コンビニエンスストアにおけるおにぎりの最適発注量

2000MM012 東原史浩　　2000MM076 斉藤篤志

指導教員　澤木勝茂

1　はじめに

現在コンビニエンスストアは、多くの人々の生活に密着しているといえる。そのコンビニエンスストアの売り上げ向上に、リピーターの確保は欠かすことのできないポイントである。そこで陳腐化商品の充実とバランスを考えるため、これまでの需要データをもとに、売れ残りと、品切れの発生を可能な限り小さくする最適発注政策について考察する。

2　アプローチ

本論文は期待利益の最大化と期待損失の最小化を目的としたおにぎりの最適発注量を求めることである。しかし、それを考える前に、季節や曜日、天候など、どんな環境条件の時、おにぎりの需要が大きくなるかを捉える必要がある。

2.1　論文の構成

本論文で使用したおにぎりの販売データは、某コンビニエンスストアの 2002 年度におけるものである。また、おにぎりの需要について、月ごとの季節変動があるかどうかを 30 日移動平均を用いて調べ、90 日移動平均を用いて春・夏・秋・冬ごとの季節変動があるかどうかを調べた。その結果、おにぎりが一番売れるのは「夏」であることがわかった。そこで、本論文では、需要が一番大きい「夏」の需要分布を用いて、第 3 章で利益を最大にする経済発注量の考察を行ない、第 4 章で費用を最小にする経済発注量の考察を行う。

3　利益最大化モデル

新聞売り子の問題を用いて一日の経済発注量を考える。店で販売しているおにぎりは 20 種類で、それぞれ値段も異なり需要量にも差があるため加重平均法を用いて、平均原価や平均利益を求めて以下のモデルについて考えていくことにする。

3.1　モデル 1

このモデルでは、おにぎりが 1 個売れると a 円のもうけになり、1 個売れ残ると原価 b 円の損失になるとする。

- 変数
  a:おにぎりが 1 個売れたときのもうけ
  b:おにぎりが 1 個売れ残ったときの損失
  x:発注量
  y:需要量
  $E(x)$:期待利得
  $p(y)$:需要分布
  $e(x,y)$：利益

需要は確率変数で、その需要分布を p(y) とすれば、発注量が x、需要量が y の時の利益 $e(x,y)$ は

$$e(x,y) = \begin{cases} ay - b(x-y) & (x \geq y \text{ のとき}) \\ ax & (x < y \text{ のとき}) \end{cases} \tag{1}$$

と与えられる。この場合は、需要は確率変数であるので、需要分布 p(y) に対して、発注量 x の時の期待利得 $E(x)$ は

$$E(x) = \sum_{y=0}^{\infty} e(x,y)p(y) \tag{2}$$

であるから、式 (1)、(2) より

$$E(x) = \sum_{y=0}^{x}[ay - b(x-y)]p(y) + \sum_{y=x+1}^{\infty} axp(y) \tag{3}$$

また $E(x)$ を最大にする経済発注量 x_{opt} は

$$x_{opt} = \begin{cases} E(x) - E(x-1) \geq 0 \\ \\ E(x+1) - E(x) \leq 0 \end{cases} \tag{4}$$

の解である。$a, b, p(y)$ を用いた経済発注量 x_{opt} は

$$x_{opt} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{a}{a+b} \\ \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \frac{a}{a+b} \end{cases} \tag{5}$$

となる。

3.1.1　数値計算

加重平均[*1]を用いてそれぞれ平均原価・平均利益を計算する。その結果、平均原価は 78.098 円、平均利益は 33.784 円となった。$a = 33.784, b = 78.098$ であるから

$$\frac{a}{a+b} = \frac{33.784}{78.098 + 33.784} = 0.302 \tag{6}$$

よって、表 1 から x_{opt}=3 となる。
以上から経済発注量は 3 単位である。したがって経済発注量は 146 個である。

[*1] 1：種類ごとの年間販売個数にそれぞれの原価をかけて、各々の和を計算する。利益についても同様な計算を行う。
2：各々の和を全体の年間販売個数でそれぞれ割る。
3：以上のことを行って、加重平均原価と加重平均利益を計算したものである。

