

部分モデルマッチングを用いた非最小位相系のPID制御

2000MM062 内藤 聖裕
指導教員 高見 勲

1. はじめに

非最小位相系はフィードバック制御を考える上で、最も制御が難しいシステムの1つである。これを制御する為に、現在最も広く活用されているPID制御を用いて制御していくことを、研究のテーマとした。非最小位相系の例として燃料噴射ポンプなどがあげられるが、これを具体的な制御対象を用いて、希望の応答になるように部分モデルマッチングを用いて制御系を設計する。

2. 制御対象と制御方法

2.1.1 制御対象

自動車のディーゼルポンプのスピル位置制御を制御対象とする。スピル位置制御は、特に温度変化によりパラメータ変動が大きくなる。そのため、基準温度 25 における動特性を用いることとした。[1]

2.1.2 非最小位相系の問題点

非最小位相系とは、右半平面に零点が存在するため以下の2つの問題点が挙げられる。

- 現象面から問題点を述べると逆応答となる。これは+の値を入力した時、一時的に-の方向に反応することである。
- 補償回路では右半平面の零点を安定な極で相殺することができず、この零点が残る。

2.2.1 PID制御

少数のパラメータ値を調節するだけで効果が得られる制御方法である。偏差に対して、現在の情報を反映する比例項、過去の情報を反映する積分項、動向を予測する微分項の3つの動作を用いて制御する。実際の現場で約90%がこのPID制御を使用している。[3]

2.2.2 部分モデルマッチングと零点配置

部分モデルマッチングとは、分母のsの低次の方からマッチングさせて自由パラメータの値を決定する方法である。PID制御は3つのパラメータしか設定できないため、系の過渡応答に与える影響が大きいsの低次の項に着目した部分的補償である。さらに、定常応答の改善のため最終値定理から導かれる定常偏差をなくす補償方式を追加する。即ち特性方程式の低次元の部分を一致させる[2][4]。プラント、コントローラの伝達関数をそれぞれ(2.1)(2.2)とすると、

$$G_p = \frac{n_1s^2 + n_2s + n_3}{m_1s^3 + m_2s^2 + m_3s + m_4} = \frac{N(s)}{M(s)} \dots (2.1)$$

$$G_c(s) = \frac{K(s+\alpha)(s+\beta)}{s} \dots (2.2)$$

とすると、外乱D(s)に対する出力Y(s)の伝達関数は、

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1+G_p(s)G_c(s)} = \frac{N(s)s}{M(s)s+N(s)K(s+\alpha)(s+\beta)} \dots (2.3)$$

となる。式(2.3)のY(s)/D(s)の分母の解を

$s = -a \pm jb$, $s = -c \pm jd$ とし、Y(s)/D(s)とY(s)/R(s)は分母が等しく、ステップ、ランプ、加速度入力に対して、定常偏差をなくすように零点配置を行うと、入力に対する出力の伝達関数Y(s)/R(s)は

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{E(s)}{T(s)} \dots (2.4)$$

$$E(s) = (a^2 + b^2 + 4ac + c^2 + d^2)s^2 + 2(a^2c + b^2c + ac^2 + ad^2)s + a^2c^2 + b^2c^2 + a^2d^2 + b^2d^2$$

$$T(s) = s^4 + 2(a+c)s^3 + (a^2 + b^2 + 4ac + c^2 + d^2)s^2 + 2(a^2c + b^2c + ac^2 + ad^2)s + a^2c^2 + b^2c^2 + a^2d^2 + b^2d^2$$

となる。この値を用いてシミュレーションをし、それぞれ求めた

a, b, c, d, の値を決定し、式(2.3)(2.4)の s^i ($i = 0, 1, 2$)の係数が各々等しいとして連立方程式を作り、これによりコントローラ(2.2)のK, α , β を決定する。

3. シミュレーション

3.1 シミュレーションの方法

基準温度 25 におけるディーゼルポンプの動特性を、コントローラを

$$G_p(s) = \frac{5.498s^2 + 4.007e2s - 4.444e5}{s^3 + 93.72s^2 + 9.520e3s + 1.214e5} = \frac{B(s)}{A(s)} \dots (3.1)$$

$$G_c(s) = \frac{K(s+\alpha)(s+\beta)}{s} \dots (3.2)$$

とすると、外乱に対する出力Y(s)/D(s)の分母は4次式のため、4つの解を極配置をして決定する。極配置は以下の4種の方法で行う。複数の値が求められるためオーバーシュートを29%以下に抑え、その中で整定時間が早いものを1つ選び、コントローラのK, α , β の値を決定する。

