非最小位相系電子ガバナにおける制御手法の比較検討

2001MM006 原田 新也　　2001MM093 辻村 学
指導教員　高見 勲

1　背景

本研究ではフィードバック制御を考える上で難しいシステムの１つである非最小位相系を取り扱う。これを制御するためには H_∞ 制御などの現代制御理論が用いられることが多い [1][2]。H_∞ 制御はロバスト安定性を保証した上で制御性能をどこまで追求できるかということを考えることができる。しかし、現在最も多く使われている制御方法は PID 制御である。そこで非最小位相系の例としてガソリンエンジン用電子ガバナをとりあげ、PID 制御と H_∞ 制御の二つの制御手法を使って制御し、また双方を比較検討することを本研究のテーマとした。PID 制御のなかで、ゲイン余裕を指定することによって希望の応答性を得ることができる K/s 法 [3] を取り上げる。さらに論文 [3] では PI 制御について展開してあるが、これを本研究では PID 制御まで拡張する。H_∞ 制御では、エンジンの特性変動時における誤差 $\Delta(s)$ を実際に入力し、ロバスト性を検証していく。なお、ここでは制御対象として西沢らの論文 [1] を引用する。

2　制御対象

2.1　非最小位相系

非最小位相系とは逆応答性を示すシステムであり、右半平面に零点が存在する。逆応答とは正の入力をしても一時的に負の出力をする応答である。そのため、**図 1** のようにオーバーシュートが大きくなってしまうことがある。

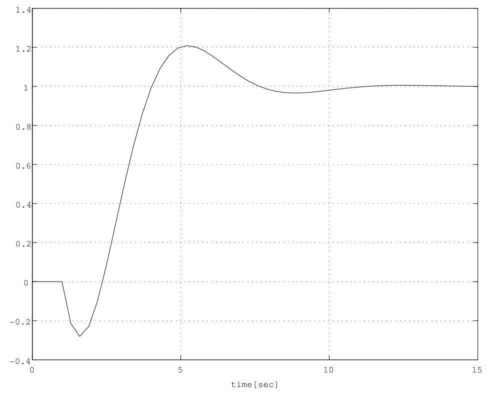

図 1　非最小位相系の波形

2.2　制御対象

ガソリンエンジン用電子ガバナはフォークリフトなどで使用されており、アクセル開度で設定される目標値にエンジン回転速度を追従させる機能と荷役操作時の油圧ポンプ負荷の変化（外乱）に対してエンジン回転速度を一定に保つ機能が必要とされる。これらの機能はオペレータの操作負担を軽減させ、かつ、エンジン出力の有効活用により作業効率を向上させる。今回は非最小位相系の制御対象の例として**図 2** のエンジンモデルを取り扱う。

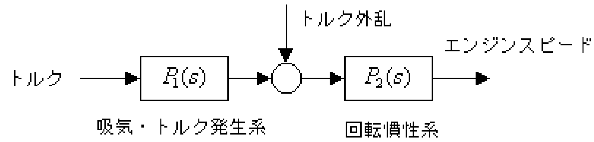

図 2　エンジンモデル

$P_1(s)$：吸気・トルク発生系（5 次の非最小位相系）

$$P_1(s) = \frac{num(s)}{den(s)}$$

$$num(s) = 1.71 \times 10^{-3}s^5 + 5.13 \times 10^{-1}s^4 - 1.40 \times 10^2 s^3 + 1.39 \times 10^4 s^2 - 6.89 \times 10^5 s + 1.44 \times 10^7$$

$$den(s) = s^5 + 2.30 \times 10^2 s^4 + 2.40 \times 10^4 s^3 + 1.38 \times 10^6 s^2 + 4.20 \times 10^7 s + 5.04 \times 10^8$$

