テニスのチャンスボールにおける最適戦略

2002MM006 藤林 佑輔
指導教員　澤木 勝茂

1　はじめに

テニスというスポーツにおいてラリーというものは大きく勝利に関係する．1 ポイント 1 ポイントの積み重ねが勝利に結びつくこのスポーツにおいて, 試合中にラリーのポイントを対戦相手よりも多く得る事は非常に重要である．技術的に相手よりも優れている事は必要な事であるが, 最適な攻め方, 有効的なボールのコースといった戦略的なものがあるのではないか. そこで本研究ではラリーの中におけるチャンスボールの最適な戦略をテニスの国際大会 (グランドスラム等) の試合から数理的に分析し, 有効性を調べる.

2　研究方針

まずデータよりチャンスボールを打つ選手がコート外に外す確率を求め, チャンスボール時の両者の戦略をゲーム理論を用いて考察する．チャンスボールを打つ選手とその対戦相手各々の期待利得を最大, 最小にする線形計画法をつくり, ミニ・マックス定理より混合戦略を求める.

3　チャンスボール

3.1　チャンスボールの定義

本研究におけるチャンスボールとはラリーの中でも自分のポイントになる確率が普通のショットよりも高いボールの事である.(今回は明らかにチャンスボールを打つ選手から見てサービスライン付近に落ちる普通のショットよりも打点を高くして打つショット, パッシングショットであるとする. ボレー, スマッシュは除く)．また今回はバック (左) におけるショットのデータがフォア (右) に比べて少ないので省略する.

4　データについて

ウィンブルドン 2003 年～2005 年 SF, F, 全豪オープン 2003 年～2005 年 3R, SF, F, 全仏オープン 2004 年～2005 年 SF, F, マスターズシリーズ 2004 年 SF, F といった近年の試合の 3R, SF, F といった実力が均衡していると考えられる試合のデータを集めた.

5　データの分析

5.1　コートの位置座標

図 1 参照

5.2　コース別に外さない確率

データよりチャンスボールを打つ選手がコート内のコース別に外さない確率を相手のいるコート別に計算する．はじめにコース別のコートの枠外に外す確率を計算した. 次にチャンスボールを打つ選手が各コースを狙った時に, コートの枠外に外さない確率 (1-(枠外に外す確率)) を求めた．対戦相手のコート別によって求めた結果は以下のようになる．またコート 1 とは対戦相手がコート上の 1 にいる場合を示す.

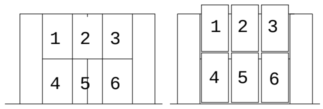

図 1　P_1がボールを打つ位置と P_1がボールを打った時に P_2 がいるコートの位置

表 1　フォア (右) のコート内のコース別の外さない確率

コース	1	2	3	4	5	6
コート 1	0.870	1.000	0.864	0.750	1.000	0.833
コート 2	0.820	1.000	0.862	0.769	1.000	0.764
コート 3	0.814	0.900	0.850	0.800	1.000	0.785
コート 4	0.860	1.000	0.842	0.875	1.000	0.818
コート 5	0.875	1.000	0.930	0.800	1.000	0.884
コート 6	0.860	1.000	0.800	0.800	1.000	0.750

6　ゲームの理論による戦略分析

6.1　定義 1

P_1 : チャンスボールを打つ選手 (プレイヤー 1)

P_2 : チャンスボールを受ける選手 (プレイヤー 2)

i : P_1がボールを打つコース $[i = 1,2,3,4,5,6]$(それぞれ P_1から見て左奥,真ん中奥,右奥,左手前,真ん中手前,右手前)

j : P_2が反応するケース $[j = 1,2,3,4]$(それぞれ P_2から見て右,左,逆方向に反応し直す,中央)

x_i : P_1がコース i にボールを打つ確率

y_i : P_2がケース j を選択する確率

c_{ij} : P_1がコース i にボールを打って,P_2がケース j を選択した時場合の P_1のポイントとなる確率 (利得)

$$v_1 = \min\left\{\sum_{i=1}^{6} c_{i1}x_i, \sum_{i=1}^{6} c_{i2}x_i, \sum_{i=1}^{6} c_{i3}x_i, \sum_{i=1}^{6} c_{i4}x_i\right\}$$

$$v_2 = \max\left\{\begin{array}{ccc} \sum_{j=1}^{4} c_{1j}y_j, & \sum_{j=1}^{4} c_{2j}y_j, & \sum_{j=1}^{4} c_{3j}y_j, \\ \sum_{j=1}^{4} c_{4j}y_j, & \sum_{j=1}^{4} c_{5j}y_j, & \sum_{j=1}^{4} c_{6j}y_j \end{array}\right\}$$

6.2　c_{ij} の求め方

P_1がコース i にボールを打って,P_2がケース j を選択した場合の P_1のポイントとなる確率 (利得) は (P_2のケース別,P_1のコース別成功率) × (P_1が枠内にボール打つ確率 (コース別)) で求まる.