2組の共役な複素数とする。

4つの解を実数解のみとする。

4つの解を実数解のみで、支配極は重解とする。

支配極は実数の重解、残り2つをそれぞれ共役な複素数とする。

3.2 シミュレーションの結果

低次のsから部分モデルマッチングをするため、sの3乗の係数だけシミュレーションで得られる希望の応答の値と異なってしまう。そのためシミュレーションで得られた希望の応答と、結果的に得られた応答は異なったものとなった。極配置はコントローラの値である、 α , β が負の数になってしまい、コントローラを設定することができなかったが、図4.1のように、

において
は全て希望の応答よりも、オーバーシュートが大きく、振動的になるものの、整定時間が早くなっており制御はできていることが分かる。

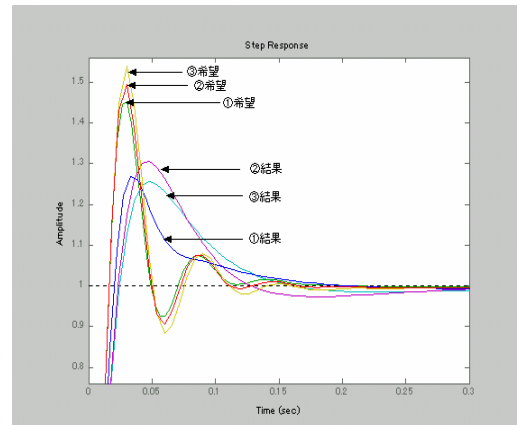


図3.1 希望の波形と結果的に得た波形

3.3 新たな極配置

結果的に得られた応答は、希望の応答よりもオーバーシュートがかなり大きく、整定時間が早くなっている。そのため、希望の応答を実現するためには、整定時間を多少犠牲にしてもオーバーシュートを抑える極配置を考える必要があると言える。今回はステップ、ランプ、加速度入力に対して、定常偏差をなくすように設定していたが、実際にはステップ、ランプ入力に対して定常偏差をなくすよう設定すれば充分であるため、加速度入力まで、ランプ入力まで、ステップ入力までにおいて定常偏差をなくすようにパラメータを設定して、比較してみることにする。そして、極の虚数部が大きすぎるので、これを抑える方法として、はじめ

から極を実数として与えてみる。与える4つの極は $s=-a$ 、 $s=-b$ 、 $s=-c \pm dj$ とする。この極配置の手法を とする。

4. 入力による定常偏差をなくすパラメーター設定

4.1 方法

各入力により定常偏差をなくすようにパラメーター設定を下記のように行い、比較してみる。このシミュレーションでは極配置を用いる。

ステップ入力まで定常偏差をなくすパラメーター

$T(s)$

$$= s^4 + 2(a+c)s^3 + (a^2 + b^2 + 4ac + c^2 + d^2)s^2 + 2(a^2c + b^2c + ac^2 + ad^2)s + a^2c^2 + b^2c^2 + a^2d^2 + b^2d^2$$

$$= s^4 + ws^3 + xs^2 + ys + z$$

$$H_2(s) = z$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{H_2(s)}{T(s)} \quad \dots(4.1)$$

ランプ入力まで定常偏差をなくすパラメーター

$$H_3(s) = ys + z$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{H_3(s)}{T(s)} \quad \dots(4.1)$$

4.2 結果

s の3乗をマッチングさせることができないため、やはり波形を完全に一致させることはできなかった。しかし、ステップ入力まで、ランプ入力まで定常偏差をなくす

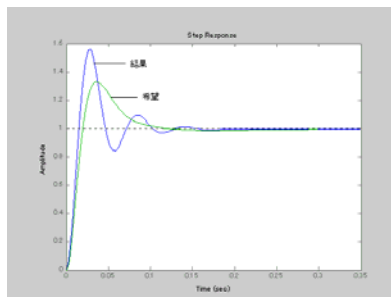
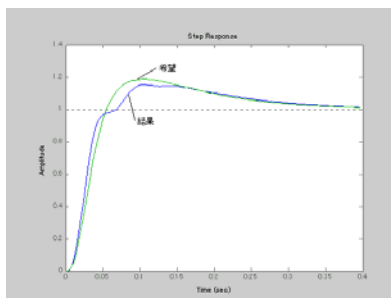