$P_2(s)$：回転慣性系（１次遅れ系）

$$P_2(s) = \frac{33.3}{s + 1.67}$$

外乱は吸気・トルク発生系と慣性系の間に作用するトルク外乱である。

3　K/s 法による PID 調節器の設計

3.1　はじめに

K/s 法では制御モデルがむだ時間要素と一次進み遅れ要素で表された基礎式で表せる場合、補償器に PI 調節器を扱っている [3]。今回のエンジンモデルでは、むだ時間と一次進み要素と二次遅れ要素の関係で表されるため、PID 調節器の D 動作まで含めた補償器を配置することが有効であると考えられる。なぜなら、モデルがむだ時間と一次進み要素と二次遅れ要素の関係で表されると、先ほどのむだ時間要素と一次進み遅れ要素で表される場合と違い、制御対象に PID 調節器の D 動作まで含めた補償器を配置しても一巡伝達関数の分子の s の次数と分母の s の次数は同じになるからである。今回は PID 制御まで拡張して制御を行った。

3.2　PID 調節器による K/s 法の原理

プラントモデル P_1、P_2 をゲイン λ、むだ時間 L、二次遅れ要素 τ_1、τ_2、一次進み要素 τ_3 で (1) 式のように近似し、これらを使って PID 調節器の適切なパラメータを決める。

$$\frac{\lambda\ (1+\tau_3 s)}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)} e^{-Ls} \tag{1}$$

補償器として次式の PID 調節器を適用する。

$$G_c(s) = \frac{K_p(1 + T_I s + T_I T_D s^2)}{T_I s} \tag{2}$$

ここで、K_p：比例ゲイン、T_I：積分時間、T_D：微分時間である。(1) 式のむだ時間に以下の Pade の一次近似を用いる。

$$e^{-Ls} \cong \frac{1 - 0.5Ls}{1 + 0.5Ls} \tag{3}$$

その結果、(1) 式の操作量 u と制御量 y の間の伝達関数は次式に置き換えられる。

$$\frac{\lambda\ (1 + \tau_3 s)}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)} e^{-Ls} \cong \frac{\lambda\ (1 + \tau_3 s)}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)} \cdot \frac{1 - 0.5Ls}{1 + 0.5Ls} \tag{4}$$

近似的な一巡伝達関数 $G'_L(s)$ として、(2) 式と (4) 式により次式を得る。

$$\begin{aligned} G'_L(s) &= \frac{K_p(1 + T_I s + T_I T_D s^2)}{T_I s} \\ &\quad \times \frac{\lambda\ (1 + \tau_3 s)}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)} \cdot \frac{1 - 0.5Ls}{1 + 0.5Ls} \\ &\cong \frac{K_p(1 + T_I s + T_I T_D s^2)}{T_I s} \\ &\quad \times \frac{\lambda}{\{1 + (0.5L + \tau_1)s\}\{1 + (0.5L + \tau_2 - \tau_3)s\}} \\ &= \frac{K_p(1 + T_I s + T_I T_D s^2)}{T_I s} \\ &\quad \times \frac{\lambda}{(0.5L + \tau_1)(0.5L + \tau_2 - \tau_3)s^2 + (L + \tau_1 + \tau_2 - \tau_3)s + 1} \end{aligned}$$

一般性を失うことなく、$\tau_2 \geq \tau_3$ とする。したがって、T_I、T_D として、

$$\begin{aligned} T_I &= L + \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 \\ T_D &= \frac{(0.5L + \tau_1)(0.5L + \tau_2 - \tau_3)}{L + \tau_1 + \tau_2 - \tau_3} \end{aligned}$$

