

油圧サーボ系の過渡応答の改善

2002MM096 竹谷 佑介

指導教員 陳 幹

1 はじめに

油圧サーボは、小さな力や小電力によって大きな力を発生することができるので、工作機械、建設機械、車両などに広く利用されている。基本的には、油圧ポンプで発生させた高压流体を弁で制御して、油圧シリンダや回転型油圧モータに送り、平行運動や回転運動に変えるものである。本論文では、物理パラメータに不確かさを持つ油圧サーボシステムを扱う。このシステムに対して、定められた過渡性能を得ることを目的とする。

2 油圧シリンダの動特性

一般に、弁の圧力流量係数、シリンダの漏れ係数、および粘性摩擦係数は微小であると仮定して、スプール変位 x_v を入力、シリンダ変位 y を出力とし、油圧シリンダの伝達関数を求めると次の標準二次系 + 積分器となる [1]。ただし、 $k_{ce} = k_c + C_{lp}$ とする。

$$G(s) = \frac{k_q}{A_p} \cdot \frac{\omega_h^2}{s(s^2 + 2\zeta_h\omega_h s + \omega_h^2)} \quad (1)$$

$$\omega_h = \sqrt{\frac{4B_e A_p^2}{V_t M_t}}, \quad \zeta_h = \frac{k_{ce}}{A_p} \sqrt{\frac{B_e M_t}{V_t}} + \frac{B_t}{4A_p} \sqrt{\frac{V_t}{B_e M_t}}$$

A_p :シリンダの断面積、 M_t :慣性質量、 V_t :シリンダの全容積、 B_e :油の体積弾性係数、 B_t :粘性摩擦係数、 k_c :圧力流量係数、 k_q :差圧 - 流量ゲイン、 C_{lp} :シリンダの漏れ係数

3 積分型サーボ系

プラントには積分器が含まれているので、開ループ系は安定ではない。よってここでは、システムの安定化と目標値と出力との定常偏差をなくす為に、積分型サーボ系を構成する。積分型サーボ系に対する拡大偏差系は以下のように示される。 $v(t)$ を積分器の状態変数とすると、

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= A_p \tilde{x}(t) + B_p \tilde{u}(t) \\ e(t) &= C_p \tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = [C \quad 0]$$

であり、 $\tilde{x} = [x(t) \quad v(t)]^T$ 、 $\tilde{u}(t)$ は拡大系の状態と制御入力である。ただし、 $e(t)$ は目標値 r と $y(t)$ の偏差である。また、このときの状態フィードバック制御則は、以下のとおりである。

$$\tilde{u}(t) = K\tilde{x}(t) = [F \quad G] \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

ここでの問題は、ある過渡性能を満たす状態フィードバックゲイン K を LMI に基づいて求めることである。

3.1 H_∞ ノルム条件

(2) 式のシステムに、外乱入力 $w(t)$ を加え、外乱 $w(t)$ から出力 $y(t)$ への伝達関数 G_{yw} の $\|G_{yw}\|_\infty$ を最適化し、出力側の低感度化をはかる。このシステムを表すと以下ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= (A_p + B_p K)\tilde{x}(t) + B_w w(t) \\ y(t) &= C_p \tilde{x}(t) + D_w w(t) \end{aligned} \quad (3)$$

[定理 1][2] (3) 式で与えられるシステムに対して、閉ループ系を安定かつ、 $\|G_{yw}\|_\infty < \gamma$ となる K が存在するための必要十分条件は、

$$\begin{bmatrix} J(X, Y) & B_w & X C_p^T \\ B_w^T & -\gamma I & D_w^T \\ C_p X & D_w & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (4)$$

$$J(X, Y) = A_p X + B_p Y + X A_p^T + Y^T B_p^T$$

を満たす正定対称行列 X と変数 Y が存在することである。このとき、状態フィードバックゲイン K は $K = Y K^{-1}$ となる。

3.2 指定する領域への極配置

閉ループ系の極を指定領域内に配置することにより、過渡応答の整形を目的とする。ここでは、楕円領域に含まれるように極を配置することを考える。閉ループ系の極の実部を R_p 、虚部を I_p とすると、

$$\frac{(R_p - c_i)^2}{r_a^2} + \frac{I_p^2}{r_b^2} < 1 \quad (5)$$

が成り立つように K を選ぶ。ここで、 c_i :楕円の中心、 r_a : x 方向の径、 r_b : y 方向の径である。

[定理 2][2] (3) 式で表されるシステムに対し、閉ループ系の極を指定した (5) 式で表されるような楕円領域に配置する状態フィードバック制御則 $\tilde{u}(t) = K\tilde{x}(t)$ が存在するための必要十分条件は、次式を満たす定対称行列 X と変数 Y が存在することである。

$$\begin{bmatrix} c(M + M^T) + dX & aM^T + bM \\ aM + bM^T & -X \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} M &= A_p X + B_p Y \\ a &= \frac{r_a + r_b}{2}, \quad b = \frac{r_b - r_a}{2} \\ c &= c_i r_b^2, \quad d = (c_i^2 - r_a^2) r_b^2 \end{aligned}$$

