

磁気浮上 (SIMO) の制御設計

2002MM026 池内 康将

指導教員 陳 幹

1 はじめに

現在、世の中では非線形性の強い制御対象が非常に多く存在している。本研究では、同じ線上にある2つの物体の遠くにある物体の影響を考慮して近くの物体の位置制御を磁気浮上システムで再現し行うというものである。そして磁気浮上装置にオブザーバを用いた最適レギュレータによる状態フィードバックを行い目標値応答を評価する。さらに、このアルゴリズムを磁気浮上装置に実装し、実験により理論の有効性を検証する。

2 モデリング

制御対象として1入力2出力の磁気浮上システムを考える。 $x(t)$ は状態量、 $u(t)$ は操作量、 $y(t)$ は変化量として、これを線形化した数学的モデルは次に示す通りである。

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}$$

ただし、構成要素 A, B, C は

$$A = 1000 \times \begin{bmatrix} 0 & 0.0010 & 0 & 0 \\ -1.4668 & -0.0035 & 0.0898 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0010 \\ -0.0898 & 0 & -0.1514 & -0.0035 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 9.1505 \ 0 \ 0.4291]^T, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

となる。

3 積分型ロバストサーボ

磁気浮上装置はただ安定となるだけでは不十分で、それに加えて目標値追従特性を持たなければ役に立たない。ここでは、補償器の設計として積分型ロバストサーボ系を考える。制御対象としては

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned} \quad (1)$$

$r(t)$ を目標値とし、偏差 $e(t)$ は

$$e(t) = r(t) - y(t) = \dot{v}(t) \quad (2)$$

のように表すことができる。ここで、 $v(t)$ は偏差 $e(t)$ の積分、すなわち積分器の状態である。そこで前述の式 (1) に式 (2) を加えた拡大系は次のような状態空間表現である。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ r(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = [C \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

この拡大系に対して、状態フィードバックを施す。時刻 t を無限大にしたときに制御系が安定化されると、任意の目標値 $r(t)$ に対して、状態および制御入力の変常値 x_∞, u_∞ が定まる。この u_∞ による出力 $y(t)$ が目標値 $r(t)$ に追従するための最小制御入力である。積分器の状態の変常値を v_∞ としたとすると拡大偏差系は、

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \dot{\tilde{v}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{v}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \\ e(t) &= [-C \ 0] \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{v}(t) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

となる。また状態フィードバックのもとで、

$$\tilde{u}(t) = F\tilde{x}(t) + G\tilde{v}(t) = [F \ G] \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{v}(t) \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{v}(t) \end{bmatrix}$$

となる [1]。

4 最適レギュレータ

最適レギュレータ理論では、与えられた重み行列 $Q = Q^T \geq 0, R > 0$ に対して、評価関数

$$J = \int_0^\infty [\tilde{x}(t)^T Q \tilde{x}(t) + Ru(t)^2] dt$$

を導入し、 J を最小化するような状態フィードバックゲイン K を求める。今回の磁気浮上装置では

$$\begin{aligned}Q &= \text{diag}[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6] \\ q_1 &\geq 0, q_2 \geq 0, q_3 \geq 0, q_4 \geq 0, q_5 \geq 0, q_6 \geq 0\end{aligned}$$

とする。フィードバックゲイン K は唯一に定まり、 $K = -R^{-1}B^T P$ で与えられる。ただし、 P はリカッチ方程式

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

を満足する一意の正定対称解である [2]。

5 最適レギュレーターを用いた磁気浮上装置のシミュレーションと実験結果

MATLAB/Simulink のシミュレーションの出力結果を図 1 に示す。そして実機に適用した結果を図 2 に示す。図 1、図 2 は下の磁石の目標変化量を 0.01[m] にしたときの応答波形で、上の実線は下の磁石の初期値からの高さの変化量、下の実線は2つの磁石の反発力による距離の初期値を h と考え、下の磁石の高さを $p_1(t)$ 、上の磁石の高さを $p_2(t)$ とし

