

顧客がサービスを受けるために待たなければならない確率はアーランの C 公式で求めることができる．

$$P_W = \frac{\frac{u^c}{c!}}{(1-\rho)\left(\sum_{j=0}^{c-1} \frac{u^j}{j!} + \frac{u^c}{c!(1-\rho)}\right)} = C(c, u)$$

また平均待ち時間は

$$W = \int_0^\infty C(c,u)e^{-c\mu t(1-\rho)}dt = \frac{C(c,u)}{c\mu(1-\rho)}$$

3　即時式

このモデルでは呼損率を低くすることが改善策の 1 つである．現状の呼損率を求め，改善するためには回線数をどう変化させればよいか検証する．

3.1　P_c^* の設定

まず，現状の呼損率をアーランの B 公式を用いて求める．P_c^* は目標呼損率と呼び，$P_c \le P_c^*$ となるために必要な c の最小値を c^* とする．P_c の最小値 0.088，最大値 0.480 であり，P_c を減らすことを目的としているので P_c^* に 0.05〜0.35 の値を代入した．結果は表 2 の通りである．また一緒に総人件費と $E[P_c^*]$ も載せておく．

表 2　P_c^* の設定

時間	現状	0.05	0.1	0.15	0.3	0.35
〜 9:00	8 0.088	9 0.050	8 0.088	7 0.144	6 0.219	5 0.314
〜 11:00	15 0.131	19 0.035	16 0.099	15 0.131	12 0.255	11 0.305
〜 13:00	12 0.162	17 0.033	15 0.073	13 0.138	10 0.283	9 0.342
〜 15:00	13 0.187	18 0.040	16 0.082	14 0.147	11 0.282	10 0.336
〜 17:00	12 0.296	20 0.039	18 0.077	16 0.133	12 0.296	11 0.346
〜 19:00	9 0.480	21 0.039	19 0.075	17 0.129	13 0.282	12 0.328
〜 21:00	4 0.469	10 0.042	9 0.074	8 0.121	6 0.264	6 0.264
S	1275	2009	1781	1587	1234	1129
$E[P_c^*]$	0.259	0.039	0.081	0.134	0.268	0.319

3.2　考察

現状の呼損率は 17:00 以降が最も高くなっている．これは本論文で扱うコールセンターが宅配業のコールセンターであるため宅配依頼の締切が 18:00 ということでその直前は X が急増し，P_c が高くなってしまうと考えられる．また，〜19:00 と〜21:00 の時間帯は回線数が少ないことに加え，18:00 の契約の締切時間以降は問合せやクレームなどの一件当たりのサービス時間の長い電話の割合が増えるため P_c が高いと考えられる．

そこで P_c^* を設定する検証 3.1 をした．現状の総人件費と平均呼損率は $P_c^* = 0.3$ のときが一番近い値であった．現状以上のコストを人件費にかけられないのであれば $P_c^* = 0.3$ のときのような回線数にすると混雑時の顧客の満足度があがるので改善策の 1 つと言える．そして，現状以上の人件費を使えるのであれば $P_c^* < 0.3$ のときの回線数にすると P_c が効率よく改善できる．

また P_c の高い〜19:00 と〜21:00 のみに P_c^* を設定する検証 3.2 をした．すべての P_c^* で総人件費は現状より高くなってしまったが $E[P_c^*]$ は現状より低い値になった．呼損率の点からみた顧客の平均満足度は 3.2 の方が高いと言える．

4　待時式

このモデルでは待ち時間を少なくすることが改善策の 1 つである．現状の待ち時間を求め，改善するためには回線数をどう変化させればよいか検証する．

4.1　W^*の設定

まず現状の待ち時間をアーランの C 公式を用いて求める．W^* は目標待ち時間と呼び，$W \le W^*$ となるために必要な c の最小値を c^* とする．はじめに現状の平均待ち時間が求められなかったので W^* は 0.5〜50 までと幅を持たせて設定した．結果は表 3 の通りである．また一緒に総人件費と $E[W^*]$ も載せておく．

