

# ホテルにおける在庫管理

## － 出張パーティーでのドリンク管理 －

2001MM042 近藤 忠志

指導教員 澤木 勝茂

### 1 はじめに

本論文では、パーティーで提供されるビール・ウィスキー・ウーロン茶について、新聞売子の問題を用いて最適経済製造量を考察していきたいと思う。

### 2 一品種在庫管理モデル

#### 2.1 モデルの説明

新聞売子の問題を用いて、一回の宴席での利益を最大にする経済発注量を考える。このモデルでは、需要分布の対象のドリンクを一種類として、他の二種類のドリンクには定数を与えて最大利益を求めることとする。

#### 2.2 記号の説明

- $a$  : ドリンク A の利益
- $l$  : ドリンク A の原価
- $s$  : ドリンク A の品切れ損失
- $x$  : ドリンク A の製造量
- $y$  : ドリンク A の需要量
- $f$  : ドリンク B の利益 × 杯数
- $g$  : ドリンク C の利益 × 杯数
- $e(x, y)$  : 利益
- $E(x)$  : 期待利得
- $P(y)$  : 需要分布

#### 2.3 モデルの定式化

ドリンクが一杯売れると  $a$  円の利益があるが、一杯売れ残ると  $b$  円の損失となり、売れ残りについては、すべて廃棄処分する。このとき利益  $e(x, y)$  は、

$$e(x, y) = \begin{cases} ay - l(x - y) + f + g & (x \geq y) \\ ax - s(y - x) + f + g & (x < y) \end{cases}$$

で、与えられる。従って、需要分布  $P(y)$  に対して、製造量  $x$  の時の期待利得  $E(x)$  は、

$$E(x) = \sum_{y=0}^{x-1} \{ay - l(x - y)\}P(y) + \sum_{y=x}^{\infty} \{ax - s(y - x)\}P(y) + (f + g)$$

となる。この期待利得  $E(x)$  の最大化を目的として、解析する。つまり、 $E(x)$  を最大にする経済発注量は、以下の解である。

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{y=0}^{x-1} P(y) &\leq \frac{a+s}{a+l+s}, \sum_{y=0}^x P(y) \geq \frac{a+s}{a+l+s} \end{aligned} \right.$$

### 3 三品種の在庫管理モデル

#### 3.1 モデルの説明

ここでは、対象のドリンクを三つにし、需要が互いに独立であるモデルを考える。ドリンクは同じバーカウンターから提供され、商品は一度に両方買うことは無いものとする。

#### 3.2 記号の説明

- $b$  : ドリンク B の利益
- $c$  : ドリンク C の利益
- $m$  : ドリンク B の原価
- $n$  : ドリンク C の原価
- $t$  : ドリンク B の品切れ損失
- $u$  : ドリンク C の品切れ損失

#### 3.3 モデルの定式化

ドリンク A, B, C の需要はそれぞれ独立している。このとき、以下の場合の利益  $e(x_A, y_i)$  を考える。

- (1) A, B, C 共に売れ残る。
- (2) A, B は売れ残り, C は売り切れる。
- (3) A, C は売れ残り, B は売り切れる。
- (4) B, C は売れ残り, A は売り切れる。
- (5) A は売れ残り, B, C は売り切れる。
- (6) B は売れ残り, A, C は売り切れる。
- (7) C 売れ残り, A, C は売り切れる。
- (8) A, B, C 共に売り切れる。

$E(x_A, x_B, x_C)$  を最大にする経済発注量は以下の通りである。

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{y_A=0}^{x_A-1} P(y_A) &\leq \frac{a+s}{a+l+s}, \sum_{y_A=0}^{x_A} P(y_A) \geq \frac{a+s}{a+l+s} \\ \sum_{y_B=0}^{x_B-1} P(y_B) &\leq \frac{b+t}{b+m+t}, \sum_{y_B=0}^{x_B} P(y_B) \geq \frac{b+t}{b+m+t} \\ \sum_{y_C=0}^{x_C-1} P(y_C) &\leq \frac{c+u}{c+n+u}, \sum_{y_C=0}^{x_C} P(y_C) \geq \frac{c+u}{c+n+u} \end{aligned} \right.$$

### 4 三品種コスト最小化モデル

#### 4.1 モデルの説明

本モデルではコストを最小とする最適経済製造量を探っていく。人権費や仕入れ費用などの諸費用は考慮の対象から外して、各ドリンクの製造費用と品切れ損失のみをコストと考えることとする。期待コストを算出したのち、ラグランジュ乗数を用いて、ドリンク予算との対比を行い、実際には計上していない品切れ損失が加わった総コストとの関係を考えていきたい。

#### 4.2 記号の説明

$t(x_i, y_i)$  : コスト  
 $T(x_i)$  : 期待コスト  
 $P(y_i)$  : ドリンク  $i$  の需要分布

#### 4.3 モデルの定式化

$$t(x_i, y_i) =$$

$$\begin{aligned}
 &lx_A + mx_B + nx_C \\
 &lx_A + mx_B + nx_C + u(y_C - x_C) \\
 &lx_A + mx_B + nx_C + t(y_B - x_B) \\
 &lx_A + mx_B + nx_C + s(y_A - x_A) \\
 &lx_A + mx_B + nx_C + t(y_B - x_B) + u(y_C - x_C) \\
 &lx_A + mx_B + nx_C + s(y_A - x_A) + u(y_C - x_C) \\
 &lx_A + mx_B + nx_C + s(y_A - x_A) + t(y_B - x_B) \\
 &lx_A + mx_B + nx_C \\
 &+s(y_A - x_A) + t(y_B - x_B) + u(y_C - x_C)
 \end{aligned}$$