3.3 複数の仕様を満たす制御設計

(4) 式、(6) 式で与えた LMI 条件を満たす共通の解 X 、 Y が存在すれば、その解を使って仕様を満たす状態フィードバック制御則 K を求めることができる。

3.4 シミュレーション 1

システムの安定性と目標値追従の確認のため、パラメータ変動が最小値 M_{min} のときの出力結果と最大値 M_{max} のときの出力結果は図 1、図 2 の通りである。

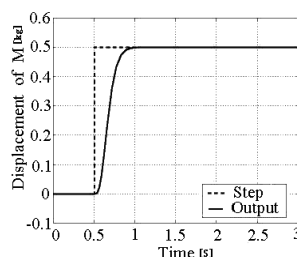


図 1 M_{min}

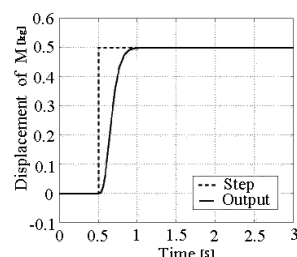


図 2 M_{max}

これらはコントローラを設計する際、パラメータが変動するたびに LMI のプログラムを実行しなくてはならない。この間

題を考えるため、単一のコントローラを使って、パラメータ変動に対しても、得られた状態フィードバック制御則が要求する過渡性能を満足しているかどうかを確認する。中でも最もロバスト性の広がった $M=2000[\text{kg}]$ のときのコントローラ K_{2000} を用いた出力結果を図 3, 図 4 に示す。

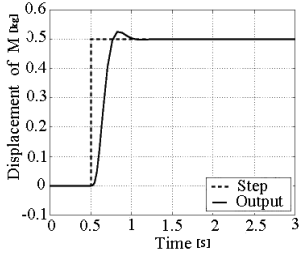


図 3 $M = 1500$

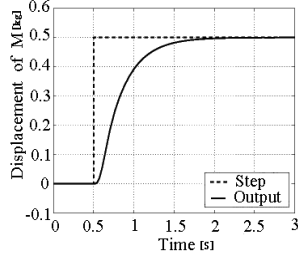


図 4 $M = 4000$

3.5 結果 1

シミュレーションより、仕様を満足する過渡応答を得ることができた。しかし変動に比べ狭い範囲でしかロバスト性を保証できなかった。この問題点を改善するため、次章からゲインスケジューリング制御設計を考える。

4 ゲインスケジューリング制御

ゲインスケジューリング制御は、可変パラメータ $\theta(t)$ により、コントローラパラメータを決められた値の範囲内で変化させる制御方法である。

4.1 LPV システム

システムの変動する要素をスケジューリングパラメータで表すと、スケジューリングパラメータを固定することに対応する (7) 式のような線形パラメータ可変 (LPV) システムと呼ばれる線形状態方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\theta)x(t) + B_1(\theta)w(t) + B_2(\theta)u(t) \\ z(t) &= C_1(\theta)x(t) + D_{11}(\theta)w(t) + D_{12}(\theta)u(t) \\ y(t) &= C_2(\theta)x(t) + D_{21}(\theta)w(t) + D_{22}(\theta)u(t) \end{aligned} \quad (7)$$

$\theta(t)$ は (8) 式のように g 個の可変パラメータをまとめたベクトルである。

$$\theta(t) \triangleq [\theta_1(t), \dots, \theta_g(t)]^T \quad (8)$$

また、可変パラメータ $\theta_j(t)$ とその変化領域は、(9) 式のように表す。

$$\theta_j(t) \in [\underline{\theta}_j, \bar{\theta}_j] \quad (j = 1, \dots, g) \quad (9)$$

つぎに、設計すべきゲインスケジューリングコントローラは制御対象と同じ次元の LPV システムとして、(10) 式のように表す。

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= A_k(\theta)x_k(t) + B_k(\theta)y(t) \\ u(t) &= C_k(\theta)x_k(t) + D_k(\theta)y(t) \end{aligned} \quad (10)$$

