入試監督者自動割当システム作成の研究

2000MM068 小川 留里　　2000MM105 山本 佳奈

指導教員　鈴木 敦夫

1　はじめに

現在, 南山大学一般入試における監督者の割当は, ほぼ手動で行われている. そして 5 日間の監督者を割当てるために, 時には事務職員の方々が 3 日間夜を徹して作業を行っている. また, これだけの労力を費しているにもかかわらず, 不完全な割当を行ってしまうこともある. 本研究では, この割当問題を線形計画法の問題として定式化し, PC 上の数理計画ソフトウェアを用いて解法を考案する.

南山大学入試課は監督者の割当を行う際, まず, あるコンピュータプログラムを用いて教員のみを自動的に割当てる. そしてその結果を確認して, 教員の割当条件に適合するように手動で修正を行う. その後, 事務職員・大学院生の割当を同じく手動で行っている. 教職員・大学院生を全て割当てた後, さらに修正が必要ならば再度手動で行う. しかし割当てる際には, 諸々の条件, 例えば外国人教員に対しては「言語面などで不自由のない日本人教員とペアにする」などがあり, 現行のシステムでは自動で行うことが不可能である. そのため, 最終的な割当を確定するまでには多大な時間を要している.

さらに新たな条件として, 瀬戸キャンパスの教員の中に 1 日 3 回の割当希望者が出るなど, 対応できない条件が出始めている. そこで本研究では, これらの条件に柔軟に対応した自動割当システムを考案し, 実用化することを目的とする.

2　入試監督者割当問題

2.1　問題の説明

一般入試は 1 日 3 時限, 計 5 日間行われる. 5 日間で使用する試験室は体育センター A〜F, 1, 2 を含め 74 室あり, 各試験室には必要な監督者数が決まっている. 監督者は役割によって責任者と助手に分けられ, 各試験室には必ず 1 人の責任者が必要である. また体育センターに関しては, A〜F, 1, 2 に必要な監督者とは別に全体の責任者が必要である.

228 名の教職員については, 5 日間で行う監督回数と監督に入ることが不可能な時限, 試験室の責任者や「体育センター全体」の責任者になれるか, 1 日 3 回監督に入ることが可能か, というデータが与えられている. 責任者と助手に関しては, 責任者になることが可能な教職員は助手にもなれることに注意する. また外国人教員は, 言語面などで不自由のない日本人教員と必ずペアにして割当てる. しかし, 外国人教員は助手にしかなれないので, 可能な限り, 責任者になることが可能な日本人教員とペアにする. 各外国人教員に対しては, ペアになることが可能な日本人教員のデータも与えられている.

また, 5 日間で必要な監督者数のうち, 教職員のみでは補うことができない回数を大学院生が担当する. 大学院生は助手のみ可能である. そして各大学院生に対しては, 監督に入ることが不可能な時限がデータとして与えられているが, 5 日間で行う監督回数は決まっていない.

2.2　問題の分割

この割当問題は各教職員を各試験日・時限・試験室に割当てるため, 問題が大規模・複雑になる. そこで, 解法を簡単にするために, 以下のように問題を 3 段階に分割した.

第 1 段階　各試験日に監督者を割当てる.

第 2 段階　各試験日の各時限に監督者を割当てる.

第 3 段階　各試験日の各時限の各試験室に監督者を割当てる.

大学院生は, 教職員を試験室に割当てた後に割当てる.

これらの各段階をネットワークで表現し, 束条件付き輸送問題として定式化する. ここでは小問題のネットワークを**図 1** に示す. これらのネットワークには, 以下の条件が反映されている. 外国人教員に対しては, 他の教職員にはない割当条件があるため, 制約が強くなる. そこで, 外国人教員に対する各枝の 1 単位あたりのコストを一番低くする. また, 前述したように, 責任者になることが可能な教職員は助手として監督に入ることも可能である. しかし, 助手のみ可能な教職員を先に割当て, 足りなければ責任者になることが可能な教職員を助手として割当てたい. そこで各試験日・時限・試験室の助手に対する枝と責任者に対する枝の 1 単位あたりのコストに差をつける. さらに各枝の容量については, 各教職員が各試験日・時限に行うことができる監督回数と, 各試験日・時限・試験室に必要な監督者数を用いる. また, 体育センターについては全体の責任者も必要である. そこで, A〜F, 1, 2 とは別に,「体育センター全体」を 1 つの試験室として考え, 試験室は全部で 75 室とする.