を採用すれば、次式が得られる。

$$G'_L(s) \cong \frac{K_p \lambda}{T_I s} = \frac{K}{s}$$

ここで、$K = \frac{K_p \lambda}{T_I}$ とする。すなわち、(2) 式の $G_c(s)$ を採用することで、一巡伝達関数を K/s に近づけられた。以上の方法で PID 調節器の積分時間 T_I、微分時間 T_D が求まった。つぎに系が安定で、かつ制御性能が良い最適な K_p をいかにしてきめるかを述べる。まず、一巡伝達関数 $G_L(s)$ は (1) 式と (2) 式から次式となる。ここで適切な K_p を求める際に、プロセスのむだ時間要素を (3) 式で近似していない点に注意されたい。

$$G_L(s) = \frac{K_p(1 + T_I s + T_I T_D s^2)}{T_I s} \cdot \frac{\lambda\ (1 + \tau_3 s)}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)} e^{-Ls} \tag{5}$$

つぎに、ゲイン余裕を評価するために、一巡伝達関数 $G_L(s)$ の位相が $-180°$ になるときの角速度 ω_0 を求める。ここで、一巡伝達関数 $G_L(s)$ は、積分要素、一次進み要素、むだ時間要素ならびに一次遅れ要素の 4 要素から成り立っている。したがって、一巡伝達関数 $G_L(s)$ の位相角 $\angle G_L(s)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \angle G_L(s) &= -90 + tan^{-1}(T_I \omega) + tan^{-1}(\tau_2 \omega) - \frac{180L\ \omega}{\pi} \\ &\quad + tan^{-1}(-\tau_1 \omega) + tan^{-1}(-\tau_2 \omega) \end{aligned}$$

$\angle G_L(s)$ が $-180°$ になる角速度 ω_0 は次式で求められる。

$$\begin{aligned} \omega_0 = \frac{\pi}{2L}[1 + \frac{2}{\pi}\{&tan^{-1}(T_I \omega_0) + tan^{-1}(\tau_2 \omega_0) \\ &+ tan^{-1}(-\tau_1 \omega_0) + tan^{-1}(-\tau_2 \omega)\}][rad/s] \end{aligned}$$

前述で求めた ω_0 における一巡伝達関数 $G_L(s)$ のゲイン $|G_L(s)|$ は次式で求められる。

$$\begin{aligned} |G_L(s)| &= \frac{K_p \lambda \omega_0^{-1}[\{(T_I^2 - 2T_I T_D)\ \omega_0^2 + (T_I T_D \omega_0^2)^2 + 1\}]^{0.5}}{T_I} \\ &\quad \times \frac{[\{(\tau_3 \omega_0)^2 + 1\}\{(\tau_1 \omega_0)^2 + 1\}^{-1}\{(\tau_2 \omega_0)^2 + 1\}^{-1}]^{0.5}}{T_I} \end{aligned}$$

ゲイン $|G_L(s)|$ がゲイン余裕 β の値になるように K_p の値を次式で計算し、その値を PID 調節器の比例ゲイン K_p として採用する。

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{\beta' T_I\{(T_I^2 - 2T_I T_D) + \omega_0^{-2} + (T_I T_D \omega_0)^2\}(\tau_3^2 \omega_0^2 + 1)\}^{-0.5}}{\lambda} \\ &\quad \times \frac{\{(\tau_1^2 \omega_0^2 + 1)^{-1}(\tau_2^2 \omega_0^2 + 1)^{-1}\}^{-0.5}}{\lambda} \end{aligned}$$

4　K/s 法による結果

先ほど説明した K/s 法にそって数値を代入し、ゲイン余裕 β の値を徐々に変えていき、MATLAB/Simulink でシミュレーションを行って波形を出した。β ＝ 9dB の場合を**図 3**、β ＝ 10dB の場合を**図 4**、β ＝ 12dB の場合を**図 5** に表す。

