ファジイ制御による倒立振子の制御

２０００MM０９４　都築信陽　　　２０００MM０５５　水野陽介
指導教員　高見勲

１　はじめに（目的と動機）

エキスパートシステムとしての認識が高いファジイ制御について研究をする。ファジイ制御の理論を考え MATLAB の Simulink を使ってシミュレーションする。最終的に如何に安定して制御するかを、倒立振子（倒立振子モデル５０５）を利用して検討する。さらに今後のファジイ制御の簡素化について考察する。

２　ファジイ制御とは[２]

ファジィ制御はＩＦ～ＴＨＥＮ～という文章の形でいくつかのルールを用意し、そのルールに基づいて制御を行なう。ファジィ制御がいわゆる制御理論と決定的に違う点は、厳密なモデル化が不要というところである。ＩＦ－ＴＨＥＮルールは「こうなったときはどうする」という形式のルールの集合であり人間の作業員が機械を操作するときの知識を利用して制御を行なう。次に頑健性があげられる。実際のファジィ制御では多数のＩＦ～ＴＨＥＮルールを使って制御を行っている場合がある。その際、ルールはお互いに重なり合った条件をカバーしているのでルールの一部が完全でなくても、残ったルールがある程度カバーするので、不適切な動作を取ることはなくある程度精度が落ちても動作を続けることができる。

３　制御対象の倒立振子５０５

下図が今回の制御対象が倒立振子である。人間が手のひらで傘を立てる状態によく似ている。倒立振子は単独では不安定であり、これを制御により安定化させることを目的とする。

図１　倒立振子５０５

４　倒立振子に対するファジイ制御

倒立振子を使ってのファジイ制御を考えるにあたって、ファジイ制御の利点を考えてみる。倒立振子を従来の制御理論を使って制御系を構築する上で以下の３項目を実施して厳密な数学モデルを導出するが必要である。

・力学に基づいて運動方程式を求める。
・平衡点近傍（直立状態）で線形化する。
・重さや重心長などのパラメータを計測する。

このモデルを制御系設計アルゴリズムに代入し制御則を決定する。しかし、ファジイ制御を使って倒立振子を安定させる場合、人間の棒立てのノウハウをファジイコントローラに反映し、「目標位置で振子が倒れない」制御を行なうことを目的としていり、またルールベースの制御理論であるのでこれらの厳密のモデルは不要で単純である。

５．１　ファジイルールの倒立振子への応用[３]

振子を直立させることに注目すると、その際のノウハウは「振子が右（左）に倒れたら手を右（左）に動かす」といった簡単なものである。これを　If ～ then　ルールで表すと

If θ is Positive then u is Positive
（u は直接操作量）

となる。実際には、制御対象倒立振子５０５の変数は

①振子の位置 θ
②振子の速度 $\dot{\theta}$
③スライディングロッドの位置 x
④スライディングロッドの速度 $\dot{x}$

の４つの状態変数が与えられる。しかし、変数が４種類あるとファジイルールは複雑になる。ファジイルールを変数に付き要素を５個用意すると $5^4 = 625$ 通りのルールができてしまう。ルールの数を制限するため今回はアームの位置 θ_1 とスライディングロッドの位置 x をファジイ制御の変数とする。下の θ は振子の鉛直角からの角度である。またスライディングロッドの位置は x で表している。なお、ここでの θ が　Positive　である場合には次の３つの状態が考えられる。

①θ　が　Positive　で x が　Positive
②θ　が　Positive　で x が　Zero
③θ　が　Positive　で x が　Negative

また　Positive　とは[プラス]であることをいう。物理的には、①は振子がさらに倒れる方向にある $(x > 0)$ ②は静的に傾いている状態 $(x = 0)$ ③は振子が直立状態（θ＝０の近傍）に向かっていると考えられる $(x < 0)$。このような振子系の挙動にしたがって、モーターに与えるエネルギーも考えなくてはならない。