表 1　2002 年度における夏の販売個数

夏の販売個数				
単位数	販売範囲 (個)	日数	割合 (%)	累積 (%)
1	98〜114	9	9.78	9.78
2	114〜130	17	18.48	28.26
3	130〜146	11	11.96	40.22
4	146〜162	18	19.57	59.79
5	162〜178	14	15.22	75.26
6	178〜194	7	7.61	82.26
7	194〜210	8	8.7	91.32
8	210〜226	5	5.43	96.57
9	226〜242	1	1.09	97.84
10	242〜258	2	2.16	100.00

3.2　モデル 2

このモデルでは品切れでおにぎりを買わずに店を出て行った客、何種類かおにぎりは残っていたが自分の好みのものがなく、他の商品に移った客などを考慮して経済発注量を考える。

- 変数
  a:おにぎりが 1 個売れたときのもうけ
  b:おにぎりが 1 個売れ残ったときの損失
  c:おにぎり 1 個についての機会損失費用
  d:別の商品に移行したときのもうけ
  x:発注量
  y:需要量
  $E(x)$:期待利得
  $p(y)$:需要分布
  $e(x,y)$:利益
  α:お客が別の商品へ移る確率

発注量が x、需要量が y の時の利益 $e(x,y)$ は

$$e(x,y)=\begin{cases} ay-b(x-y) & (x\geq y\ ) \\ ax & (x\leq y\ ) \\ d\ \alpha\ (y-x)-c(1-\ \alpha)(y-x) & (x+1\leq y\ ) \end{cases} \tag{7}$$

となる。このとき期待利得 $E(x)$ は

$$E(x)=\sum_{y=0}^{x}[ay-b(x-y)]p(y)+\sum_{y=x}^{\infty}axp(y)$$
$$+\sum_{y=x+1}^{\infty}[d\ \alpha\ -c(1-\ \alpha)(y-x)]p(y) \tag{8}$$

となる。

また $E(x)$ を最大にする x_{opt} は

$$x_{opt}=\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x}p(y)\leq\frac{a+d\ \alpha\ -c(1-\ \alpha)}{a+b+d\ \alpha\ -c(1-\ \alpha)} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x}p(y)\geq\frac{a+d\ \alpha\ -c(1-\ \alpha)}{a+b+d\ \alpha\ -c(1-\ \alpha)} \end{cases} \tag{9}$$

となる。ただし、$0<\frac{a+d\ \alpha\ -c(1-\ \alpha)}{a+b+d\ \alpha\ -c(1-\ \alpha)}<1$ となるためには、$a<a+b$ より、条件 $a+d\ \alpha>c(1-\ \alpha)$ が成り立つ必要がある。

3.2.1　数値計算

α、c、d の値を変化させて $\frac{a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}{b+a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}$ の値を計算する。α が増加するとき、$\frac{a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}{b+a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}$ の値と計算に使用した c、d の値がどのように関係しているかを調べるため、それらを $c=d=0$ のとき、c と d が平均利益の半分として $c=d=16.892$ のとき、c と d が平均利益と同じとして $c=d=33.784$ のとき c と d が平均利益の 2 倍として $c=d=67.568$ のときというように場合分けし、計算する。

