

磁気浮上システムのモデル同定と制御の高度化

— 古典制御と現代制御からのアプローチ —

2001MM023 石川 和宏 2001MM060 大橋 勇太

指導教員 高見 勲

1 はじめに

筆者らはシステム制御工学の一連の流れを学びたく磁気浮上システムを選ぶ。本研究では磁気浮上システムのモデリングと高度化を目的とする。物理的思考により数学モデルを作り、入出力データから数式モデルと含まれるパラメータを同定する。モデルを作るときに簡単さと精度を考える必要があり、モデルを簡単にするということは、そこに含まれている実システムのもつ情報量が少なくなり、モデルの精度が悪くなる。しかし、いくら精度がよくても、複雑で使いにくいモデルやシミュレーションコストが高いというようなモデルでは効果的ではない。つまり簡単さと精度の要求は互いに矛盾する性格を持っている。この二つの要求をバランス良く満たすようにモデリングを行う。制御方式としてPID制御と最適レギュレーター、アッカーマンの極配置法を適用し、システムのコントローラを設計する。さらに実際にコントローラを磁気浮上実験装置の制御装置に実装してシミュレーション通りに動くかどうかを実験より確認する。この結果に基づき古典制御と現代制御どちらが良いコントローラか比較検討する。

2 物理モデル

2.1 モデル作成の考え方

磁石の微小なセグメント $rd\theta dr$ とコイルの微小なセグメント $Rd\phi$ の間に働く磁力 f を求め、全体の磁石とコイルの間に働く垂直方向の力 F_v を求める。

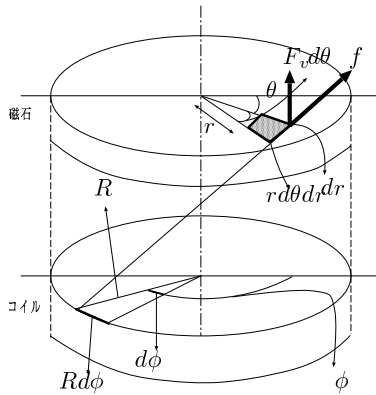


図1 物理モデル

2.2 磁力

図2の $f_{S_1 S_2}$ はコイルの S_2 から磁石の S_1 に及ぶす力である。磁気双極子とクーロンの法則を使って微小なセ

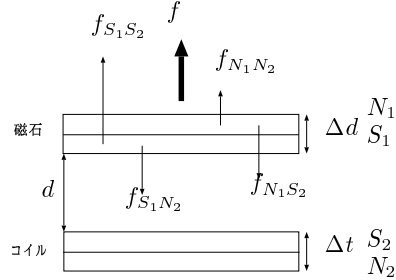


図2 磁気浮上システムにおける磁力の作用

グメント間に働く磁力は下式で与えられる [1].

$$f = f_{S_1 S_2} + f_{N_1 N_2} - f_{N_1 S_2} - f_{S_1 N_2} \cong \frac{6}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_1 m_2}{d^4} \quad (1)$$

$$Q_1 \Delta d = m_1 = \mu_1 r d \theta dr, \quad Q_2 \Delta t = m_2 = \mu_2 R d \phi$$

Q_1, Q_2, μ_1, μ_2 は点電荷, m_1, m_2 は磁気双極モーメントである。

2.3 磁石に働く垂直方向の力

(1) 式を使うと垂直方向の力は,

$$F_v \cong \frac{6\mu_1\mu_2}{4\pi\epsilon_0 d^4} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R R r \left(1 - \frac{5}{2d^2}(R^2 + r^2 - 2Rr \cos(\phi - \theta))\right) d\phi d\theta dr \quad (2)$$

である。

3 システム同定

システムを構成している要素が物理的な法則によって磁力 f は入力電圧 u_i , コイルから磁石までの高さ y_i , パラメータ a, b で決まる [2].

$$f = \frac{u_i}{a(y_i + b)^4} \quad (3)$$

このシステムに対して、入力と出力の観測値 (実験値) からモデルを同定する。

3.1 最小二乗法とニュートン法によるシステム同定

最小二乗法のアルゴリズムより入力電圧 u_i と高さ y_i ($i = 1$, から n) に関し、誤差 ϵ_i の2乗の総和が最小となる a, b を求める [3].

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (u_i - f a (y_i + b)^4)^2 \quad (4)$$

となる。ここで、 $\frac{\partial L}{\partial b} = 0, \frac{\partial L}{\partial a} = 0$ を解く為にニュートン法を使う [3].

