

# 三重県道路網の連結性の定量的評価

2002MM039 加藤 美奈  
指導教員 伏見 正則 教授

## 1 はじめに

### 1.1 背景

本研究の目的はネットワーク自体の信頼性、安定性の一つの定量的評価方法を提起し、道路ネットワークシステムの“連結性の強さ”を定量的に計測するのに適用し、その有用性・実用性を検証することである。このような定量的評価方法が確立すれば電力・ガス・水道などのライフラインネットワークのようなネットワーク構造を必要とするシステムをより安定し、高い信頼性を有するシステムに変換できるかといった問題にも有効に活用できると考えられる。

具体的に東海大地震発生確率が大きいとされており、人口が多い大都市圏や過疎地区などが入り混じった三重県の道路ネットワークを本研究では取り上げ、道路の連結性を調べていきたい。

### 1.2 先行研究紹介

本研究を進めるにあたり、大山・諸星による「経路数え上げによるネットワークシステムの連結性の定量的評価とわが国道路網への応用」という研究 [1] を参考にした。

この研究では日本全国の主要道路を枝、交差点をノードとして地域や県ごとの安定連結関数、期待安定連結関数を求め道路網の連結性について研究が行われている。

## 2 安定連結関数と期待安定連結関数

ここでは、簡単に安定連結関数と期待安定連結関数について紹介する。[1]

頂点の個数が  $|V| = n$ 、枝の本数が  $|E| = m$  のネットワーク  $N = (V, E)$  を提示する。またネットワークの枝は無向枝とする。ネットワーク  $N$  において異なる二つの頂点の組は全部で  $\frac{n(n-1)}{2}$  組だけ存在する。いま  $m$  本の枝のうち  $k$  本を除去した場合に得られるネットワークにおいて、異なる二つの頂点の組のうちで連結しているものの組数を  $C_m(N, k)$  と表す。その  $C_m(N, k)$  の  $C_m(N, 0)$  に対する割合を  $S_m(N, k)$  と表す。よって以下のような関数を定義する。

$$S_m(N, k) = \frac{C_m(N, k)}{C_m(N, 0)} \quad (1)$$

ここで枝を全く除去しない場合にはすべての二頂点間を結ぶことができるので、 $C_m(N, 0) = \frac{n(n-1)}{2}$  となる。 $C_m(N, k) \leq C_m(N, 0)$  より  $S_m(N, k)$  については、次の関係が成立する。

$$0 \leq S_m(N, k) = \frac{2C_m(N, k)}{n(n-1)} \leq 1 \quad (2)$$

ここで考慮すべき点は  $C_m(N, k)$  あるいは  $S_m(N, k)$  の値は 1 通りではないということである。

例えば以下のようなネットワーク  $P_3$  があつたとする。枝を全く除去しない場合の  $C_m(N, 0)$  の値は  $C_m(N, 0) = \frac{4(4-1)}{2} = 6$  となる。枝を 1 の枝 1 本のみ除去した場合、連結している組の数は 3 となり、 $S_3(P_3, 1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  となる。枝を 2 の枝 1 本のみ除去した場合、連結組数は 2 となり、 $S_3(P_3, 1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  となる。同じ本数枝を除去したとしても、枝を除去する場所によって、連結組数が異なる。つまり関数の値が変わってくる。

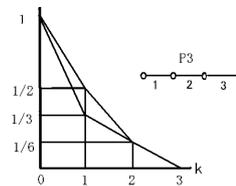


図1  $P_3$  ネットワーク図と  $S_3(P_3, k)$  の関数

すなわちネットワークに対する  $k$  の関数  $S_m(N, k) = \{S_m(N, k)\}$  は 1 価関数ではないということである。ネットワークの  $m$  本の枝のうち  $k$  本を除去する場合、一般に得られる  $S_m(N, k)$  の値は枝の除去の仕方によって異なる。ネットワーク  $N = (V, E)$  の  $k$  本の枝を除去する場合の 2 頂点を結ぶ総経路本数を与える集合を表す関数  $S_m(N, k)$  に対して、(2) の式で与えられる関数を安定連結関数と呼ぶ。

各枝の除去の仕方が等確率で発生すると仮定した場合の  $\{S_m(N, k)\}$  の期待値を表す関数を以下のように示し、期待安定連結関数と呼ぶ。

$$\tilde{S}_m(N, k) = E\{S_m(N, k)\} \quad (3)$$

## 3 研究の対象地域

本研究では、三重県を以下の 8 つの地域に分けて道路の連結性を研究する：桑名市・いなべ市地区、四日市北部地区、四日市南部・鈴鹿地区、鈴鹿市・津市地区、津市・久居市地区一志町・松阪市地区、明和町・多気町地区、伊勢・志摩地区。

各々の地域のうち、国道・県道を結び、交差点をノード、道路を枝とした。

安定連結関数を求めるために必要な連結組数に距離は必要ないので、距離や道路の使用量などは考慮しないものとする。

#### 4 道路ネットワークの安定連結関数

グラフの安定連結関数を求めるには膨大な計算量が必要とされるため、妥当な時間で安定連結関数を求めることは不可能である。そこで、以下のように示すアルゴリズムに基づくモンテカルロシミュレーション法を用いて安定連結関数の近似を試みた。