4.2 ゲインスケジューリングコントローラの設計

出力フィードバックにより閉ループ系が内部安定かつノルム条件 $\|G(\theta)\|_\infty < \gamma$ を満足する正定数 $\gamma > 0$ が存在するため満たすべき LMI 条件は次式である [3]。

$$\begin{bmatrix} \Xi_A + \Xi_A^T & \Xi_B & \Xi_C^T \\ \Xi_B^T & -\gamma I & \Xi_D^T \\ \Xi_C & \Xi_D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} X_G & I \\ I & Y_G \end{bmatrix} > 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Xi_A &= \begin{bmatrix} A_i X_G + B_2 \hat{C}_i & A_i + B_2 \hat{D} C_{2i} \\ \hat{A}_i & Y_G A_i + \hat{B} C_{2i} \end{bmatrix} \\ \Xi_B &= \begin{bmatrix} B_{1i} + B_2 \hat{D} D_{21} \\ Y_G B_{1i} + \hat{B} D_{21} \end{bmatrix} \\ \Xi_C &= [C_{1i} X_G + D_{12} \hat{C}_i \quad C_{1i} + D_{12} \hat{D} C_{2i}] \\ \Xi_D &= [D_{11i} + D_{12} \hat{D} D_{21}] \\ &(i = 1, \dots, 2^g) \end{aligned}$$

上記の LMI 条件を満足する解 $X_G > 0, Y_G > 0, \hat{A}_i, \hat{C}_i$ ($i = 1, \dots, 2^g$), \hat{B}, \hat{D} が存在するとき、ゲインスケジューリングコントローラは、(12) 式から求めることができる。

$$\begin{bmatrix} A_k(\theta) & B_k(\theta) \\ C_k(\theta) & D_k(\theta) \end{bmatrix} = M_1(\theta)^{-1} M_2(\theta) M_3(\theta)^{-1} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} S(\theta) &= Y_G - X_G^{-1}, \quad M_2(\theta) = \begin{bmatrix} \hat{A}(\theta) - Y_G A X_G & \hat{B}(\theta) \\ \hat{C}(\theta) & \hat{D}(\theta) \end{bmatrix} \\ M_1(\theta) &= \begin{bmatrix} -S(\theta) & Y_G B_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad M_3(\theta) = \begin{bmatrix} X_G & 0 \\ C_2 X_G & I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4.3 シミュレーション 2

パラメータ変動の最小値と最大値のそれぞれの値のときのコントローラ $K_{G(\min)}, K_{G(\max)}$ を用いた出力結果をそれぞれ図 5, 図 6 に示す。

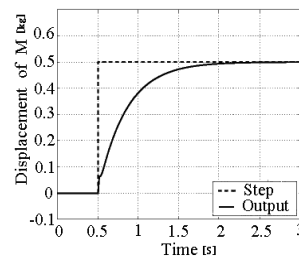


図 5 $K_{G(\min)}$

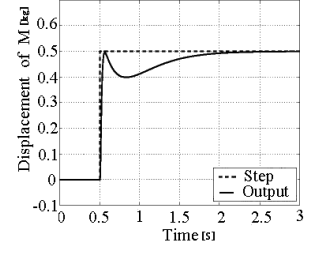


図 6 $K_{G(\max)}$

4.4 結果 2

シミュレーションより、 $K_{G(\min)}$ では要求どおりの過渡応答を得ることができたが、 $K_{G(\max)}$ ではアンダーシュートが残ってしまい過渡応答としてあまりいい応答が得られなかった。この原因として、物理パラメータの数値的悪条件が考えられる。

5 おわりに

物理パラメータに不確かさを持つ油圧サーボ系に対して物理モデルを導出し、要求する過渡応答を満たすようなコントローラの設計のため、LMI を使った H_∞ の枠組みによる極配置やロバスト制御、またゲインスケジューリング制御を行い、シミュレーションにてその有用性を検証した。結果、ゲインスケジューリング制御がもっとも要求に近い過渡応答を得ることができた。しかし、質量の重さが変動の上限値付近のときでは、応答にアンダーシュートが発生してしまうため、過渡応答にアンダーシュートのおこらないコントローラの設計が、今後の課題として残っている。

参考文献

- [1] 田中裕久: 油空圧のデジタル制御と応用, 近代図書 (1987).
- [2] 杉江俊治, 浜本研一: LMI による慣性共振系の制御, システム制御情報学会論文誌, Vol.9 No.5, pp.219-226 (1996).
- [3] 藤森篤著: ロバスト制御, コロナ社 (2001).