表 3　W^* の設定

時間	現状	1	5	15	25	50
〜 9:00	8 13.06	11 0.65	9 4.80	8 13.06	8 13.06	7 38.92
〜 11:00	15 59.49	21 0.80	19 3.04	17 11.70	16 24.50	16 24.50
〜 13:00	12 115.30	18 0.82	16 3.52	15 7.29	14 15.57	13 36.49
〜 15:00	13 3223.30	20 0.90	18 3.50	16 14.10	16 14.10	15 31.22
〜 17:00	12 ——	22 1.00	20 3.60	18 13.44	18 13.44	17 28.56
〜 19:00	9 ——	24 0.64	21 4.17	20 7.80	19 15.12	18 31.86
〜 21:00	4 ——	12 0.57	10 3.86	9 9.96	9 9.96	8 27.24
S	1275	2259	1992	1817	1764	1657
$E[W^*]$	——	0.76	3.78	11.05	15.10	31.20

4.2　考察

W は〜15:00 の時間帯が高い．またそれ以降の時間帯は $\rho > 1$ となってしまい求められなかった．そこで W^* を設定する検証 4.1 をした．W^* には 0.5〜50 の値を代入する検証 4.1 した．$0.5 \le W^* \le 25$ のすべての時間帯で $c \le c^*$ となっており $W^* = 50$ においても〜9:00 以外 $c \le c^*$ である．今回設定した W^* では回線数を増やした方がよいという結果である．そのため総人件費はすべての W^* で現状より高くなった．

また W の高い，または求められなかった時間帯のみ W^* を設定する検証 4.2 をした．〜11:00 と〜13:00 の W が高いため，$E[W^*]$ が検証 4.1 より高くなってしまった．4.2 では W^* を設定した時間帯が多かったので総人件費は 4.1 とあまり変わらなかった．

3.2 と 4.2 を比べると，$P_c^* = 0.05$ と $W^* = 5$ のときの c^* はほぼ同じであった．同様に，$P_c^* = 0.1$ と $W^* = 15$ のとき，$P_c^* = 0.15$ と $W^* = 50$ のときほぼ同じであった．ここから回線数が同じときに即時式モデル，待時式モデ

ルに切り替えた場合の呼損率と待ち時間がどうなるのかがわかる．

5　サービス率に関する感度分析

呼損率を減らすためには

1. 回線数を増やす
2. 到着率を減らす
3. サービス率を上げる

の 3 つがある．回線数については 3，4 章で検証したのでこの章ではサービス率について考えていく．

サービス率をあげる，つまり平均サービス時間を短縮することで呼損率がどのように減っていくか調べてみる．回線数を増やしていく場合と比較した．

5.1　検証

即時式モデルで次の a と b のどちらが効率的，または効果的に呼損率を減らせるか検証する．

a:平均サービス時間 $\frac{1}{\mu_x}$ を現状の値から 10 秒ずつ減らしていく

b:回線数 c を現状の値から 1 つずつ増やしていく

〜19:00 を例にみていく．

表　4　〜19:00 ($\lambda = 7.299$,$c = 9$,$\mu_x = 0.469$)

μ_x	$\frac{1}{\mu_x}$	P_c
0.469	127.9	0.480
0.500	120	0.451
0.545	110	0.412
0.600	100	0.366
0.666	90	0.316
0.750	80	0.260
0.857	70	0.199

表 5

c	P_c
9	0.480
10	0.427
11	0.376
12	0.328
13	0.282
14	0.238
15	0.198

表 4 と 5 を比べると,$\frac{1}{\mu_x}$ が多い, または回線数が少ない時は $\frac{1}{\mu_x}$ を 20 秒減らす事と回線数を 1 つ増やす事の P_c の変化はほぼ同じである. そして,$\frac{1}{\mu_x}$ が小さく, 回線数も多くなってくると,$\frac{1}{\mu_x}$ を 10 秒減らす事と回線数を 1 つ増やす事の P_c の変化はほぼ同じであり, さらに $\frac{1}{\mu_x}$ が小さく, 回線数も多くなると,$\frac{1}{\mu_x}$ を 10 秒減らす事と回線数を 2 つ増やす事の P_c の変化はほぼ同じである.