3　定式化

3.1　束条件付き輸送問題

流れの問題において, いくつかの枝の流量の和に対して上限を定めるという形に定式化される問題がある. そのような問題を束条件付き流れの問題という ([1], pp.131-132). 本研究では輸送問題として扱うため, 束条件付き輸送問題とする.

3.2　3 段階共通の定義

3 段階共通の定義を以下のように定義する.

記号の定義

I ：ノード全体の集合　$(h, i, j \in I)$

I_1 ：教職員の集合　$(I_1 \subset I)$

I_{11} ：責任者になることが可能な教職員の集合
I_{12} ：助手のみ可能な教職員の集合　$(I_{11} \cup I_{12} = I_1)$
E ：枝の集合
p_{ij} ：各枝の容量　$((i,j) \in E)$
c_{ij} ：各枝の 1 単位あたりのコスト　$((i,j) \in E)$
s ：流れのソース　$(s \in I)$
t ：流れのシンク　$(t \in I)$
q ：流量
K ：外国人教員の集合　$(K \subset I_{12})$
∂V_i^+ ：i から出ていく枝の集合　$(i \in I)$
∂V_i^- ：i に入る枝の集合　$(i \in I)$

変数の定義

x_{ij} ：i から j への流量　$((i,j) \in E)$

3.3　3 段階共通の定式化

目的関数

$$\sum_{(i,j)\in E} c_{ij} x_{ij} \longrightarrow \min \tag{1}$$

制約式

$$\sum_{(i,j)\in\partial V_i^+} x_{ij} = \sum_{(h,i)\in\partial V_i^-} x_{hi}\,, \quad i \in I - \{s,t\} \tag{2}$$

$$\sum_{(s,j)\in\partial V_s^+} x_{sj} = \sum_{(i,t)\in\partial V_t^-} x_{it} = q \tag{3}$$

$$0 \le x_{ij} \le p_{ij}\,, \quad (i,j) \in E \tag{4}$$

3.4　第 1 段階の記号の定義

λ ：試験日　$(\lambda = 1,2,3,4,5)$
a_i ：教職員 i が 5 日間で行う監督回数　$(i \in I_1)$
M_λ ：試験日λに必要な試験室の責任者数
N_λ ：試験日λに必要な試験室の助手の人数
$l_{\lambda k}$ ：試験日λに外国人教員 $k(\in K)$ とペアになる候補者のうち, 責任者可能な教員が集まるノード
$L_\lambda = \{l_{\lambda k} \mid k \in K\}$
$r_{\lambda k}$ ：試験日λに外国人教員 $k(\in K)$ とペアになる候補者のうち, 助手のみ可能な教員が集まるノード
$R_\lambda = \{r_{\lambda k} \mid k \in K\}$
J ：試験日のノードの集合
$J = \{j_\lambda \mid \lambda = 1,2,3,4,5\}$
$b_{\lambda k}$ ：試験日λに外国人教員 $k(\in K)$ と, その外国人教員とのペアが決定した教員が集まるノード
$B_\lambda = \{b_{\lambda k} \mid k \in K\}$
$U_\lambda = \{u_{\lambda 1},\, u_{\lambda 2},\, u_{\lambda 3}\}$
$u_{\lambda 1}$ ：試験日λにおける「体育センター全体」の責任者候補の教職員が集まるノード
$u_{\lambda 2}$ ：試験日λにおける試験室の責任者のうち, 外国人教員のペア相手として割当てられない教職員が集まるノード
$u_{\lambda 3}$ ：試験日λにおける試験室の助手のうち, 外国人教員とそのペア相手以外の教職員が集まるノード

3.5　第 1 段階の定式化

3.3 節の式 (1)-(4) に加えて以下の制約を示す.

$$\sum_{(i,j)\in\partial V_i^+} x_{ij} = a_i\,, \quad i \in I_1 \tag{5}$$

$$x_{kb_{\lambda k}} = x_{l_{\lambda k} b_{\lambda k}} + x_{r_{\lambda k} b_{\lambda k}}\,, \quad k \in K, \quad \forall\lambda \tag{6}$$

$$x_{u_{\lambda 2} j_\lambda} + \sum_{k\in K} x_{l_{\lambda k} b_{\lambda k}} \ge M_\lambda\,, \quad \forall\lambda \tag{7}$$

