

むだ時間一次遅れ系に対する外乱応答指定 PID 調整法

2000MM021 石黒 裕士

指導教員 高見 勲

1. はじめに

一般に化学プラントには複数の制御ループがあり、これらの多くは PID 制御で制御されており、化学プロセスにおける PID 制御目的のほとんどは外乱制御である[1]。ここでは、参考文献[2]で示されたむだ時間+積分系に対する外乱応答指定 PI 調整法をむだ時間+一次遅れ系へ拡張する。この一次遅れ系の形式は制御論では最もポピュラーな形であり、多くの制御プロセスに対応でき、この拡張により幅広い分野に応用でき、ここでこの研究の意義を示す。さらに、この考え方を PI 制御より良好な制御性能が得られる PID 制御にも拡張した。

2. 考え方

化学プラントにおいてはプラント特性と制御目的に合わせて次の様な調整法で考える。

A: 制御対象のステップ応答をとり、その形から得られる遅れと時定数に対してある評価基準に基づいて求められた最適な係数を流用する方法。

B: 制御対象を伝達関数モデルで表し、それを用いて得られる制御応答が規範モデルに一致するように PID パラメータを決める方法。

ここで、方法 A の制御対象の特性を得る容易さと方法 B の制御性能を規範モデルとして直接与えることの有用性を統合した実用的な PI 調整法を提案する。それは、最大の大きさの外乱がステップ状に入力されたときの制御量の応答が、極力振動がなくかつ許容される制御量のピーク値以下となるように PI パラメータを求めるものである。

外乱が入力された時の応答を希望の応答にする、つまり、ステップ外乱入力の大きさと制御量ピーク値との比を指定するパラメータを δ とする。この値を変更しながらその時の応答曲線をプロットし性能を検証する。さらに、ピーク値を指定できる範囲に限界があることを示す[2]。

3. むだ時間一次遅れ系に対する PI および PID 調整法

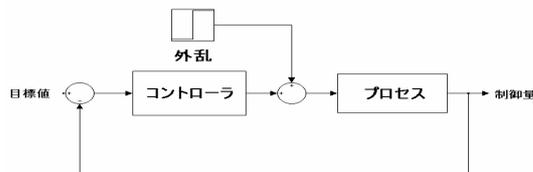


図1 制御ループ

図1の制御ループにおいて想定される外乱が入力されたときに制御量が自分の希望する応答を示すように PI、PID パラメータを決定する。ここではそれを外乱応答指定 PI 調整法、PID 調整

法と呼ぶことにする。今回は図1のプロセス $P(s)$ を一次遅れ系へコントローラを PID へ拡張することを試みた。

伝達関数は一次遅れ+むだ時間でモデル化される。

$$P(s) = \frac{K_q}{1+T_q s} e^{-Ls} \quad (1)$$

PI、PID コントローラはそれぞれ下式で与えられる。

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (2.1)$$

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \quad (2.2)$$

閉外乱から制御量への伝達関数は下式となる。

$$G_d(s) = \frac{P(s)}{1+P(s)C(s)} \quad (3)$$

これは3次系となるので、望ましい応答を与える規範モデルを次のようなクリティカルダンピング2次標準系で与える。

$$G_m = \frac{\delta s}{(\tau s + 1)^3} \quad (4)$$

ここで、1とした外乱が入力された時ピーク値をとすると、 δ 、 τ 、 e の関係は下式となる。

$$\delta = \eta \tau e \quad (5)$$

δ は目標とする応答特性を決定するパラメータである。ここで、 $G_d = G_m$ となるようにパラメータマッチングさせ、規範モデルの時定数の2次方程式が導出され、その2次方程式を解くことにより PI パラメータを求めると、

$$K_c = \frac{(T_q + L) \left(\frac{2\tau + L}{\tau^2 + 2\tau L}\right) - 1}{K_q} \quad (6)$$

$$T_i = \eta \tau e \left(1 + \left(\frac{e}{2} - 1\right) \frac{L}{\tau}\right) K_c \quad (7)$$

次に同じ方法で PID パラメータを求めると、

$$T_i = -\frac{L}{T_q L} \tau^2 + 2\tau + L \quad (8)$$

$$T_d = \frac{\tau^2 + 2\tau L - 2\tau T_q - 2\tau L - T_q L - L^2 + T_i T_q + T_i L}{T_i} \quad (9)$$