3.2 システム同定の実験

- データの結果入力を u_i [count], 出力を y_i [m] として実験する。その一例を図 3 に示す。

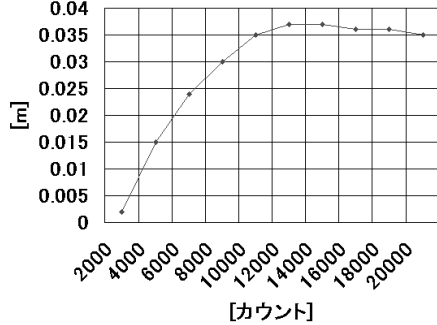


図 3 4 回のデータを平均した図

- 図 3 より入力 2000[count] から 10000[count] まではシステムが有効に働いていると考えられる。しかし、12000 から 20000[count] は図 3 よりシステム有効に働いていないと考えられる。
- 2 のデータをもとにシステムのパラメータ a, b を決定する。ニュートン法を c 言語のプログラムにより解いた。プログラムの実行結果により、 $a = 0.564, b = 6.94$ となる。
- 減衰率の決定：システムにステップ応答を与えて、これを 2 次振動系のモデルにあてはめると減衰比 ($\zeta = 0.09$), 固有振動数 ($\omega_n = 19.5$) となった。

4 伝達関数の決定

3 章より伝達関数は

$$G(s) = \frac{7.53}{s^2 + 3.77s + 439} \quad (5)$$

である。(システムを線形化して平衡点を 0.02[m] とした。)

5 PID 制御

PID 制御とは比例、積分、微分動作を持つ制御である [4]. コントローラの伝達関数は次式で与えられる。

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (6)$$

5.1 二段階部分モデルマッチング

(5) で表されるシステムの伝達関数は 2 次振動系であり減衰比が 0.84 となるよう、図 4 に示すマイナーな補償器 $K(s) = 4.15s$ を付加する。

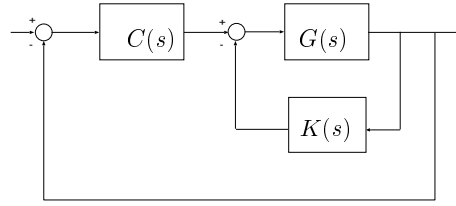


図 4 補償器を付加した制御システム

5.2 部分モデルマッチング

補償器と磁気浮上システムを一つの制御対象として考える。伝達関数は次のようになる [5].

$$G_c(s) = \frac{7.532}{s^2 + 35s + 439.1} \quad (7)$$

この伝達関数を制御するコントローラを部分モデルマッチングにより設計した [4]. コントローラは下式で与えられる。

$$C(s) = \frac{11.01s^2 + 435.5s + 5830}{s} \quad (8)$$

5.3 二段階部分モデルによるシミュレーションと実験

図 4 に示す制御システムに関するステップ応答のシミュレーションと実験結果を図 5 に示す。

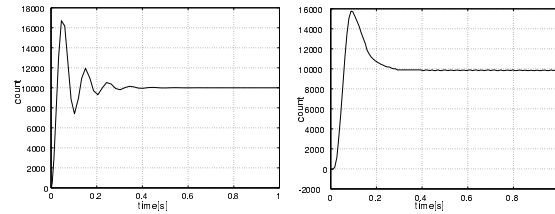


図 5 左, PID 制御シミュレーション, 右, PID 制御実験

5.4 IPD 制御

PID 制御ではオーバーシュートが大きいので、この問題を解決するために IPD 制御を使う。IPD 制御 (比例微分先行型 PID 制御) では、比例動作と微分動作を制御量だけに働くようにした。

5.5 IPD 制御シミュレーションと実験結果

IPD 制御システムにステップ応答のシミュレーションと実験結果を図 6 に示す。PID 制御でのオーバーシ

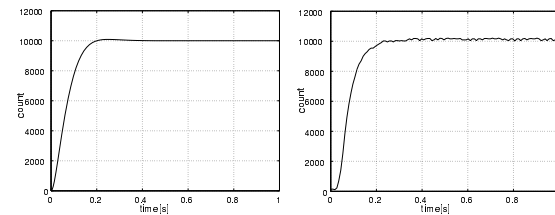


図 6 左, IPD 制御シミュレーション, 右, IPD 制御実験

ュートが大きいという問題が解決でき、オーバーシュートなく、制時間速く良い結果が得られた。

6 極配置と最適レギュレータ

磁気浮上システムにこの2つのコントローラを実装したとき、極指定か重み、どちらのコントローラが有効であるかを比較検討する。

6.1 積分型トラッキング制御

目標値に追従させるために積分型トラッキング制御を導入する [6]. ステップ応答 (10000[count]) を与えシミュレーションと実験を行う. 図7にアッカーマンの極配置法のシミュレーションと実験の波形を示す. 図8に最適