3.6　第 2 段階の記号の定義

μ ：時限　$(\mu = 1,2,3)$
a_i^λ ：教職員 i が試験日λに行う監督回数　$(i \in I_1)$
$M_{\lambda\mu}$ ：試験日λの時限μに必要な試験室の責任者数
$N_{\lambda\mu}$ ：試験日λの時限μに必要な試験室の助手の人数
$l_{\mu k}$ ：時限μに外国人教員 $k(\in K)$ とペアになる候補者のうち, 責任者可能な教員が集まるノード
$L_\mu = \{l_{\mu k} \mid k \in K\}$
$r_{\mu k}$ ：時限μに外国人教員 $k(\in K)$ とペアになる候補者のうち, 助手のみ可能な教員が集まるノード
$R_\mu = \{r_{\mu k} \mid k \in K\}$
J ：時限のノードの集合
$J = \{j_\mu \mid \mu = 1,2,3\}$
$b_{\mu k}$ ：時限μに外国人教員 $k(\in K)$ と, その外国人教員とのペアが決定した教員が集まるノード
$B_\mu = \{b_{\mu k} \mid k \in K\}$
$U_\mu = \{u_{\mu 1},\, u_{\mu 2},\, u_{\mu 3}\}$
$u_{\mu 1}$ ：時限μにおける「体育センター全体」の責任者候補の教職員が集まるノード
$u_{\mu 2}$ ：時限μにおける試験室の責任者のうち, 外国人教員のペア相手として割当てられない教職員が集まるノード
$u_{\mu 3}$ ：時限μにおける試験室の助手のうち, 外国人教員とそのペア相手以外の教職員が集まるノード

3.7　第 2 段階の定式化

3.3 節の式 (1)-(4) に加えて, 試験日 λ について以下の制約を示す.

$$\sum_{(i,j)\in\partial V_i^+} x_{ij} = a_i^\lambda\,, \quad i \in I_1 \tag{8}$$

$$x_{kb_{\mu k}} = x_{l_{\mu k} b_{\mu k}} + x_{r_{\mu k} b_{\mu k}}\,, \quad k \in K, \quad \forall\mu \tag{9}$$

$$x_{u_{\mu 2} j_\mu} + \sum_{k\in K} x_{l_{\mu k} b_{\mu k}} \ge M_{\lambda\mu}\,, \quad \forall\mu \tag{10}$$

3.8　第 3 段階の記号の定義

ν ：試験室　$(\nu = 0,1,\cdots,74)$
$\nu = 0$: 体育センター全体
$a_i^{\lambda\mu}$ ：教職員 i が試験日λ・時限μに行う監督回数 $(i \in I_1)$
$M_{\lambda\mu}^\nu$ ：試験日λ・時限μ・試験室νに必要な責任者数
$N_{\lambda\mu}^\nu$ ：試験日λ・時限μ・試験室νに必要な助手の人数
l_k ：外国人教員 $k(\in K)$ とペアになる候補者のうち, 責任者可能な教員が集まるノード

$L = \{l_k \mid k \in K\}$

r_k : 外国人教員 $k(\in K)$ とペアになる候補者のうち, 助手のみ可能な教員が集まるノード

$R = \{r_k \mid k \in K\}$

J : 試験室のノードの集合

$J = \{j_\nu \mid \nu = 0, 1, \cdots, 74\}$

$B_\nu = \{b_{\nu 1},\ b_{\nu 2}\}$

$b_{\nu 1}$:「体育センター全体」以外の試験室における責任者のうち, 外国人教員のペアとして割当てられない教職員が集まるノード

$b_{\nu 2}$:「体育センター全体」以外の試験室における助手のうち, 外国人教員とそのペア相手以外の教職員が集まるノード

3.9 第 3 段階の定式化

3.3 節の式 (1)-(4) に加えて試験日 λ・時限 μ について以下の制約を示す.