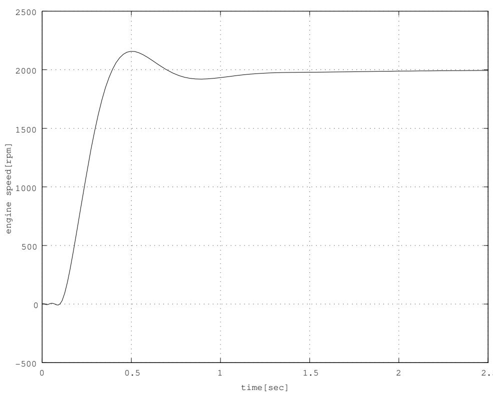

図 3　スロットル 2mm ステップ変化に対するエンジンスピードの時間変化

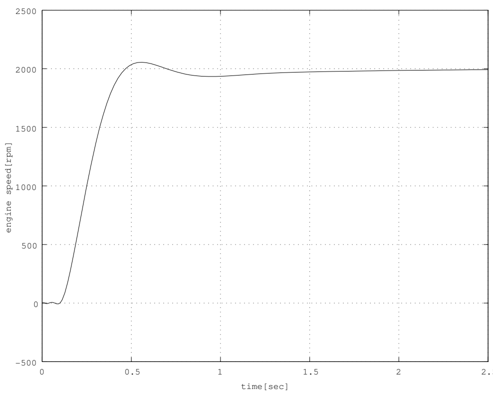

図 4　スロットル 2mm ステップ変化に対するエンジンスピードの時間変化

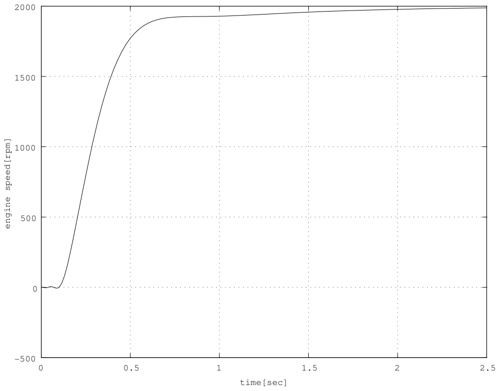

図 5　スロットル 2mm ステップ変化に対するエンジンスピードの時間変化

図 3 より立ち上がり時間は約 0.25 秒、整定時間（±2%）は約 1.0 秒で、オーバーシュートは約 160rpm である。**図 4** より立ち上がり時間は約 0.2 秒、整定時間（±2%）は約 0.9 秒で、オーバーシュートは約 40rpm である。**図 5** より立ち上がり時間は約 0.5 秒、整定時間（±2%）は約 1.1 秒で、オーバーシュートはなしである。

5　H_∞ 制御

5.1　はじめに

トルク外乱に対する重み関数を $Ws(s)$、出力に対する重み関数を $Wt(s)$ として、重み関数をそれぞれ (6) 式、(7) 式と決定した。

$$Wt(s) = \left(\frac{\frac{1}{14}s+1}{10^{-2}s+1}\right)^3 \tag{6}$$

$$Ws(s) = \frac{3.2}{s+0.0001} \tag{7}$$

(6) 式、(7) 式をもとにコントローラを求め、特性変動時 $\Delta(s)$ を実際に加えてロバスト性の確認をしたところ、振動幅が予想より大きかった。H_∞ 制御ではロバスト性が優れていることが特徴であるため、振動幅を小さくする方法を考える。

また、目標追従性も K/s の方がわずかではあるが優れていたので、立ち上がり時間、整定時間を早くする方法を検討する。しかし、

$$S(s) + T(s) = 1 \tag{8}$$

という条件があるため、ロバスト性、目標追従性を同時に満たすことは難しいと考えられるので、ロバスト性能を保ったまま、目標追従性を良くしていくようにシミュレーションにより最適な制御を求める。[4]