モンテカルロシミュレーション法のアルゴリズム

1) 除去する枝の本数を  $k$  とし、各々の  $k$  に対して以下の操作を  $r$  回繰り返す

グラフ  $G$  からランダムに  $k$  本の枝を選んで除去し、新たなグラフ  $G$  を作る

グラフ  $G$  において、異なる2頂点間の経路本数を計算する

2) 1) で求めた  $r$  個の値の分布と平均を求める。

$r = 40000$  程度としてこのアルゴリズムを適用すると、安定連結関数、期待安定連結関数にほぼ近似された値を求めることができる。

モンテカルロシミュレーション法のアルゴリズムを実行して求めた期待安定連結関数の結果を以下に示す。

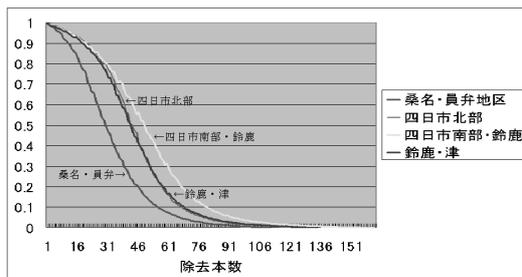


図2 三重県北部地区

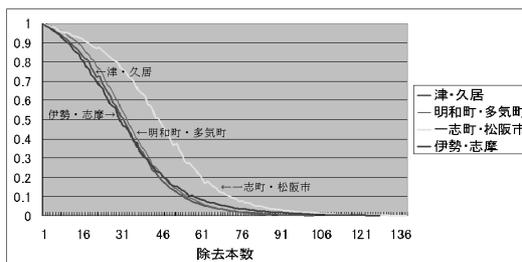


図3 三重県南部地区

地域特性で多少の違いはあるものの、四日市北部地区と四日市南部・鈴鹿地区などのように隣った地区はグラフがよく似たものになった。つまり、道路ネットワークの連結性が似たものであると分かった。

求められた期待安定連結関数を以下のような関数を用いて近似することを試みる。次式において、 $p, q$  はパラメータであって、 $p > 0, q > 0$  とする。

$$f(x) = \frac{(1-x^p)^q}{x^{pq} + (1-x^p)^q} \quad (4)$$

求めた  $\hat{p}, \hat{q}$  が適当であるか調べるために、決定係数  $R^2$  を求める。今回  $R^2$  は式 (4.2) のように求めた。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2} \quad (5)$$

( $y_i$ :モンテカルロシミュレーション法の計算値、 $\bar{y}$ : $y_i$  の平均値、 $\hat{y}_i$ : $f(x_i)$ )

表1 三重県地域別パラメータ推計値 ( $\hat{p}, \hat{q}$ )

地域名	$\hat{p}$	$\hat{q}$	$R^2$
桑名市・いなべ市地区	0.5272	2.6840	0.9996
四日市北部地区	0.6211	3.0343	0.9987
四日市南部・鈴鹿市地区	0.5655	3.0234	0.9991
鈴鹿市・津市地区	0.5949	3.0382	0.9994
津市・久居市地区	0.5662	2.6251	0.9995
明和町・多気町地区	0.7030	2.1794	0.9990
一志町・松阪市地区	0.6103	2.9681	0.9987
伊勢市・志摩市地区	0.4717	2.7488	0.9996

パラメータ  $p$  は関数の減少の“タイミング”を表すので、 $p$  の値が大きい明和町・多気町地区は減少の“タイミング”が遅いことが分かる。反対に伊勢・志摩地区は  $p$  の値が小さいので減少の“タイミング”が早い。

パラメータ  $q$  は関数の減少の“速度”を表すので、 $q$  の値が小さい明和町・多気町地区は減少の“速度”が小さい。四日市南部・鈴鹿、鈴鹿・津、四日市北部地区は  $q$  の値が大きいので減少の“速度”が大きい。

よって推計値  $\hat{p}$  が大きい明和町・多気町地区のネットワークは連結性が強くできており、推計値  $\hat{p}$  の値が小さい伊勢・志摩地区のネットワークは連結性が弱いといえる。

#### 5 まとめ

グラフの枝の本数が大きくなった場合に安定連結関数自体をどのようにして計算、あるいは推計すればよいか、特に多価関数である安定連結関数の分布状況、最大値、最小値をどのようにして推計するかという問題は重要である。前節に紹介したシミュレーションに基づく方法は一つの有力な方法である。このような方法の将来性を探ることは本研究の重要な課題である。

#### 参考文献

- [1] 大山達雄、諸星穂積：経路数え上げによるネットワークシステムの連結性の定量的評価とわが国道路網への応用：都市の交通および施設配置に関する総合的研究（代表研究者：伏見正則，課題番号：14380196）平成14年度～平成16年度科学研究費補助金研究成果報告書，pp.279-285，2005.2.
- [2] 福島雅夫：数理計画入門，朝倉書店，1996.
- [3] 分県地図 24 三重県 1:160000，昭文社，2005.
- [4] みえ DataBox: <http://www.pref.mie.jp/DATABOX/>. (2004年10月1日の推計人口)