7 線形計画法による解法

P_1にとっての最適な混合戦略を求める線形計画法は次のようになる

$$\max v_1$$

$$\text{制約条件}: \sum_{i=1}^{6} c_{ij}x_i \geq v_1, j = 1,2,3,4$$

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1,2,3,4,5,6$$

また P_2にとっての最適な混合戦略を求める線形計画法は次のようになる

$$\min v_2$$

$$\text{制約条件}: \sum_{j=1}^{4} c_{ij}y_j \leq v_2, i = 1,2,3,4,5,6$$

$$\sum_{j=1}^{4} y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1,2,3,4$$

この線形計画法の制約条件式の両辺を v_1 で割り, $X_i \equiv \frac{x_i}{v_1}$と変数変換することにより簡単化される.($v_1$は正 ($c_{ij}$がすべて正より) なので不等号の向きは変わらない)

8 計算結果

表 2 P_1, P_2の利得表

(データ 1) $P_1 \diagdown P_2$	1	2	3	4
1	0.653	0.870	0.870	0.870
2	0.864	0.864	0.864	0.864
3	0.600	0.750	0.675	0.750
4	0.833	0.833	0.833	0.833
(データ 2) $P_1 \diagdown P_2$	1	2	3	4
1	0.615	0.820	0.820	0.820
2	0.862	0.621	0.862	0.862
3	0.692	0.769	0.692	0.769
4	0.764	0.611	0.764	0.764
(データ 3) $P_1 \diagdown P_2$	1	2	3	4
1	0.888	0.888	0.799	0.888
2	0.848	0.720	0.848	0.848
3	0.571	0.714	0.714	0.714
4	0.800	0.600	0.532	0.800
(データ 4) $P_1 \diagdown P_2$	1	2	3	4
1	0.774	0.731	0.860	0.860
2	0.850	0.765	0.850	0.850
3	0.900	0.720	0.900	0.900
4	0.800	0.800	0.800	0.800
(データ 5) $P_1 \diagdown P_2$	1	2	3	4
1	0.788	0.875	0.875	0.875
2	0.930	0.698	0.930	0.744
3	0.640	0.800	0.800	0.800
4	0.900	0.810	0.900	0.900
(データ 6) $P_1 \diagdown P_2$	1	2	3	4
1	0.860	0.860	0.860	0.860
2	0.720	0.800	0.800	0.800
3	0.680	0.800	0.800	0.800
4	0.750	0.600	0.675	0.750

P_1がコース $2,5$(中央) に打つデータが少ないので P_1の戦略は $2,5$ を省き 1([コース 1]), 2([コース 3]), 3([コース 4]), 4([コース 6]) として検証する.P_2は定義どおりの戦略を行う.

データ 1 の P_1, P_2の最適戦略は $i^* = 2, j^* = 2$, またゲームの値 $w_1 = w_2 = 0.864$ となる. データ 2 においては混合戦略となり, 線形計画法のシンプレックス法によって解くと P_1の最適な戦略は $x_1 = 0, x_2 = 0.24, x_3 = 0.76, x_4 = 0, P_2$の最適な戦略は $y_1 = 0.47, y_2 = 0.53, y_3 = 0, y_4 = 0, w_1 = w_2 = 0.7331$ となる. データ 3 の P_1, P_2の最適戦略は $i^* = 1, j^* = 1$ となり, $w_1 = w_2 = 0.814$ となる. データ 4 の P_1, P_2の最適戦略は $i^* = 4, j^* = 2$ となり, $w_1 = w_2 = 0.800$ となる. データ 5 については混合戦略となり,P_1の最適戦略は $x_1 = 0.51, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.49, P_2$の最適戦略は $y_1 = 0.37, y_2 = 0.63, y_3 = 0, y_4 = 0$ で $w_1 = w_2 = 0.843$ となる. データ 6 の P_1, P_2の最適戦略は $i^* = 1, j^* = 1$ となり, $w_1 = w_2 = 0.860$ となる.

8.1 まとめ

P_1はコート右奥を狙って打つのが最適であり,P_2は P_2 から見て左に反応するのが最適である (データ 1). P_1 はコート右奥, コート左手前を狙って打つのが最適でコース 4 により多く (数値参考) に打つのが望ましい. P_2は P_2 から見て右に反応する, 左に反応するのが最適で左により多く (数値参考) 反応するのが望ましい (データ 2).P_1はコート左奥を狙って打つのが最適であり,P_2は P_2から見て右に反応する反応するのが最適である (データ 3). P_1はコート右手前を狙って打つのが最適であり,P_2は P_2 から見て左に反応するのが最適である (データ 4). P_1 はコート左奥, コート右手前を狙って打つのが最適でコース 1 により多く (数値参考) 打つのが望ましい. P_2は $P_2$2 から見て右に反応する, 左に反応するのが最適で左により多く (数値参考) 反応するのが望ましい (データ 5). P_1はコート左奥を狙って打つのが最適であり,P_2は P_2 から見て右に反応するが最適である (データ 6). 純粋戦略となってしまった結果もあるが相手がいる場所によって高いリスクを背負ってまで手前のコースを狙う必要性がないということが分かった (データ 1,3 において). 相手が前にいる時 (データ 4,5,6) も無理に浅いボールを打つ必要がないということが計算結果から分かった.

9 おわりに

本研究ではゲーム理論を用いてチャンスボールの最適戦略を求めことができた. サーブやリターンといった技術などあらゆる角度からテニスというスポーツを研究してみればデータを武器に実力を凌ぐ結果を残せるのではないか. 今後プロの試合などで活用されるのであれば幸いである.

参考文献

[1] 小和田正, 澤木勝茂, 加藤豊：ＯＲ入門意志決定の基礎, 実教出版 (1984).

[2] 鈴木光男：ゲーム理論入門, 共立出版 (1981).