5.2　ロバスト性を重視したコントローラ設計

H_∞ 制御では重み関数を変化させてコントローラを求めるのだが、(8) 式より $Wt(s)$ と $Ws(s)$ を自由に変えることはできない。そこで、$\Delta(s)$ を加えた場合に振動幅を下げる必要があるので、$Wt(s)$ のゲインの値を上げるか、$Ws(s)$ のゲインを下げるかによって、$\Delta(s)$ を加えた場合の振動幅を小さくできると考えられる。(6) 式、(7) 式を基に値を変化させ、幾度かの試行錯誤の後、

$$Wt(s) = \left(\frac{\frac{s}{14}+1}{10^{-2}s+1}\right)^3 \tag{9}$$

$$Ws(s) = \frac{1.2}{s+0.0001} \tag{10}$$

と決定した。この 2 つのゲイン線図は図 6 のようになる。

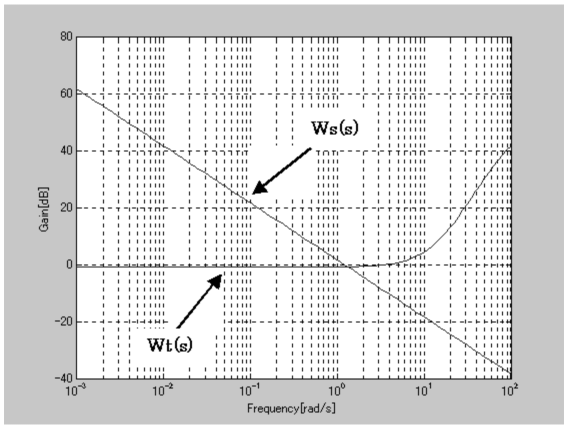

図 6　$Wt(s), Ws(s)$ のゲイン線図

5.3　H_∞ 制御による結果

(6) 式、(10) 式を scilab を用いてコントローラを求め、MATLAB/Simulink を用いてシミュレーションをすると図 7 のようになる。

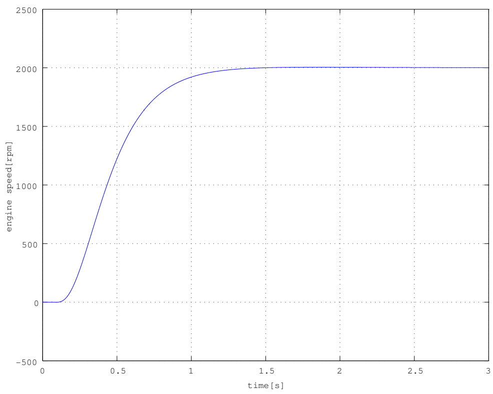

図 7　ロバスト性、目標追従性を満たすコントローラ

立ち上がり時間は約 1.0 秒、整定時間 (± 2%) が約 1.2 秒、オーバーシュートはなしとなった。

5.4　ロバスト性の検証

図 7 で用いたコントローラは、実際に $\Delta(s)$ を加えた時に振動幅が小さくなっているかどうかを確かめる。

$$\Delta(s) = 0.0001 \times \frac{20s^2+200s+1000}{10^{-3}s^2+\frac{11}{100}s^2+1}$$

とした時、シミュレーション結果は図 8〜図 10 ようになった。図 8 はコントローラ改善前に H_∞ 制御で求め

た場合であり、図 9 はコントローラ改善後に H_∞ 制御で求めた場合であり、図 10 は K/s 法で求めたコントローラを用いた場合である。

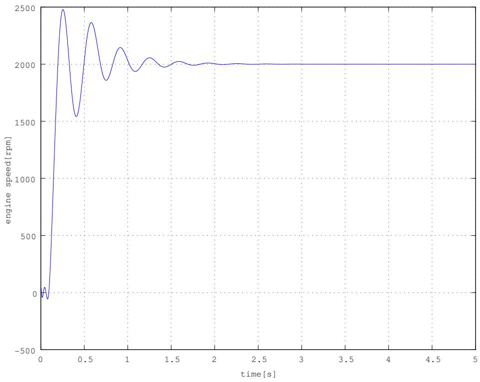

図 8　コントローラ改善前の H_∞ 制御法
(特性変動時 $\Delta(s)$ をプラントに加えた場合)

