

室内空調に関するPID制御

2001MM031 笠原 誠

2001MM082 杉江 真由美

指導教員 高見 勲

1 はじめに

現在実用されている制御方式の中でPID制御は約90%を占めている。PID制御の実用上の魅力はその汎用性に有る。理論的洗練度の高い新しい制御方式の開発や適用においても、PID制御とひき比べてその動作や意義を理解することが多い。更にPID制御は歴史が長いために実用面からの工夫が蓄積されている。そのような工夫を理解し、他の制御にも同様な工夫を織り込むことが新しい制御方式が実用性を持つために重要と思われる[4]。よって本論文ではPID制御の優位性や特徴を理解し、ある程度の特性変動があっても良好な制御性能が保てるよう改良型PID制御系を設計する。制御対象は身近な室内空調システムを選ぶ。

1.1 PID制御

PID制御はプロセス制御に適していると言われており、今回の空調モデルにも適していると言える。PID制御とは比例 (proportional)、微分 (integral)、積分 (derivative) の頭文字を取ったものであり、それぞれの動作を制御器に備えているものである。比例動作とは、偏差が大きければそれに伴い操作量も大きくする。また、偏差が小さければそれに伴い操作量も小さくする動作のことである。つまり偏差の現在の情報が操作量に反映される。比例動作だけでは目標値に対して定常偏差が残ってしまう。そこで偏差の積分値を反映、つまり過去の情報を反映することにより定常偏差を取り除くことができる。これを積分動作と言う。また偏差の増減の将来の動向を操作量の決定に反映して制御特性の改善を図るため、偏差の微分を反映させることが微分動作である。

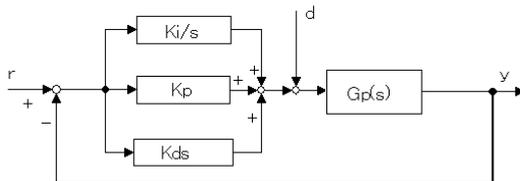


図 1:PID 制御のブロック線図

2 室内空調モデル [2]

2.1 空調プラント

制御対象は空調の冷房モードにおける部屋の温度制御モデルを取り上げる。空調プラントモデルを一般的な伝達関数 (1次遅れ+むだ時間) とし、操作量を変化させ

たときのプラントの特性値 (定常ゲイン、時定数、むだ時間) の変動分を実測して、空調システムにおける操作量に対する特性値と伝達関数の関係を明らかにする。

本研究では、冷房モードにおける部屋の温度制御を行う。冷房モードであるためアクチュエータは冷水バルブだけである。冷水バルブは冷水タンクから冷水コイルへの冷水流量を調節するものであり、開度 100% が全開、0% が全閉となっている。

2.2 モデル

室内空調システムを、一次遅れ+むだ時間にあてはめるとむだ時間は 3[sec] 程度であるのだが、定常ゲイン K 、時定数 T には大きな違いがある。定常ゲインと時定数はともに操作量、つまり冷水バルブの開度を減らすほど大きくなるという特性を持っている。また操作量を増やすときには定常ゲインと時定数が多少ではあるのだが小さくなる。操作量は $-30 \leq 0 \leq 70[\%]$ とする。通常運転時における動作点である 30[%] を原点として表示するため通常運転の場合の動作点における部屋の伝達関数 $Gp(s)$ を次のように与える。

$$Gp(s) = \frac{-K}{1 + Ts} e^{-Ls} \quad (1)$$

ここに、 $K_p = 0.1[\%/]$, $T_p = 15[\text{sec}]$, $L_p = 3[\text{sec}]$ である。

3 Ziegler-Nichols のステップ応答法

Ziegler-Nichols のステップ応答法は、プラントの動特性をむだ時間を含む 1 次遅れ系とみなした場合の時定数、むだ時間、ゲインを用いて、PID 制御器のパラメータを簡単に決定する設計法である。通常の同定と比べてはるかに簡単に得られる動特性から制御器のパラメータを決定することができ、チューニングを行うにあたっての初期パラメータとして利用することができる[3]。

3.1 Ziegler-Nichols のステップ応答法による目標値応答、外乱応答

図 2 に Ziegler-Nichols ステップ応答法から求めた PID 制御系の目標値応答、外乱応答を示す。共にステップ状の入力を印加する。シミュレーション結果より、この設計法で設計したコントローラではオーバーシュートが大きく生じてしまうことが分かる。