①②では $u=$　Positive、③では、

$u =$ Zero とすればよい。θ_1 が Zero、Negative の場合も同様の手順で設定でき、このときのルールの数は、振子の位置 5 通り(Negative Big, Negative Small, Zero, Positive small, Positive Big)×スライディングロッドの位置 5 通り(Negative Big, Negative Small, Zero, Positive small, Positive Big)で合計２５通りになる。

５．２　知識の修正[１]

抽出したオペレータの定性的な知識を、さらに実機に合わせて修正を行なう。残る問題は、

①入力メンバシップ関数の決定
②出力メンバシップ関数の決定
③ルールの修正

である。これらの設定は以下に示す。

[Step１]　入力メンバシップ関数の決定

振子の動作領域を振子の最大移動角±0.66 と設定し、その間を均等分割する三角型メンバシップ関数を PB、PS、ZR、NS、NB のように設定する。（図２）

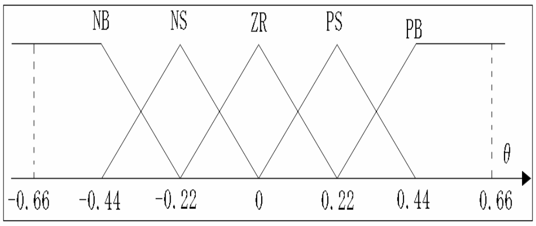

図２　入力メンバシップ関数

[Step２]　出力メンバシップ関数の決定

三角型のメンバシップ関数を用いて、入力の０を ZR、最大値、最小値の５０％程度を PB、NB とし、残りのラベル均等分配する。

[Step3]　知識の粗い設定

Step１で設定したメンバシップ関数に基づいて、位置と角度のピーク点に相当する状態に対して出力の設定を行なう。この設定は、Zero、Positive、Negative 程度の大雑把のものでよい。（表１）

表１　ファジイルール

	NB	NS	ZR	PS	PB
NB	PB	PS	PS	PS	0
NS	PB	PS	PS	0	NS
ZR	PB	PS	0	NS	NS
PS	PM	0	NS	NM	NS
PB	0	NS	NS	NS	NB

[Step４]　知識の修正

Step３で設定した Positive、Negative に対して、Step２で設定したラベルを割り付ける。原則として、ZR ラインからの絶対値が大きいほど、大きいラベルを貼り、ルール候補群を作成する。

[Step５]　ルールの確定

シミュレーションあるいは実験により、それぞれの特性を評価し使用するルールを決定する。この際 Step２で設定した動作領域の修正を行なう。

[Step６]　入力メンバシップ関数の修正

振子の位置のメンバシップ関数はそのままにして、スライディングロッドのメンバシップ関数を調整する。

[Step７]　出力メンバシップ関数の修正

局所的な動作改善のため、出力メンバシップ関数の修正を行なう。

６．１　ファジィ理論を組み込んだブロック線図

次にシミュレーションを行なう。そのために、ファジィ制御を用いたブロック線図を作る。５で求めた倒立振子５０５の状態方程式からブロック線図を作り入力の部分をファジィ理論に置き換えると下図のように示される。

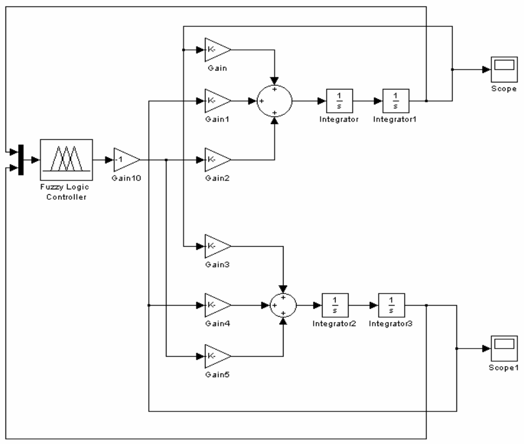

図３　θ と x の２入力によるブロック線図

図の中の Fuzzy Logic controller とは、Fuzzy Logic tool box という MATLAB（Simulink）のブロック線図に中にファジイ理論を取り込むソフトである。この図では x と θ の２入力にしてある。Fuzzy Logic controller の中にはファジィ関数が定義されている。この中に様々なファジイ理論をいれてシミュレーションを行なうことができる。

