

# オブザーバを用いた倒立振子の最適制御

2001MM090 東方希容子

指導教員 高見勲

## 1 はじめに

本研究では、不安定な構造をもつ倒立振子を安定化する。倒立振子をオブザーバ (同次元オブザーバ・最小次元オブザーバ) を用いた最適レギュレータによる状態フィードバックを行い、どのような応答が得られるのか評価する。さらに、このアルゴリズムを制御装置に実装し、実験により理論の有効性を検証する。

倒立振子は扱いやすく、結果も比較的早く得ることができるので、最適レギュレータ理論の検証に適したものであるといえる。エンコーダでロッドの角度  $\theta$  およびスライディングロッドの重心からの偏差  $z$  を計測できるので、それをもとに制御を行う。

## 2 制御対象の状態方程式

ラグランジュの方程式を用いて定式化し、平衡点  $\theta = 0$ 、 $x = 0$  の回りでテーラー展開し、線形化する [1]。

状態方程式と出力方程式は次のように与えられる。

$$\dot{x} = Ax + Bu(t)$$

$$Y = Cx$$

ここで、 $x = [\theta \ \dot{\theta} \ z \ \dot{z}]^T$ 、 $u(t)$  は操作量、 $Y$  は観測量である。ただし、 $z$  と  $\theta$  を出力する。また、可制御行列はフルランクであり、可制御である。

## 3 最適レギュレータ

最適レギュレータ理論 [2] [3] [4] では、与えられた重み行列  $Q = Q^T \geq 0$ 、 $R > 0$  に対して、評価関数

$$J = \int_0^\infty (x(t)^T Q x(t) + Ru(t)^2) dt$$

を最小化するような状態フィードバックゲイン  $K$  を求める。そのフィードバックゲインは唯一に定まり、

$$K = -R^{-1} B^T P$$

で与えられる。

ただし、 $P$  はリカッチ方程式

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0$$

を満足する唯一の正定対称解 (すなわち  $P = P^T > 0$ ) である。

実際に重み  $Q$ 、 $R$  を次のように与えることとする。

$$\text{diag} Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (q_1 \text{は適宜指定})$$

$$R = 1$$

### 3.1 最適レギュレータのシミュレーション結果と実測結果の比較

最適レギュレータを用いた制御シミュレーション、実験を行う。重みを  $q_1 = 2000$ 、角度  $\theta = 15\pi/180$  とした。角度  $\theta$  の波形を出力する。この結果を図 ?? に示す。両者はよく一致している。

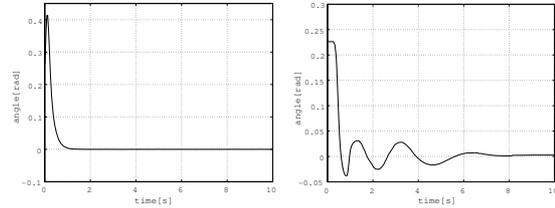


図1 左:シミュレーション、右:実測結果

## 4 オブザーバ

### 4.1 同次元オブザーバ

同次元オブザーバは入力と出力を用いてシステムの状態量のすべてを推定する。実際の観測対象とそのモデルとの出力偏差をモデルにフィードバックするシステムを考える。 $x$  の状態推定値を  $\hat{x}$  とすると、システムは

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t))$$

と表され、 $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  とおくと、

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t)$$

が得られる。

$(A, C)$  が可検出ならば  $A - LC$  を安定にするオブザーバゲイン行列  $L$  が存在し、また、 $(A, C)$  が可観測ならばシステムの極を指定できる [5] [6]。

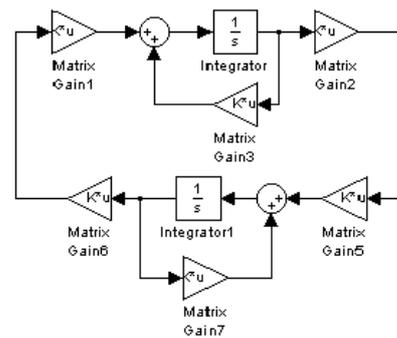


図2 同次元オブザーバモデル

### 4.2 最小次元オブザーバ

状態変数  $x_2 = \dot{\theta}$ 、 $x_4 = \dot{z}$  の部分だけを推定するオブザーバを構成する。コピナスの方法 [5] に従い最小次元オブザーバを設計した。状態フィードバック制御系の極とオブザーバの極は分離して配置することができるので、これを分離定理という。同次元オブザーバの場合にも分離定理は成立する。なお、状態フィードバック制御系とオブザーバの極については、複素平面上で状態