3.2.2　考察

$c=d$ かつ c、d が共に増加するとき、$\frac{a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}{b+a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}$ の値がとりえる範囲が大きくなっていく。従って、機会損失費用が高くなるにつれて、その分を他の商品の利益で補うことはリスクが高いと考えられる。また、経済発注量 x_{opt} は変化しやすく不安定であるとする。
$c<d$ かつ c・d が共に増加するとき、$\frac{a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}{b+a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}$ の値がとりえる範囲が大きくなっていく。従って、機会損失費用が高くなるにつれて、その分以上の利益を他の商品の利益で得ようとすることは、$c=d$ の時よりもリスクが高いと考えられる。また、経済発注量 x_{opt} が一層不安定となって変化しやすいと言える。
$d=0$ かつ c が増加するとき、$\frac{a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}{b+a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}$ の値がとりえる範囲が大きくなっていく。従って、機会損失費用が高くなるにつれて、その分を他の商品の利益で全く補うことができない場合、経済発注量 x_{opt} が不安定となって変化しやすいと言える。
$c>d$ かつ c・d が共に増加するとき、$\frac{a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}{b+a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}$ の値がとりえる範囲はあまり変わらない。しかし、範囲の幅は大きいと言える。従って、機会損失費用が高くなるにつれ、その分を少しでも他の商品の利益で補おうと試みても、経済発注量 x_{opt} は不安定なままであると言える。
以上のことから α が高くなるとき、それぞれの場合分けによる、経済発注量が不安定になる要素を導くことができた。今後 c や d を考慮しながら経済発注量を求めるとき、$\frac{a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}{b+a+c(1-\alpha)-d\ \alpha}$ の値のとりえる範囲が最小となるように、c や d を調べなくてはならない。

4　コスト最小化モデル

4.1　モデル 1

このモデルでは在庫維持費、発注費、人権費などは考慮せず、仕入れ費用と機会損失費用に着目する。そこで新聞売子の問題を用いてコストを最小化する経済発注量を算出し研究を進めていく。またこのモデルは後に扱うモデル 2、モデル 3 の基礎モデルとなっている。

- 変数
  a:おにぎり 1 個の原価
  b:おにぎり 1 個の機会損失費用 $(a < b)$
  x:発注量 (単位)
  y:需要量 (単位)
  $p(y)$:需要分布
  $t(x,y)$:コスト
  $T(x)$:期待コスト

発注量が x、需要量が y のときのコスト $t(x,y)$ は

$$t(x,y) = \begin{cases} ax & (x > y \text{ のとき}) \\ ax + b(y-x) & (x \leq y \text{ のとき}) \end{cases} \tag{10}$$

で与えられる。よって期待コスト $T(x)$ は

$$T(x) = \sum_{y=0}^{\infty} t(x,y)p(y) \tag{11}$$

である。式 (10)、(11) より

$$T(x) = \sum_{y=0}^{x-1} axp(y) + \sum_{y=x}^{\infty} [ax + b(y-x)]p(y) \tag{12}$$

となる。次に $T(x)$ を最小にする経済発注量 x_{opt} は

$$x_{opt} = \begin{cases} T(x) - T(x-1) \leq 0 \\ T(x+1) - T(x) \geq 0 \end{cases} \tag{13}$$

の解である。よって経済発注量 x_{opt} は

$$x_{opt} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{b-a}{b} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \frac{b-a}{b} \end{cases} \tag{14}$$

の解である。条件 $a < b$ より、$0 < \dfrac{b-a}{b} < 1$ が成立する。

4.1.1　数値計算

加重平均法を用いて $a = 78.098$ と設定し、$a < b$ より $b = 100$、150、200 としてそれぞれの経済発注量を算出し、単位当たり 16 個であることを考慮して期待コストを算出する。

4.1.2　考察

結果から機会損失費用を上げるにつれて期待コストも上がることが明確となった。また b=200 のとき期待コストは 8000 円を上回り、3 つのコスト最小化モデルの中で最大の期待コストである。モデル 1 は仕入れ値以外のコストとして機会損失費用のみを考えているため、機会損失費用を上げるにつれて経済発注量も上がる結果となった。

4.2　モデル 2

このモデルではモデル 1 に引き続き新聞売子の問題を用いてコスト最小化モデルについて研究を進める。考えるコストは原価と機会損失費用に加え廃棄商品を販売することで得られるコスト削減の要素である。ただし廃棄商品を販売する際、その商品は完売すると仮定して経済発注量を算出する。そしてその結果について考察していく。