図4.1 加速度入力まで

くすようパラメーター設定したもでは、ほぼ同等の波形を得ることができた。

実際では加速度入力がされることはなく、ステップ、ランプ入力において定常偏差をなくせば十分であるため今後はランプ入力まで定常偏差をなくすようにパラメーター設定を行っていく。

図4.2 ランプ入力まで

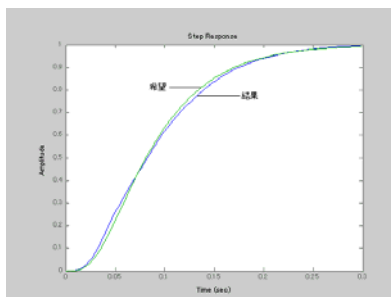


5. 極配置の比較

5.1 準支配極の定義

複数の極で最も応答に影響を与える極は支配極だということが分かっている。しかし、支配極を一定に保ったまま他の極を変化させるとやはり応答は変わってしまう。そのため支配極の次に応答に影響を与える2番目に実部の小さい極を準支配極と定義する。

図4.3 ステップ入力まで



5.2 極の範囲

支配極、準支配極、残りの2つの極に範囲を設けることにより、極配置 ~ において同等の条件の中でシミュレーションをし、比較できるようにする。系の応答に影響を最も影響を与える極を支配極、次に影響を与える極を準支配極、そして残りの2つの極

をその他の極 P1、P2 とした時、それぞれの極の範囲を以下のようにする。

- 10 支配極の実部 15
- 30 準支配極の実部 35
- 70 その他の極 P1 の実部 80
- 80 その他の極 P2 の実部 90

支配極と準支配極、その他の極 P1、P2 が共役な複素数であった場合、

- 20 共役な支配極と準支配極の実部 25
- 20 共役な支配極と準支配極の虚数部 25
- 75 共役なその他の極の実部 85
- 75 共役なその他の極の虚数部 85

5.3 結果

図は極配置における希望の応答の波形と結果的な応答の波形を比較したものである。極配置はコントローラーを設計できなかったものの、極配置は全て同等な整定時間とオーバーシュートが得られた。

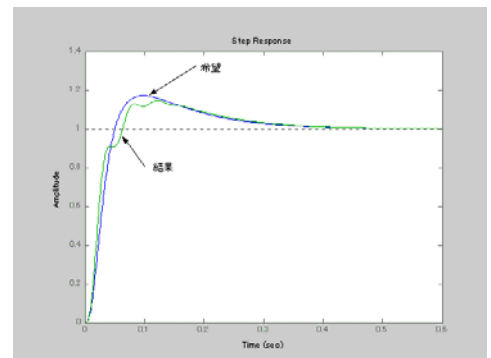


図 5.1 極配置の希望の波形と結果的に得られた波形

5.4 考察

極配置の表 5.1 希望の極と結果的に得られた極

4つとも希望の応答と比べ、結果的に得られた応答は振動成分を含む波形になっている。これは結果的に得られた極と希望の極の違いが影響していると思われる。表は極を比較したものである。支配極はほぼ同等な値であり、準支配極も許容範囲であるが、その他の極2つの値が大きく異なっている。そして、波形が振動成分を含むのは、その他の極2つが影響を与えていると言える。

	希望の極	結果的に得られた極
支配極	-11	-11.687
準支配極	-35	-23.247
その他の極	-85+85j	-27.295+140.486j
その他の極	-85-85j	-27.295-140.486j

極の実数部が負側に大きくなると減衰性が向上し、極の虚数部が大きくなると振動的になる。つまり、その他の極の虚数部が波形を振動的にさせる原因だと言える。

6. おわりに

本研究では5つの極配置のうち、極配置 が最も有効な極配置だと言える。なぜならば、5つのうち極配置 が最もオーバーシュートが小さくなるためである。つまり、通常要求される、ランプ応答までの入力に対し定常偏差をなくすよう制御する場合、部分モデルマッチングを用いてパラメーター設計を行う際には、本研究で採用された極配置が有効であるといえる。

参考文献

- [1]細江繁幸・荒木光彦、朝倉書店、制御系設計 H 制御とその応用
 - [2]KATSUHIKO OGATA, Prentice Hall, MODERN CONTROL ENGINEERING Fourth Edition
 - [3]須田信英、朝倉書店、PID制御
 - [4]岩井善太・石飛光章・川崎義則、朝倉書店、制御工学
- *MATLABはthe MathWorks社の登録商標