$\frac{1}{\mu_x}$ が小さく，回線数が多くなるにつれて $\frac{1}{\mu_x}$ を早めることの効果が高くなることがわかる.

5.2　考察

サービス時間の長い時間帯は回線数を増やす b の方が効果的であり，サービス時間の短い時間帯ははじめ，a と b で同じような結果が得られ，さらに調べてみるとサービス率を上げる a の方が効果的であるという結果になった.

6　電話内容別の専用回線を設ける場合

電話内容を契約・問合せ・クレームの 3 つに分けていくつかの回線数の組合せをつくり，それぞれの回線数の場合に到着率を変化させて P_c を求め，ある回線数の組合せが到着率の変化にどう対応するかを調べる.

また，それぞれの到着率の組合せの場合に回線数の組合せを変化させてみて，ある到着率の組合せにどの回線数の組合せが適するか調べる.

6.1　検証 1

記号と組合せ

λ_a：契約の到着率

λ_b：問合せの到着率

λ_c：クレームの到着率

μ_a：契約のサービス率

μ_b：問合せのサービス率

μ_c：クレームのサービス率

c_a：契約専用の回線数

c_b：問合せ専用の回線数

c_c：クレーム専用の回線数

$(\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c) = (4, 0.5, 0.5), (3.5, 1, 0.5), (3, 1.5, 0.5),$
$(3, 1, 1), (2.5, 2, 0.5), (2.5, 1.5, 1), (2, 2, 1)$

$(c_a, c_b, c_c) = (2, 2, 6), (2, 3, 5), (2, 4, 4), (2, 5, 3), (2, 6, 2),$
$(3, 2, 5), (3, 3, 4), (3, 4, 3), (3, 5, 2), (4, 2, 4), (4, 3, 3),$
$(4, 4, 2), (5, 2, 3), (5, 3, 2), (6, 2, 2),$

$c_a = 4$ のときを例に検証する.

$(c_a, c_b, c_c) = (4, 2, 4)$, $(4, 3, 3)$, $(4, 4, 2)$ のときに到着率を変化させ，呼損率がどう変化するか考察する.

表 6　回線数 4：2：4 人の場合

λ_a	λ_b	λ_c	P_{c_a}	P_{c_b}	P_{c_c}
4	0.5	0.5	0.206	0.400	0.149
3.5	1	0.5	0.164	0.615	0.149
3	1.5	0.5	0.122	0.720	0.149
3	1	1	0.122	0.615	0.398
2.5	2	0.5	0.082	0.780	0.149
2.5	1.5	1	0.082	0.720	0.389
2	2	1	0.047	0.780	0.389

回線数 4：2：4 の場合

$c_b = 2$ のとき到着率の組合せのほとんどが $P_{c_b} \geq 0.5$ なので，この回線数の組合せは好ましくない.

回線数 4：3：3 の場合

(4,0.5,0.5)，(3.5,1,0.5) の 2 通り.

回線数 4：4：2 の場合

(4,0.5,0.5)，(3.5,1,0.5)，(3,1.5,0.5) の 3 通り.

表 7　回線数 4：3：3 人の場合

λ_a	λ_b	λ_c	P_{c_a}	P_{c_b}	P_{c_c}
4	0.5	0.5	0.206	0.210	0.282
3.5	1	0.5	0.164	0.450	0.282
3	1.5	0.5	0.122	0.590	0.282
3	1	1	0.122	0.450	0.529
2.5	2	0.5	0.082	0.670	0.282
2.5	1.5	1	0.082	0.590	0.529
2	2	1	0.047	0.670	0.529