$$K_c = \frac{T_q T_i}{K_q \tau^2} \quad (10)$$

と求めることができる。

この得られたPIDパラメータを用いて、シミュレーションを行うと、Fig.1の波形を得られる。

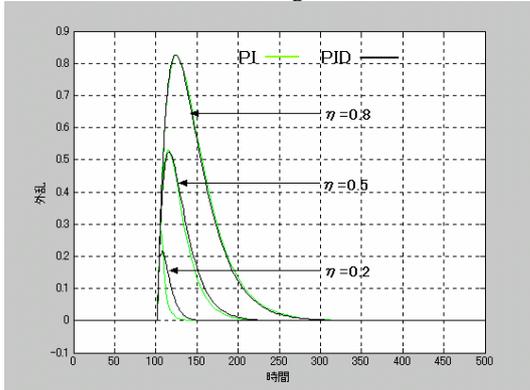


Fig.1 外乱応答指定PI, PID調整法

Fig.1は、むだ時間一次遅れ系に対しステップ外乱1を入力する。時間の単位は(秒)とし100秒後に外乱が入力される。 $T_q = 10$ 秒、 $L = 2$ とし、 $\eta = 0.8, 0.5, 0.2$ とした時のPI調整法とPID調整法の波形を比較したグラフである。

4. 外乱応答指定PI調整法の安定性

Fig.1を見てわかる様に η の値を低くしていくと次第に不安定になる。Fig.2の様に $\eta = 0.1$ まで小さくすると不安定になり、 η に安定限界があることがわかる。

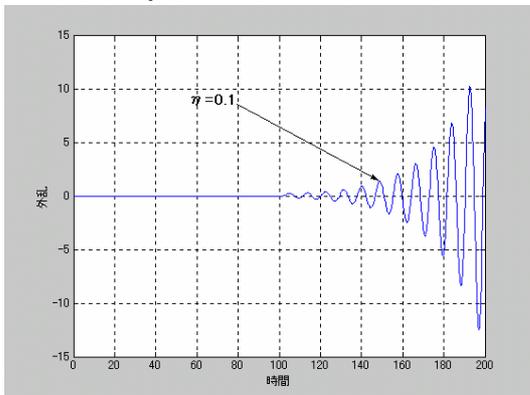


Fig.2 $\eta = 0.1$ とした時の外乱応答指定PI調整法

ここで、ナイキスト安定判別を用いて η の限界値を以下の手順で求める。

- 1) シミュレーションでおおよその η の限界値を求める。
- 2) 限界値周辺の値のPIDパラメータを求める。
- 3) 一巡伝達関数 $G(s)$ を計算し、 $G(j\omega)$ を求める。
- 4) $G(j\omega)$ の虚部=0となる ω をもとめる。
- 5) 求めた ω を実部へ代入し
 - ・実部 > -1 ならば安定、実部 < -1 ならば不安定となる。
 - ・実部 $= -1$ となる時安定限界が導出される。

これより $\eta = 0.1099$ とした時安定限界であることが数値的に求められる。

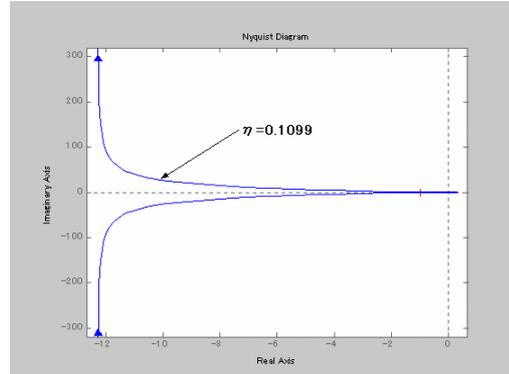


Fig.3 安定限界時のナイキスト線図

Fig.3は η が安定限界値時のナイキスト線図である。実軸とちょうど-1で交わっていることがわかる。

5. 考察

一次遅れ系への拡張や、PID制御への拡張にしても、ほぼ満足できる結果を出すことができた。また、Fig.1よりPID制御は η が減少してもPI調整法に比べて狂うことなく制御されている。 $\eta = 0.2$ の時を見れば明らかであるが、これによりPID制御の性能を高く評価することができ、予想通りの満足いく結果を得ることができた。

6. おわりに

| | 参考文献[3] | 本文 |
|--------|---------|------------|
| 対象プロセス | むだ時間+積分 | むだ時間+一次遅れ系 |
| 制御則 | PI制御 | PI制御、PID制御 |

表1 拡張事項

本論文では今までプロセスがむだ時間+積分系にまでとどまっていたものを最も適応性の高いモデルであるむだ時間+一次遅れ系に拡張することにより化学プロセスをはじめとして、外乱に対する制御量の変動範囲の上限が与えられるPID制御系の設計に幅広く活用が期待できる。また、PI制御からPID制御に拡張することにより、より性能の良いコントローラを設計できることを実現させた。また今後の課題として、従来から知られている他の制御方式との関係を明らかにすることや、比較することが挙げられる。

参考文献

- [1] 藤原敏勝 布川了 小河守正: リレー解説「PID制御」第5回 PID制御のエンジニアリング; 計測と制御, Vol.37, No.5, pp.362-368 (1998)
 - [2] 布川了 松山久義: システム制御情報学会論文誌, Vol.14, No.12, pp.561-567 (2001)
- * MATLAB/Simulink は米国 the Math Works 社の登録商標