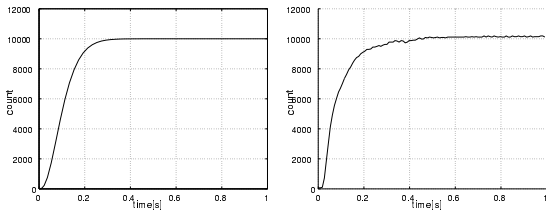


図7 アッカーマンの極配置法, 左はシミュレーション, 右は実験 (1)

レギュレータのシミュレーションと実験の波形を示す. 極配置, 最適レギュレータともに, ほぼシミュレーションと実験の波形は一致したと言えるが速応性が悪かった.

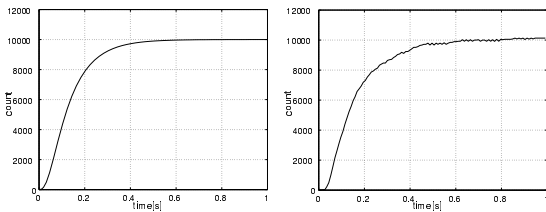


図8 最適レギュレータ, 左はシミュレーション, 右は実験 (1)

と実験の波形は一致したと言えるが速応性が悪かった.

6.2 フィードフォワード

積分型トラッキング制御では速応性が悪いので, 図9のブロック線図のようにフィードフォワードループ (ゲイン H) を導入する [6][7].

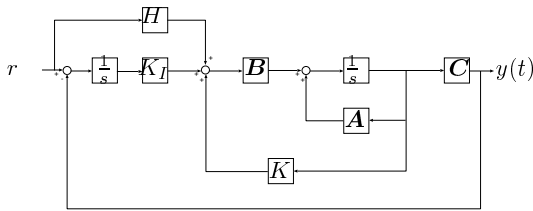


図9 拡大最適追従

K_I は積分型トラッキング制御のゲイン, K はコントローラゲインである. ステップ応答 (10000[count]) を与えシミュレーションと実験を行う. 図10にアッカーマンの極配置法のシミュレーションと実験の波形を示す.

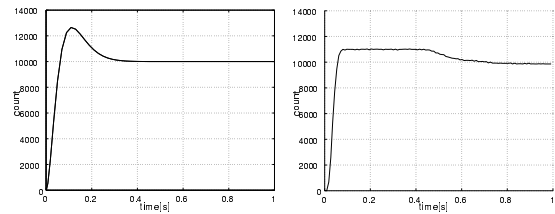


図10 アッカーマンの極配置法, 左はシミュレーション, 右は実験 (2)

図11に最適レギュレータのシミュレーションと実験の波形を示す. 極配置ではオーバーシュート, 制時間

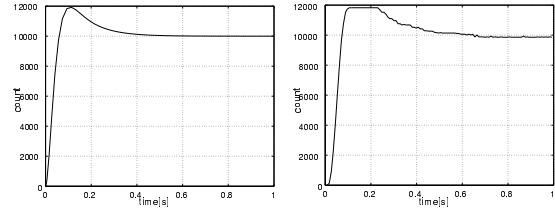


図11 最適レギュレータ, 左はシミュレーション, 右は実験 (2)

ともにシミュレーションと実験で一致しなかった. しかし, 最適レギュレータでは, ほぼ一致した. 極配置と最適レギュレータでは, 最適レギュレータの方が扱いやすく各ゲインの決定がしやすかった.

7 コントローラのロバスト性

7.1 ロバスト安定性

制御対象の伝達関数は不確かさを含む場合や特性の変動を伴う場合が多い. ロバスト安定性とは伝達関数の不確かさや特性変動のもとでの閉ループ系の安定性を示す.

7.2 平衡点の変更

これまでの実験は平衡点を常に 20000[count] として実験を行ってきた. ここでシステムのロバスト性を調べるために平衡点を 5000[count], 15000[count], 20000[count], 25000[count], 30000[count] とし, IPD 制御ではシステムにステップ応答 5000[count] をレギュレータ制御ではステップ応答 10000[count] 与えてやりシステムがどのように動くか調べた. 結果を図11の左と図12の左に示す.