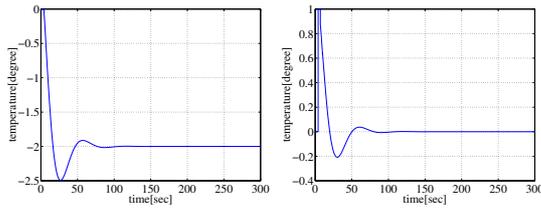


図 2: Ziegler-Nichols のステップ応答法による
目標値応答、外乱応答

4 部分的モデルマッチング法

部分モデルマッチング法は望ましい制御系の伝達関数を与え、これにできるだけ等しくなるような制御器のパラメータをプラントの部分的知識から決定する設計法である。部分的モデルマッチング法における手順を 5 つに分けて以下に示す [3]。

(1) プラントの部分的知識を分母系列表現によって表す。部分的モデルマッチング法においてシステムの部分的知識は分母系列表現によって表される。分母系列表現とは分子のみに値を与える形であり

$$G_p(s) = \frac{1}{\dot{a}_0 + \dot{a}_1 s + \dot{a}_2 s^2 + \dot{a}_3 s^3 + \dots} \quad (2)$$

といったような形である。しかし、プラントの部分的知識とは伝達関数として与えられているので

$$G_p(s) = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3 + \dots}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \dots} \quad (3)$$

という表現されている。そのため分母系列表現によって表すために

$$\dot{a}_0 = \frac{a_0}{b_0} \quad (4)$$

$$\dot{a}_1 = a_1 - b_1 \frac{\dot{a}_0}{b_0} \quad (5)$$

$$\dot{a}_2 = a_2 - b_1 \dot{a}_1 - b_2 \frac{\dot{a}_0}{b_0} \quad (6)$$

$$\dot{a}_n = \frac{\{a_n - (b_1 \dot{a}_{n-1} + \dots + b_n \dot{a}_0)\}}{b_0} \quad (7)$$

という計算が必要になる。参照モデルも分母系列表現の形で与える。

$$G_m(s) = \frac{1}{A_m(s)} = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \dots} \quad (8)$$

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots\} = \{1, 1, 0.5, \dots\}$$

と表す。また

$$A_p(s) = \dot{a}_0 + \dot{a}_1 s + \dot{a}_2 s^2 + \dot{a}_3 s^3 + \dots \quad (9)$$

$$A_m(s) = \alpha_0 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \dots$$

とする。

(2) 全体の伝達関数を求める。
コントローラの伝達関数を

$$C(s) = \frac{\dot{c}(s)}{s} = \frac{c_0 + c_1 s + c_2 s^2}{s} \quad (10)$$

とすると、全体の伝達関数は

$$W(s) = \frac{C(s)G_p(s)}{1 + C(s)G_p(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{A_p(s)}{\dot{c}(s)}} \quad (11)$$

と求めることができる。

(3) 方程式を立てる。

望ましい伝達関数 = 全体の伝達関数とすることにより方程式を立てることができる。

$$G_m(s) = W(s) = \frac{1}{1 + s \frac{A_p(s)}{\dot{c}(s)}} \quad (12)$$

また、 $\dot{c}(s)$ について整理すると

$$\begin{aligned} \dot{c}(s) &= \frac{s A_p(s)}{A_m(s) - 1} \quad (13) \\ &= \frac{1}{\sigma} [\dot{a}_0 + (\dot{a}_1 - a_0 \alpha_2 \sigma) s \\ &\quad + \{\dot{a}_2 - \dot{a}_1 \alpha_2 \sigma + \dot{a}_0 (\alpha_2^2 - \alpha_3) \sigma^2\} s^2 \\ &\quad - \{\dot{a}_0 (\alpha_4 - 2 \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_2^3) \sigma^3 \\ &\quad + \dot{a}_1 (\alpha_3 - \alpha_2^2) \sigma^2 + \dot{a}_2 \alpha_2 \sigma - \dot{a}_3\} s^3 + \dots] \end{aligned}$$

となる。

(4) σ の値を求める。
PID コントローラは

$$C(s) = \frac{c_0 + c_1 s + c_2 s^2}{s} \quad (14)$$

で表される。 $\dot{c}(s)$ の 3 次以上の係数は不要となるため 3 次の係数を 0 と置く。

$$\dot{a}_0 (\alpha_4 - 2 \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_2^3) \sigma^3 + \dot{a}_1 (\alpha_3 - \alpha_2^2) \sigma^2 + \dot{a}_2 \alpha_2 \sigma - \dot{a}_3 = 0 \quad (15)$$

この方程式を解き正の実数解を σ とする。

(5) コントローラの伝達関数を求める。
これまでに得た値より

$$c_0 = \frac{\dot{a}_0}{\sigma} \quad (16)$$

$$c_1 = \frac{\dot{a}_1 - a_0 \alpha_2 \sigma}{\sigma} \quad (17)$$

$$c_2 = \frac{\dot{a}_2 - \dot{a}_1 \alpha_2 \sigma + \dot{a}_0 (\alpha_2^2 - \alpha_3) \sigma^2}{\sigma} \quad (18)$$