表 8　回線数 4：4：2 人の場合

λ_a	λ_b	λ_c	P_{c_a}	P_{c_b}	P_{c_c}
4	0.5	0.5	0.206	0.095	0.471
3.5	1	0.5	0.164	0.310	0.470
3	1.5	0.5	0.122	0.469	0.470
3	1	1	0.122	0.310	0.675
2.5	2	0.5	0.082	0.570	0.470
2.5	1.5	1	0.082	0.469	0.675
2	2	1	0.047	0.570	0.675

6.2　検証 2

$(\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c) = (4, 0.5, 0.5)$ のとき回線数の組合せを変化させ，呼損率がどう変化するか検証する．結果は表 9 の通りである．

表 9　到着率 4：0.5：0.5 の場合

c_a	c_b	c_c	P_{c_a}	P_{c_b}	P_{c_c}
2	2	6	0.529	0.400	0.028
2	3	5	0.529	0.210	0.069
2	4	4	0.529	0.095	0.149
2	5	3	0.529	0.036	0.282
2	6	2	0.529	0.012	0.471
3	2	5	0.346	0.400	0.069
3	3	4	0.346	0.210	0.149
3	4	3	0.346	0.095	0.282
3	5	2	0.346	0.036	0.471
4	2	4	0.206	0.400	0.149
4	3	3	0.206	0.210	0.282
4	4	2	0.206	0.095	0.471
5	2	3	0.110	0.400	0.282
5	3	2	0.110	0.210	0.471
6	2	2	0.052	0.400	0.471

$P_c \geq 0.5$ が高いので，P_{c_a},P_{c_b},P_{c_c} がいずれも 0.5 未満である回線数の組合せをみていく．
まだ多くの回線数の組合せが残るため，0.4 未満である回線数の組合せをみていく．

(3,2,5)，(3,3,4)，(3,4,3)，(4,2,4)，(4,3,3)，(5,2,3) となる．
さらに，0.35 未満は (3,3,4),(3,4,3),(4,3,3)，0.3 未満は (4,3,3) となる．

6.3　考察

電話内容別の専用回線を設けると，各内容毎に最低でも 1 つは回線が必要である．到着率に偏りがあると空回線はあるのにサービスを受けられないという状態が起こる．専用回線を設けない場合ではその空回線に混雑した回線の顧客が流れてくるため効率が良いと言える．一般の待ち行列では鞍替という．そのため，あまり細かく回線を分けない方が多くの顧客に効率よくサービスを提供できる．

しかし，次のような場合には専用回線を設けた方がよい．年末などで荷物が多いときや，雪などの影響で配達に遅れが生じているとき荷物が今どこにあるかという延着問合せが殺到する．この延着問合せは通常の問合せと比べ，サービス時間を多く必要とする．サービス時間が長くなると呼損率が高くなる．そこに契約などのサービス時間の短い用件専用の回線を設けると，契約目的の顧客の処理がおこなえる．通常最も到着数の多い契約を延着問合せと別回線にすることで通常業務への影響を減らせる．

7　おわりに

実際の宅配業界のコールセンターでは御中元のようなイベント，天候・交通状況，電話を受けるオペレーターの休みの集中などの環境の変化がある．このように環境の変化があるので簡単に何人いればいいという固定的な最適スタッフ数を決定することは難しいが，毎年のデータから対策を練ることは大事である．

本論文では平均呼損率と総人件費の関係，平均待ち時間と総人件費の関係がわかり，回線を増やすことでの呼損率と待ち時間の効果がわかった．また，サービス率を上げることが回線数を増やすことに比べてどれだけ効果があるのかがわかった．これらに企業が決める人件費，呼損率，待ち時間などの制約条件を加えれば最適回線数が求まり本論文での研究が生かせられるだろう．

参考文献

[1] 小和田正，澤木勝茂，加藤豊：OR 入門-意思決定の基礎-, 実教出版 (1984).
[2] 尾崎俊治：確率モデル入門，朝倉出版 (1996).
[3] 桐山光弘：「待ち行列」がわかる本, 日刊工業新聞社 (1997).
[4] 森村英典，大前義次：待ち行列理論，日科技連出版 (1975).