６．２　出力結果

θ の出力シミュレーション結果を以下に示す。

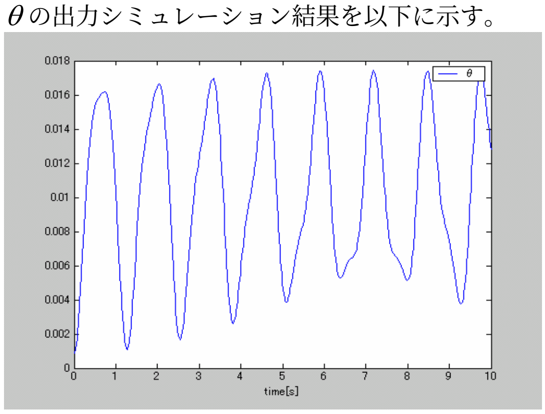

図４　θ の出力

上図にあるようにリミットサイクルの波形が得られた。θ と X は、ともに原点０付近で振動していることが分かる。

７　シミュレーションの考察

今回のシミュレーション結果は収束することは出来なかったがリミットサイクルという形で波形が現れた。

また問題点としてはゲインが高く、比例制御であるために振動的になってしまったという点である。振子の角度θとスライディングロッドの位置xを独立変数としたために原点を超えてから次の制御に移り（つまり微分項を考慮しなかったために原点に振子が近づいたときにブレーキがかからない）リミットサイクルの波形が出力されたと考えられる。倒立振子という不安定な対象を目標値に安定させるためには微分項の角速度を考慮する必要がある。

８　課題

このシミュレーションの課題として以下の 3 つをあげてみた。このことについては次項で取り組んでいる。

① 独立変数として振子の角度θとスライディングロッドの位置xを使用したが、フィードバックを取り込んだ制御アルゴリズムにするため、振子の角速度$\dot{\theta}$ を考慮してシミュレーションしてみる。
② 全て二等辺三角形で表されているメンバシップ関数を様々な形に変化させてシミュレーションをしてみる。
③ ルールの数を減らしても制御可能か考察する。

①はリミットサイクルの波形を解消するために微分項をいれてルールを作り直す。ただし、独立変数を３つに増やすことは望ましくない。これはファジイ制御は単純であるという点が他の制御に比べての利点であるからである。変数を増やすことによりルール数がべき乗に増え複雑になってしまうので、角度θと、角速度$\dot{\theta}$ を変数とすることが望ましい。

②は現在のファジイ制御のメンバシップ関数は二等辺三角形が主流であるが釣鐘型や台形、他の形の三角形など様々な形に変化させ出力を比較し、どの形が一番ふさわしいかを考察する。

③はファジイ制御では他の制御理論との有利性を考え、単純であるということが望ましいのでルール数を減らすことによっても制御可能かをシミュレーションし考察する。

１０　ファジイ理論を組み込んだブロック線図

６．１のブロック線図の入力はθとxであったが今回は課題により入力をθと微分項である$\dot{\theta}$ の２入力にしてある。これにより、リミットサイクルが解消されると考えられる。