7.3 コントローラ設計

これまでのコントローラ設計では, 平衡点を 20000[count] として, そのときの伝達関数を元に, コントローラのパラメータを決めてきた. これから設計するコントローラは6つの平衡点を 5000, 10000, 15000, 20000, 25000, 30000[count] とし, 各パラメータを決定して, そのときの各パラメータの値と平衡点の高さとの関係を n 次関数で表す. この n 次関数をコントローラに入れて, 平衡点の変化によって, コ

ントローラのパラメータが変更するようにする。

7.4 IPD

それぞれの平衡点でパラメータ (k_p を比例要素, k_i を積分要素, k_d を微分要素, k_{dd} を補償器の値とする。) は下表で示す。次に各パラメータの値を最小 2 乗法の考え方を使い, 平衡点の位置を x として, この 2 次関数をコントローラに導入する。

表 1 IPD での平衡点別のゲインデータ

平衡点 [m]	k_p	k_i	k_d	k_{dd}
0.005	0.6750	11.0065	0.0173	0.0064
0.01	0.8801	13.3774	0.0225	0.0084
0.015	1.1290	16.0708	0.0287	0.0108
0.02	1.4271	19.1025	0.0361	0.01136
0.025	1.7804	22.4864	0.0448	0.0169
0.03	2.1959	26.2575	0.0551	0.0209

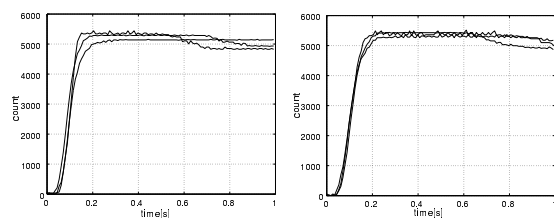


図 12 左は改善前, 右は改善後

改善前と比べ平衡点変更による応答のばらつきが少なくなった。よって最小 2 乗法による, コントローラ設計は有効であることが分かった。

7.5 最適レギュレータ

最適レギュレータでも, 同じ手順で実験を行いコントローラを設計した。それぞれの平衡点でパラメータは下表で示す。

表 2 レギュレータでの平衡点別のゲインデータ

平衡点 [m]	K_1	K_2	K_I	H
0.005	-1.2726	-0.0420	10.3618	1.4085
0.010	-1.2662	-0.0438	10.3618	1.4266
0.015	-1.2593	-0.0459	10.3618	1.4470
0.020	-1.2517	-0.0481	10.3618	1.4696
0.025	-1.2433	-0.0505	10.3618	1.4944
0.030	-1.2341	-0.0530	10.3618	1.5217

ただし K_1, K_2, K_I はコントローラゲイン, H はフィードフォワードのゲインである。表 2 を最小 2 乗法で一次関数で表す。この 1 次関数をコントローラに導入し, 実験をすると図 13 に示す結果を得た。

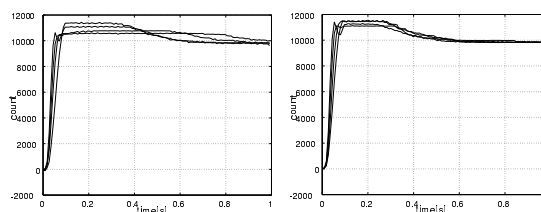


図 13 左は改善前, 右は改善後

8 おわりに

実験結果を比較すると PID 制御はオーバーシュートが大きすぎて磁気浮上システムを高度化するのに適していない。アッカーマンの極配置はシミュレーションと実験結果にある程度のずれが生じて, PID 制御, 最適レギュレータに比べて理論的に磁気浮上システムを高度化することが困難である。最適レギュレータは実験とシミュレーションが一致し, 制時間, オーバーシュートともに, 一定の成果が得られる。IPD 制御は制時間, オフセット, オーバーシュート, ロバスト性, シミュレーションとの差, 全ての項目で優れている。よって本研究の磁気浮上システムを高度化するのに非常に適している。最適レギュレータは多入力多出力系を設計するのに適しているため, 磁石を 1 枚から 2 枚に変えても, システムを容易に高度化することができる。

表 3 比較

比較	比較項目	
	IPD	レギュレータ
制時間 [s]	0.25	0.6
オフセット [count]	0	0
オーバーシュート [count]	0	1800
ロバスト性	あり	あり
シミュレーションとの差	なし	なし

参考文献

- [1] 稲垣直樹: 電磁気学, コロナ社 (1999)
- [2] 片山徹: システム同定, 朝倉書店 (2002)
- [3] 酒井幸吉, 榎園茂: ANSI C による数値計算法入門, 森北出版 (2002)
- [4] 岩井善太, 石飛光章, 川崎義則: 制御工学, 朝倉書店 (2001)
- [5] 北森俊行: 制御対象の部分モデルマッチング法に基づく制御系の設計法, 計測自動制御学会論文集 Vol.115, No.4, pp.549-555 (1979).
- [6] 井上和夫, 川田昌克, 西岡勝博: MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学, 森北出版 (2001)
- [7] 浅井喜代治: システム工学, オーム社 (2001)