と各パラメーターを求めることができる。以上より、PID コントローラ

$$C(s) = \frac{c_0 + c_1 s + c_2 s^2}{s} \quad (19)$$

を求めることができる。

4.1 部分的モデルマッチング法による

目標値応答、外乱応答

図 4 に部分的モデルマッチング法から求めた PID 制御系の目標値応答、外乱応答を示す。共にステップ状の入力を印加する。オーバーシュートは目標値応答、外乱応答ともに生じていない。整定時間は目標値応答、外乱応答ともに短い時間で整定している。以上のことから個々の特性ごとに部分的モデルマッチング法を適用して設計したコントローラでは、高い制御性能は得られたと言える。

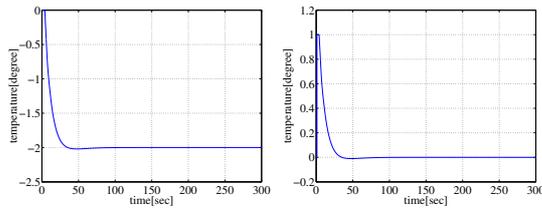


図 4:部分的モデルマッチング法による
目標値応答、外乱応答

5 2 自由度 PID 制御

(目標値フィードフォワード型)

2 自由度 PID 制御とは、従来の PID 制御に簡単な補償装置を組み込むことにより得ることのできる制御方式のことである。PID 制御系においてループ構造を変更したりフィードフォワード要素を組み込んだりすることにより特性が改善される事は指摘されていたものであり、その効果が一般的に理解されるようになり 2 自由度 PID 制御という概念が明確に提唱されたものである。一つのフィードバック制御系に関して、例えば目標値 r から制御量 y への伝達関数 H_{yr} 、外乱 d から制御量 y への伝達関数 H_{yd} など、何種類もの伝達関数を考えられる。これらの中の何個を独立に設定できるかということを制御系の自由度と呼ぶ。この 2 自由度 PID 制御においては

$$H_{yd} = \frac{1}{1 + C_1 P} \quad (20)$$

$$H_{yv} = -\frac{C_1 P}{1 + C_1 P} \quad (21)$$

$$H_{yr} = \frac{C_1 P}{1 + C_1 P} + \frac{C_2 P}{1 + C_1 P} \quad (22)$$

という関係が成り立ち、さらにこれらの間には

$$H_{yv} = -C_1 P H_{yd} \quad (23)$$

$$H_{yr} = -\frac{(C_1 + C_2) H_{yv}}{C_1} \quad (24)$$

なる関係がある。 C_2 は他の伝達関数によって影響を与えないため、 H_{yd} を決めた後も C_2 を変化させることによって H_{yr} を独立に調整することができる。しかし H_{yd} と H_{yv} との間には (23) 式が成立するので、この 2 つは別々に定めることはできない。すなわちこれが 2 自由度制御系である [4]。本研究では 2 自由度 PID 制御系のコントローラを零点配置法 [5] によって設計した。

図 5 に 2 自由度 PID 制御系を含むシステムのブロック線図を示す。

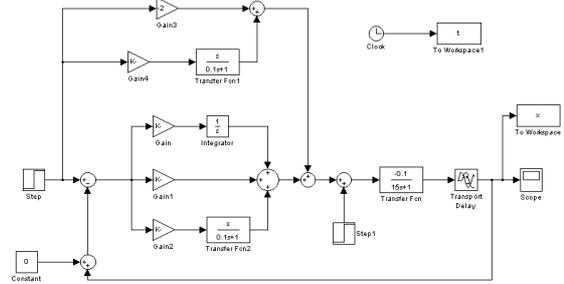


図 5:2 自由度 PID 制御のシミュレーションモデル

5.1 2 自由度 PID 制御による目標値応答、外乱応答

図 6 に 2 自由度 PID 制御系の目標値応答、外乱応答を示す。共にステップ状の入力を印加する。シミュレーション結果からほぼ良好な結果が得られたといえる。しかしオーバーシュートがなく、整定時間をより短縮させることはできなかった。

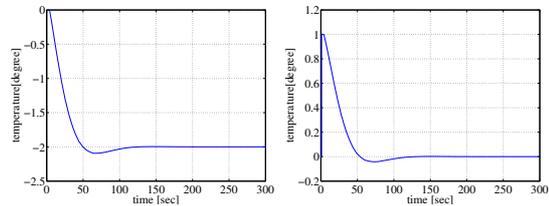


図 6:2 自由度 PID 制御による目標値応答、外乱応答

6 比較検討

6.1 適応型部分的モデルマッチング法

第 4 章、第 5 章から特定の伝達関数 (特定の操作量) を想定して設計したコントローラは、部分的モデルマッ

チング法においても2自由度PID制御においても設計法にはかかわらず特性変動に対応出来ないと言える。しかし第4章、第5章のように特性ごとにコントローラを設計し直すことは実用的でない。よって特性変動に対応出来る機能を内蔵したコントローラを設計することが望まれる。そこで我々は比例器、微分器、積分器それぞれに関数発生器を加える方法を採用した。操作量によって比例、微分、積分ゲインを計算しそれを用いて制御を行う。関数を作る際に各パラメータは第4章(部分的モデルマッチング法)のものを使用した。