従って、それぞれの需要分布  $P(y_A), P(y_B), P(y_C)$  に対する期待コストは、以下の式で求められる。

$$T(x_A, x_B, x_C) = \sum_{y_i=0}^{\infty} P(y_i)t(x_i, y_i)$$

よって、期待コストを最小にする経済製造量は以下の解である。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{y_A=0}^{x_A-1} P(y_A) \leq \frac{s-l}{s}, \sum_{y_A=0}^{x_A} P(y_A) \geq \frac{s-l}{s} \\ \sum_{y_B=0}^{x_B-1} P(y_B) \leq \frac{t-m}{t}, \sum_{y_B=0}^{x_B} P(y_B) \geq \frac{t-m}{t} \\ \sum_{y_C=0}^{x_C-1} P(y_C) \leq \frac{u-n}{u}, \sum_{y_C=0}^{x_C} P(y_C) \geq \frac{u-n}{u} \end{array} \right.$$

以上で得られた最適経済製造量は、 $l < s, m < t, n < u$  から得られる  $0 < \frac{s-l}{s} < 1, 0 < \frac{t-m}{t} < 1, 0 < \frac{u-n}{u} < 1$  を満たす。ドリンク製造で発生するコストは、ドリンク予算内に収まらなくてはならない。よって、コストと予算の関係は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 &lx_A + mx_B + nx_C \leq M \\
 &L = T(x_A, x_B, x_C) + \lambda(M - lx_A - mx_B - nx_C) \\
 &\frac{\partial L}{\partial x_A} = x_A - l\lambda = 0, \frac{\partial L}{\partial x_B} = x_B - m\lambda = 0 \\
 &\frac{\partial L}{\partial x_C} = x_C - n\lambda = 0, \frac{\partial L}{\partial \lambda} = M - lx_A - mx_B - nx_C = 0
 \end{aligned}$$

以上の式を  $l = 200, m = 60, n = 50$  を元にまとめると、

$$\lambda = \frac{M}{46100}, x_A^* = \frac{2M}{461}, x_B^* = \frac{3M}{2305}, x_C^* = \frac{M}{922}$$

#### 5 実行結果

表1 一品種在庫管理モデルの実行結果

$s$	$x_{opt}$	$E(x)$	比較
0	7	148500.3	0
150	7	147300.6	-1199.7
300	8	146717.7	-1782.6
450	8	146268.0	-2232.3

表2 三品種モデルの実行結果

$s$	$t$	$u$	$x_{opt}$	期待利得	比較
0	0	0	(7, 7, 8)	258077.0	0
150	200	200	(7, 8, 8)	254456.3	-3620.7
300	400	300	(8, 8, 8)	252510.1	-5566.9
450	600	400	(8, 8, 8)	250810.3	-7266.7

表3 三品種コスト最小化モデルの実行結果

$(s, t, u)$	$T(x_A, x_B, x_C)$	上段との比較
240,70,60	146192.2	0
280,80,70	157755.4	11563.2
320,90,80	164468.4	6713.0
360,100,90	170994.2	6525.8
400,110,100	175507.8	4513.6
250,100,100	156031.6	0
300,150,150	172043.6	16012.0
350,200,200	180842.8	8799.0
400 250,250	188636.5	7793.7
450,300,300	194293.6	5657.1

#### 6 考察

利益の最大化を目的とした初めの二つのモデルにおいては、最適経済製造量がが需要分布の最頻値と大きく離れた値をとった。これは、三種類のドリンクの原価が安いからだと考えられる。原価が安いため廃棄処分に対する損失が少なく、大量に作りすぎて売れ残ることより品切れになることの方がリスクが大きいと判断できる。逆に、コストの最小化を目的とした三つ目のモデルでは、二つの値に大きな差は生じなかった。これは需要を大幅に越えて製造してしまうとそれだけでコストとなってしまうからである。需要を見極めることがコストを最小に押えることになる。しかし、品切れ損失の値を大きくするにつれて経済製造量が増大するのは、売れ残った際の原価分の損失よりも品切れた際の損失の方が大きくなったからだと考えられる。

#### 7 謝辞

本論文作成にあたり、御指導頂いた澤木勝茂教授をはじめ、御協力して頂いた方々に深く感謝致します。

#### 参考文献

- [1] 小和田 正, 澤木 勝茂, 加藤 豊: OR 入門, 実況出版, (1984).
- [2] 水野 幸男: 在庫管理入門, 石川美堂, (1974).
- [3] 吉川英夫: 在庫管理の実際, 日科技連出版 (1983).
- [4] 西谷和也: 日持ちしない商品の在庫管理, 南山大学卒業論文 (1996,1).