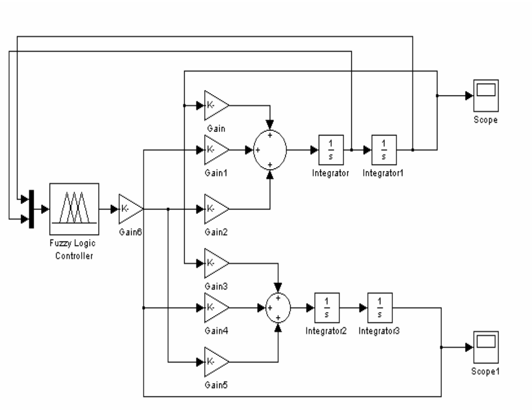

図５　θと$\dot{\theta}$ の２入力によるブロック全図

１１　ルールの決定とメンバシップ関数の決定

前節と同様にルールとメンバシップ関数を決定する。入力の独立変数、振子の角度θと振子の角速度$\dot{\theta}$ を考慮してルールとメンバシップ関数を決定する。ルールにおいては振子が原点０に向かっているときにブレーキがかかるようにすることが必要である。また、メンバシップ関数は最初、二等辺三角形で構成し、後に修正する。

１２　シミュレーションの出力結果

入力θ、$\dot{\theta}$ による出力結果を以下に示す。

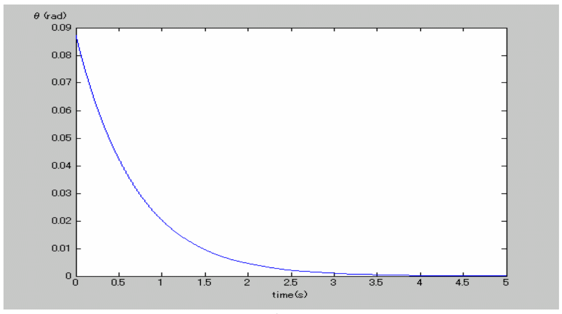

図６　入力θ、$\dot{\theta}$ による出力結果

図のように目標値に収束している。オフセット、オーバーシュートが共にゼロであり限りなく完全に近い波形が出力された。この結果を元にしてメンバシップ関数を変形しどのようにしたら安定するかを考察する。

１３　修正後のメンバシップ関数の出力結果

下図のようにθの入力メンバシップ関数を中心に近づけ、$\dot{\theta}$ の入力メンバシップ関数を中心から離した。これにより収束がはやくなり、またブレーキが強くかかるようになる。

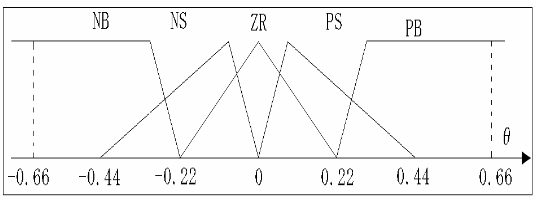

図７　θメンバシップ関数の修正後

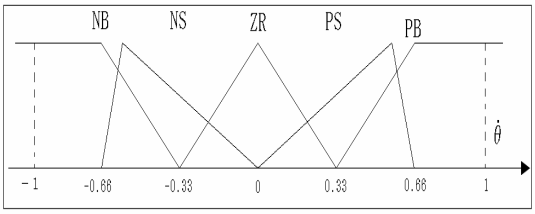

図８　$\dot{\theta}$ のメンバシップ関数の修正後

このときのθの結果を以下に示す。

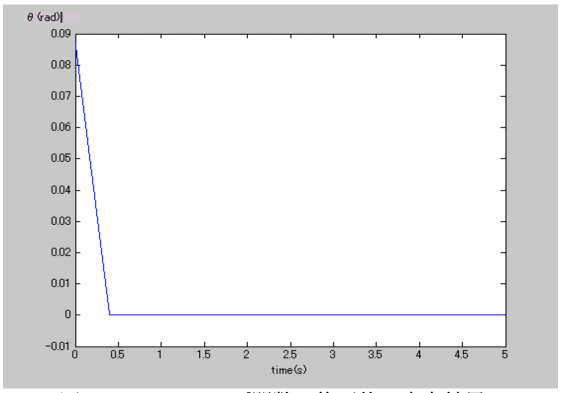

図９　メンバシップ関数の修正後の出力結果

図のように整定時間がとても早くなっていることが分かる。一番大きな違いは整定まで滑らかな波形であったのに対して、目標値まで一直線線に向かっていることがわかる。また、オーバーシュート、オフセット共に０である。