図7に適応型部分的モデルマッチング法を用いたPID制御系を含むシステムのブロック線図を示す。この方法により特性変動が生じた場合にも適応可能なコントローラを設計することが出来た。

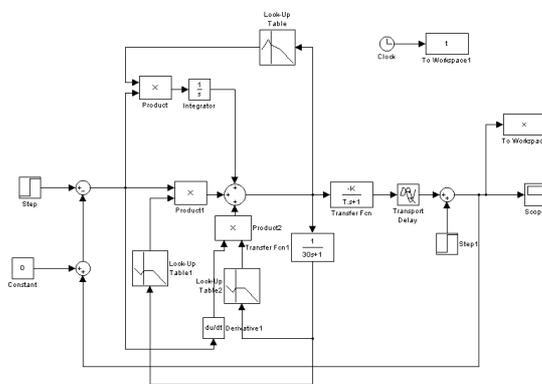


図7:適応型部分的モデルマッチング法のモデル

6.2 適応型部分的モデルマッチング法による目標値応答、外乱応答

図8に適応型部分的モデルマッチング法から求めたPID制御系の目標値応答、外乱応答を示す。共にステップ状の入力を印加する。この適応性を含ませたコントローラならば関数設定の段階でチューニングをしておけば、その後特性変動が生じててもその都度設計しなおす必要はなく第4章で行ったものよりもはるかに有用である。

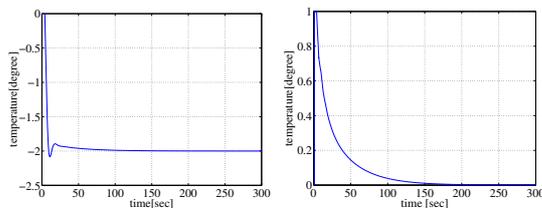


図8:0%の目標値応答,70%の目標値応答

6.3 部分的モデルマッチング法と

2自由度PID制御の複合型

ここからはより良い制御性能を出すために、部分的モデルマッチングと2自由度PID制御を両方とも用いた制御方式を考える。2自由度PID制御系の閉ループ系を構成するコントローラ C_1 を部分的モデルマッチング法で設計し、2自由度PID制御系のフィードフォワード部を構成するコントローラ C_2 を零点配置法で設計する。この二つを装備した制御系は第4章、第5章で設計した制御系よりも良い応答が得られるはずである。部分的モデルマッチングと2自由度PID制御の複合型による目標値応答、外乱応答を図9に示す。

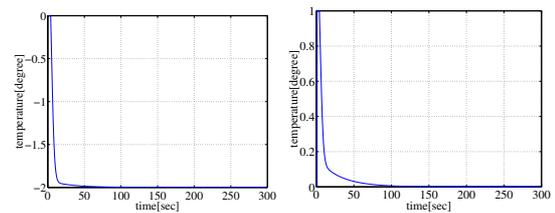


図9:部分的モデルマッチングと2自由度PID制御の複合型による目標値応答、外乱応答

図7から第4章、第5章のものよりオーバーシュートも整定時間も改善され、制御性能がよくなっていることがわかる。部分的モデルマッチング法と2自由度PID制御の複合型によって設計したコントローラは、オーバーシュートの点においても整定時間の点においても大変良好な結果が得られた。このパラメータを用いて第6章2節で行ったような適応性を含ませたコントローラ設計をすれば、より有用なコントローラが設計可能だと思われる。

参考文献

- [1] 赤松貴文、瀬戸昇、北森俊行：むだ時間を含む一次遅れ系に対するPID制御の部分的モデルマッチング法に基づいた設計法、システム情報学会論文誌、Vol.13, No.1, pp.46-52(2000).
- [2] 笠原雅人、松葉邦彦、葛生克明、山崎敬則、橋本幸博、神村一幸、黒須茂：特性変動に伴う空調システムへのPID制御の適用、計測自動制御学会論文集、Vol.36, No.5, 431-437(2000).
- [3] 北森俊行：制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法、計測自動制御学会論文誌、Vol 15, No 4, pp.59-65(1979).
- [4] 須田信英：PID制御、朝倉書店、(1992)
- [5] Katuhiko Ogata:Modern Control Engineering,Person Education International,Prentice-Hall Ink, Fourth Edition(2002,1997,1990,1970).

MATLAB/Simulink は米国 MATH Works 社の登録商標