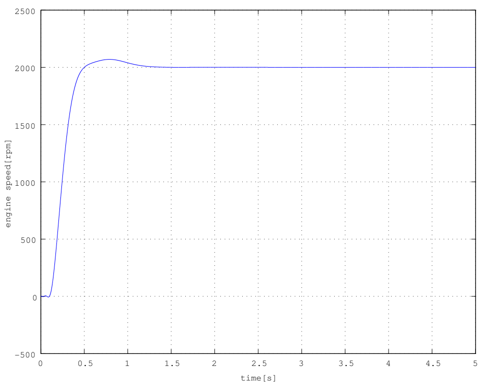

図 9　コントローラ改善後 H_∞ 制御
(特性変動時 $\Delta(s)$ をプラントに加えた場合)

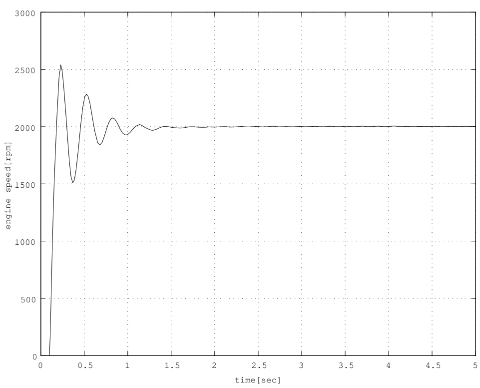

図 10　コントローラ改善後の K/s 法
(特性変動時 $\Delta(s)$ をプラントに加えた場合)

6　結果と考察

K/s 法と H_∞ 制御のコントローラを改善前と、改善後の結果をまとめると次のようになる。

表 1　K/s 法と H_∞ 制御の比較結果

	K/s法(PI)		K/s法(PID)		H∞制御	
	β=12dB	β=15dB	β=10dB	β=12dB	改善前	改善後
立ち上がり時間	0.25秒	0.6秒	0.2秒	0.5秒	0.28秒	1.0秒
整定時間	1.0秒	1.1秒	0.9秒	1.1秒	0.9秒	1.2秒
オーバーシュート	80rpm	なし	40rpm	なし	60rpm	なし

K/s 法では PI 制御器と PID 制御器を比較すると、わずかではあるが立ち上がり時間、整定時間が早くなっていて、PID 制御器を用いたほうが優れたコントローラとなっている。H_∞ 制御では、立ち上がり時間、整定時間は少し遅くなってしまったが、オーバーシュートがなくなり、$\Delta(s)$ を加えた場合を比較すると、$Wt(s)$、$Ws(s)$ を変化させた改善後のコントローラの方が優れたものとなっている。

双方のコントローラを改善したものを比較検討した結果、K/s 法の PID 制御器を用いたコントローラでは、立ち上がり時間と整定時間が早く優れていることがわかる。オーバーシュートに関しては、H_∞ 制御でも、K/s 法でもなくすことは可能だが、実際に $\Delta(s)$ を加えたときに、H_∞ 制御では振動幅を小さくすることができたので、H_∞ 制御ではロバスト性に優れたコントローラを作ることができたと言える。

参考文献

[1] 西澤博幸ほか：ガソリンエンジン用電子ガバナの制御系設計（第 1 報），日本機械学会論文集（C 編），62 巻 594 号，pp.193-198，1996-2.

[2] 西澤博幸ほか：ガソリンエンジン用電子ガバナの制御系設計（第 2 報），日本機械学会論文集（C 編），62 巻 599 号，pp.145-149，1996-7.

[3] 藤原敏勝：逆応答にも対応可能な PID 調節器パラメータ調整法 (K/s 法)，システム制御情報学会論文誌，Vol.9，No.11，pp.495-502，1996.

[4] 三平満司：制御理論の考え方とモーター制御への応用，実用化のための H_∞ 制御理論入門，第 3 章，pp.120-136，1992