$$p_2(t) - p_1(t) - h = y_2(t)$$

で表されるものである。

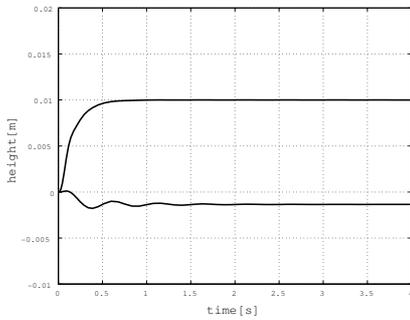


図1 制御出力波形、シミュレーション結果

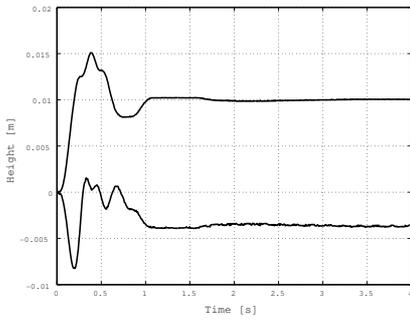


図2 制御出力波形、実機適用結果

5.1 最適レギュレータを実機に適用した結果の考察

シミュレーションと実機の値を比較してみると、下の磁石の振動幅が予想以上に大きかった。その原因としては、上の磁石の振動による下の磁石の影響などに対して電圧に10Vのリミットがありシミュレーションと同じようにの電圧をかけられなかった点だと思われる。整定時間は少し悪化していたが目標値には追従しておりオフセットは見当たらなかった。

6 オブザーバ

対象システムについて、状態 $x(t)$ が直接観測できないときに推定する方法を検討する。対象システムのモデル

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t), \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}$$

を用いる。対象システムとそのモデルに同じ入力加わっていると、このとき、状態推定誤差を $s(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ と定義すれば状態方程式

$$\dot{s}(t) = As(t), s(0) = \hat{x}_0 - x_0$$

に従う。よって、 A が安定であるときには、任意の初期状態 x_0, \hat{x}_0 に対して、 $s(t) \rightarrow \infty$ の時に状態の推定誤差は0に漸近する。ゲイン L を用いたフィードバックするシステムは

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L\hat{y}(t) - y(t), \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}$$

と表せる。 (AC) が可検出ならば $(A+LC)$ を安定にするオブザーバゲイン行列 L が存在し、また (A, C) が可観測ならばシステムの極を指定できる [3]。

7 オブザーバを用いた磁気浮上装置のシミュレーションと実験結果

MATLAB/Simulink を用いてオブザーバを用いた出力結果を図3に示す。そして実機に適用した結果を図4に示す。

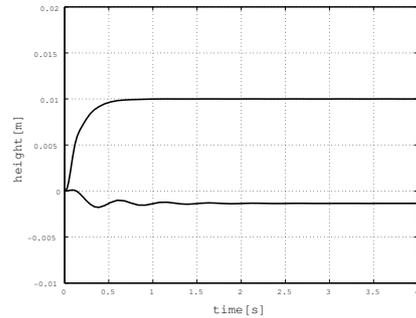


図3 制御出力波形、シミュレーション結果

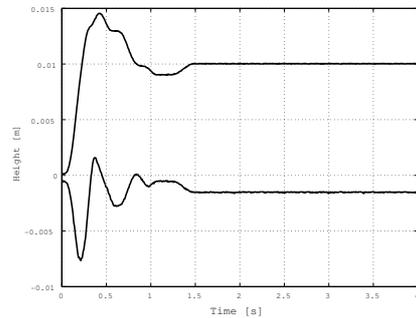


図4 制御出力波形、実機適用結果

図3、図4は上の磁石の目標変化量を0.01[m]にしたときの応答波形で、上の線と下の線は先ほどの図1と同じで上の線は上の磁石の初期値からの高さの変化量、下の線は2つの磁石の反発力による距離の初期値の変化量である。

7.1 オブザーバを実機に適用した結果と全体の考察

オブザーバを取り入れた最適レギュレータであっても、実際に磁気浮上装置を制御することができた。オブザーバを用いた図4とLQIのみの図2の比較では、整定時間や振動幅の面でシミュレーション結果同様あまり差は無く、オブザーバを用いる事の意義を確立できた。よってオブザーバを使わなければならないという条件のもとでなら、望ましい波形を出すことができた。

8 終わりに

1入力2出力という状況は下のコイルにより制御する磁気浮上装置においては上の磁石が外乱となり通常より制御しにくい状況であったが制御することができた。本研究により1入力2出力の磁気浮上装置に対して、最適レギュレータ、オブザーバ理論の有効性をシミュレーション及び実験で確認できた。

参考文献

- [1] 岩井善太, 石飛光章, 川崎義則: 制御工学, 朝倉書店 (2002)
- [2] 片山徹: 線形システムの最適制御, 近代科学社 (1999)
- [3] 井上和夫, 川田昌克, 西岡勝博: MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学, 森北出版 (2001)