１４　メンバシップ関数の変形による出力結果

今まではメンバシップ関数は一般的である三角形型を使用したが他に釣鐘型や台形型など様々な形を試した。このシミュレーション結果を１種類載せた。

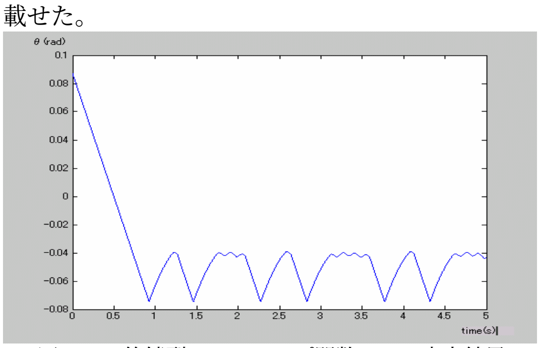

図１０　釣鐘型メンバシップ関数による出力結果

１５　シミュレーションの考察

このように三角より良い波形が出力されなかった。またメンバシップ関数の調整が複雑になってしまう点もあり三角型が適していると考えられる。

１６　ルール数の変化による出力の変化

本研究ではルールの数を５つ（NB,NS,ZR,PS,PB）で表したがルール数を減らして３つでシミュレーションを行ってみた。その結果３つでは3^2＝９通りのルールになるのでルールの決定には簡潔で望ましいが思ったような制御性は求めることができなかった。そのときの出力結果を以下に載せた。

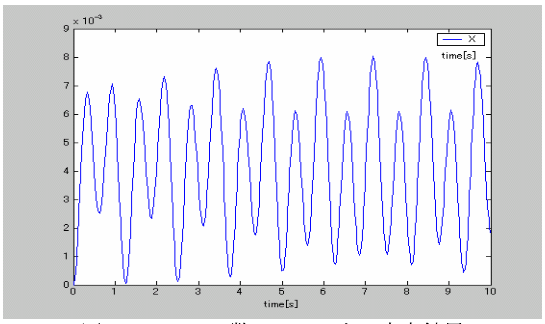

図１１　ルール数３つのときの出力結果

またルール数を増やすことも検討したがルール数を７つに増やすことにより$7^2=49$通りにもなり複雑になってしまうので望ましいとはいえないので省略した。

１６　結論

本研究によりファジイ制御による倒立振子の制御は予想以上によい結果が得られた。他の制御理論と比べても調整が簡単な上に制御性も十分に得られることがわかる。

またファジイ制御を行なう場合には、状態変数が増えるとルール数が非常に多くなるという点と、ダイナミクスを考慮する必要があるためパラメータ調整が非常に困難となるという点があり、いかに知識を整理し有効なルールを設計するかという点が鍵となることがわかる。この倒立振子が完全に安定するためには、①振子の位置、②振子の速度、③スライディングロッドの位置、④スライディングロッドの速度、の４つの変数がありそれぞれの変数を{NB,ZR,PB}の３つの言語で表す場合3^4＝８１個のルールを構成する必要があり容易ではないことが分かる。またそれぞれを{NB,NA,ZR,PS,PB}の５つに分けた場合は5^4＝６２５通りものルールができるため、困難が予想される。制御対象の特性をふまえつつ、ファジイの有効性を考え、ルールの簡素化、洗練化が必要である。

本研究で得られた主要成果は以下の４つである。

①ファジィ制御でも倒立振子の制御が十分可能である。

②倒立振子５０５のルール数は５つが望ましい。

③メンバシップ関数の型は制御性や調整のしやすから三角型が望ましい。

④倒立振子５０５に対してメンバシップ関数の形は１３で示したような形が望ましい。

参考文献

[１]菅野道夫“ファジイ制御”日刊工業新聞社

[２]田中一男“応用化をめざす人のためのファジイ理論入門”ラッセルブックス

[３]寺野寿朗“実用ファジイ制御技術”電子情報通信学界