$$\sum_{(i,j) \in \partial V_i^+} x_{ij} = a_i^{\lambda\mu}, \quad i \in I_1 \tag{11}$$

$$x_{kj_\nu} = x_{l_k j_\nu} + x_{r_k j_\nu} \tag{12}$$

$$k \in K, \quad \nu = 1, 2, \cdots, 74$$

$$x_{b_{\nu 1} j_\nu} + \sum_{l_k \in L} x_{l_k j_\nu} \geq M_{\lambda\mu}^{\nu} \tag{13}$$

$$\nu = 1, 2, \cdots, 74$$

4 実行結果

以上の 3 問題を数理計画ソフトウェア What's Best! 7.0 を用いて解く. アルゴリズムはシンプレックス法を用いる. 今回は 2004 年度の模擬データを用いて割当を行う. 実行結果の一部と計算時間を**表 1**, **表 2** に示す. 使用した計算機は EPSON DIRECT Endeavor で, クロック数は 2.80GHz, OS は Windows XP Professional である. 167** は職員番号を表す.

試験室名	2 日目・1 時限目			
	責任者	助手 1	助手 2	助手 3
体・全	167**	–	–	–
EB1	125**	552**	院生	院生
E34	136**	院生	–	–
H13	109**	175**	–	–

表 1 実行結果

段階	計算時間 (1 回分)	問題数	合計
第 1 段階	6	1	6
第 2 段階	4	5	20
第 3 段階	14	15	210
計			236

(単位：秒)

表 2 計算時間 (入出力の時間を除く)

表中の EB1 などは試験室名, 体・全は「体育センター全体」を表している. また日本人教員 109** は外国人教員 175** のペア候補の一人である.

5 考察

5.1 手法の適用範囲

本研究では, 入試監督者割当問題をネットワークで表現し, 束条件付き輸送問題として定式化して, システムを考案した. そこで, この手法の適用範囲について考える. ここでは, 時間割作成の問題について考察する.

大学の時間割作成は大部分が手作業で行われている. しかし, 作成するためには様々な条件があり, 完成するまでに多大な時間を要している. そこで, 本研究の手法を適用できないか考える.

グループ化した学生と教員を各曜日・時限ごとに分けた後, 学生のグループと教員をペアにして講義に割当てるようにネットワークを作図する. このネットワークには以下の条件が反映されている. 各時限において, 学生の必修科目の講義が重複しないようする. また教員には, 希望日程と担当することが可能な講義があり, 各時限に 2 個以上の講義を担当しないようにする. さらに, 各講義は週に 2 回以上重複しないようにする. 現段階では, 使用する教室と受講人数について考慮していない. しかし, これらの条件を踏まえ, 本研究と同じ手法を用いることによって, 時間割作成システムを実用化することが可能になると考える.

5.2 整数解

本研究では各枝の容量制約に加えて 2 種類の束条件を付け, 解法には束条件付き輸送問題を用いた. 通常の輸送問題では必ず整数解が得られることは知られているが, 束条件付き輸送問題では必ずしも整数解が得られるとは限らない. しかし今回の実行では, 整数制約がないにもかかわらず, 全て整数解を得ることができた. そこで, 本研究で考案したシステムにおいて, 必ず整数解を得ることができるかを考察する.

整数解を得るための必要条件として, 完全ユニモジュラ性がある. 完全ユニモジュラ性とは, 制約条件の係数行列において, 全ての小行列の行列式が 0, 1, −1 のいずれかの値を取るという性質である [2]. この性質があると, 全ての変数において整数解を取ることが知られている. そこで, 本研究の割当問題の小問題を作成し, 完全ユニモジュラ性が成立しているかを確かめる. 第 1, 2 段階は同じ形のネットワークを用いているため, 第 1 段階のみを考える. その結果, ある小行列の行列式が −2 であるという反例が見つかった. そのため第 1 段階は完全ユニモジュラ性が成立していなかった. また第 3 段階についても同様に行った結果, 反例が見つかり, 完全ユニモジュラ性が成立していなかった. そのことから, 整数解が得られた背後には完全ユニモジュラ性以外の理由があると考えられる.