フィードバック制御系の極よりもオブザーバの極を少しだけ左へ配置することが望ましいことが知られている [5] [6]。

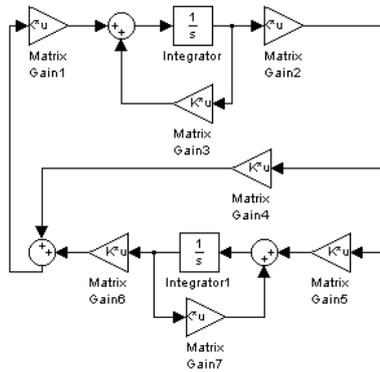


図3 最小次元オブザーバモデル

#### 4.3 同次元オブザーバのシミュレーション結果と実測結果の比較

同次元オブザーバを用いた最適レギュレータの制御シミュレーションを行う。重みを  $q_1 = 20000$ 、角度  $\theta = 15\pi/180$  とした。また、実験結果も同じ値で実行した。角度  $\theta$  の波形を出力する。この結果を図 ?? に示す。

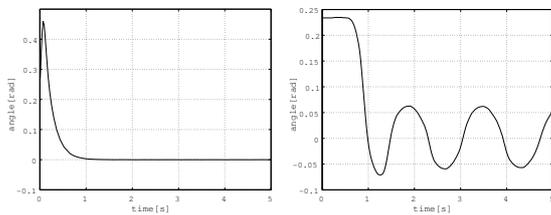


図4 左:シミュレーション、右:実測結果

#### 4.4 最小次元オブザーバのシミュレーション結果と実測結果の比較

最小次元オブザーバを用いた最適レギュレータの制御シミュレーションを行う。重みを  $q_1 = 15000$ 、角度  $\theta = 15\pi/180$  とした。また、実験結果も同じ値で実行した。角度  $\theta$  の波形を出力する。この結果を図 ?? に示す。

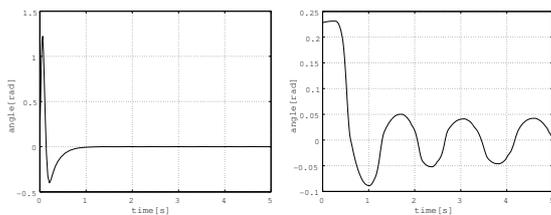


図5 左:シミュレーション、右:実測結果

#### 4.5 考察

同次元オブザーバ、最小次元オブザーバともに、目標値に達するまでの速さ(過渡応答)に違いは見られなかった。

また、ふらついている現象がみられる。これは、リミットサイクルと呼ばれる現象であり、この周期と振幅で安定な振動が持続する。リミットサイクルが生じると現場では、ハードの磨耗や騒音が起こり、故障の原因となるためできるだけこれを小さくする必要がある。この原因として、線形化で無視された非線形特性やモデルに考慮しなかった摩擦が考えられるが、特に摩擦の影響が強いと推測される。

同次元オブザーバ、最小次元オブザーバのシミュレーションモデルにバックラッシュを加えたときの結果を図 ?? に示す。

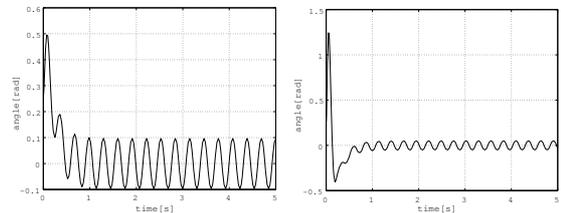


図6 左:同次元オブザーバ、右:最小次元オブザーバ

実験結果と周期は違うが、一定の周期と振幅で安定な振動が持続するリミットサイクルが確認することができた。

#### 5 おわりに

同次元オブザーバ、最小次元オブザーバの状態観測器を用いた最適レギュレータ理論の有効性をシミュレーションおよび実験で確認することができる。

#### 参考文献

- [1] モデル 505 マニュアル,ECP(2004).
- [2] 岩井善太、石飛光章、川崎義則:「制御工学」,朝倉書店,(2002).
- [3] 井上和夫、川田昌克、西岡勝博:「わかりやすい制御工学」,森北出版,(2002).
- [4] 野波健蔵、西村秀和、平田光男:「MATRAB による制御系設計」,東京電機出版局,(1998).
- [5] 野波健蔵、西村秀和:「MATLAB による制御理論の基礎」,東京電機大学出版局,(1998).
- [6] 田中幹也、石川昌明、浪花智英:「現代制御の基礎」,森北出版,(1999)