今回考案したシステムでは整数解が得られる証明はできなかった. そのため, 今年度以降の割当の実行におい

て整数ではない解が見つかる可能性がある．しかしその際には, 束条件に関係している変数に対するコストに差をつけることで改善できると考えられる．

6　おわりに

本研究では, 様々な割当条件に柔軟に対応しながら, 作業時間も考慮した自動割当システムを作成することを目的とした．そして, 今年度の模擬データで割当を実行した結果, 5 日間の割当を自動で, さらに約 4 分で行うことができるようになった．

今後, 割当条件の変化などによって, 本研究において考案したシステムでは対応仕切れない問題が生じる可能性がある．しかし, このシステムが改善の参考になるならば幸いである．また, 同様の手法を用いて様々な問題を解くことが可能であると考える．第 5 章で考察した時間割作成などのシステムを今後も検討していきたい．

謝辞

本研究を進めるにあたり, 多大な助言を頂き, また熱心に御指導下さいました南山大学数理科学科の鈴木敦夫教授に深く感謝いたします．また, 情報を提供してくださいました南山大学入試課の方々にも深く感謝します．

参考文献

[1] 伊理正夫, 古林隆：ネットワーク理論, 日科技連出版社, 東京 (1976).

[2] 山本芳嗣：2 時間,2 秒, そして . . . 何宙年 , http://infoshako.sk.tsukuba.ac.jp/~yamamoto/su-semi.pdf .

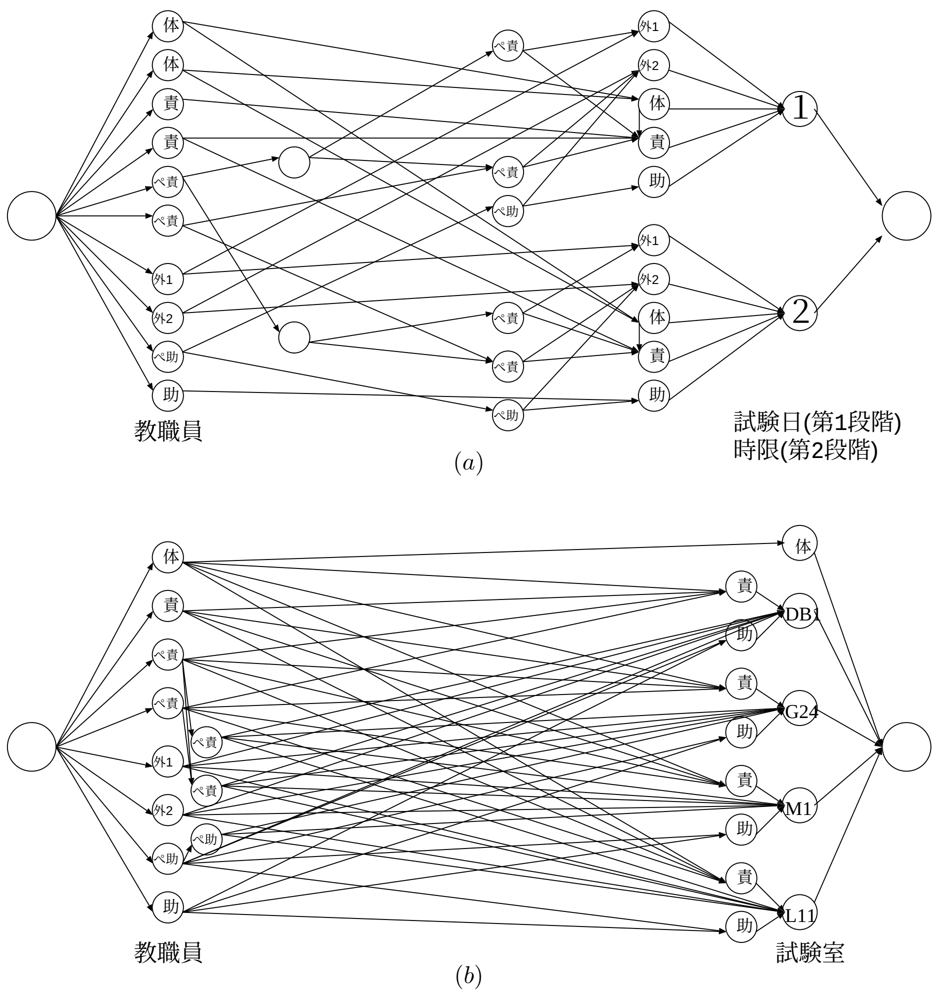

図 1　割当のネットワーク

(a)：第 1, 第 2 段階のネットワーク　　(b)：第 3 段階のネットワーク
ペ責：ペア相手のうち, 責任者になることが可能な教員
ペ助：ペア相手のうち, 助手のみ可能な教員