- 変数
  a:おにぎり 1 個の原価
  b:おにぎり 1 個の機会損失費用 $(a < b)$
  c:おにぎり 1 個の処分価格 $(a > c)$
  x:発注量 (単位)
  y:需要量 (単位)
  $p(y)$:需要分布
  $t(x,y)$:コスト
  $T(x)$:期待コスト

発注量が x、需要量が y のときのコスト $t(x,y)$ は

$$t(x,y) = \begin{cases} ax - c(x-y) & (x > y \text{ のとき}) \\ ax + b(y-x) & (x \leq y \text{ のとき}) \end{cases} \tag{15}$$

で与えられる。よって期待コスト $T(x)$ は

$$T(x) = \sum_{y=0}^{x-1} [ax - c(x-y)]p(y) + \sum_{y=x}^{\infty} [ax + b(y-x)]p(y) \tag{16}$$

となる。従って、経済発注量 x_{opt} は

$$x_{opt} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{b-a}{b-c} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \frac{b-a}{b-c} \end{cases} \tag{17}$$

の解である。条件 $c < a < b$ より、$0 < \dfrac{b-a}{b-c} < 1$ が成立する。

4.2.1　数値計算

加重平均法を用いて $a = 78.098$ と設定し、$a < b$ より $b = 100$、150、200、$a > c$ より $c = 20$、40、60 としてそれぞれの経済発注量を算出し、単位当たり 16 個であることを考慮して期待コストを算出する。

4.2.2 考察

b=100、c=60 とした場合、期待コストが 6000 円を下回る結果となった。この数字は 3 つのコスト最小化モデルの中で最小の期待コストである。また廃棄商品はすべて設定された処分価格で販売されると仮定しているため、機会損失費用に関係なく処分価格が高いほど経済発注量も多くなる結果となった。期待コストも同様に機会損失費用に関係なく処分価格が高いほど高い値となった。

4.3 モデル 3

このモデルではモデル 1、モデル 2 に引き続き新聞売子の問題を用いてコスト最小化モデルについて研究を進める。考えるコストはモデル 2 と同様であるが、廃棄商品を販売する確率 α を考える点が異なる。モデル 2 と同じく廃棄商品を販売する際、その商品は完売すると仮定して経済発注量を算出する。そしてその結果について考察していく。

- 変数
  a:おにぎり 1 個の原価
  b:おにぎり 1 個の機会損失費用 ($a < b$)
  c:おにぎり 1 個の処分価格 ($a > c$)
  α:廃棄商品を販売する確率 ($0 < \alpha < 1$)
  x:発注量 (単位)
  y:需要量 (単位)
  $p(y)$:需要分布
  $t(x,y)$:コスト
  $T(x)$:期待コスト

発注量が x、需要量が y のときのコスト $t(x,y)$ は

$$t(x,y) = \begin{cases} (1-\alpha)ax + \alpha[ax - c(x-y)] & (x > y \text{ のとき}) \\ ax + b(y-x) & (x \leq y \text{ のとき}) \end{cases} \tag{18}$$

で与えられる。よって期待コスト $T(x)$ は

$$T(x) = \sum_{y=0}^{x-1}\{(1-\alpha)ax + \alpha[ax - c(x-y)]\}p(y) + \sum_{y=x}^{\infty}[ax + b(y-x)]p(y) \tag{19}$$

となる。従って、経済発注量 x_{opt} は

$$x_{opt} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{b-a}{b-\alpha c} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \frac{b-a}{b-\alpha c} \end{cases} \tag{20}$$

の解である。条件 $c < a < b$、$0 < \alpha < 1$ より、$0 < \dfrac{b-a}{b-\alpha c} < 1$が成立する。

4.3.1 数値計算

加重平均法を用いて $a = 78.098$ と設定し、$a < b$ より $b = 100$、150、200、$a > c$ より $c = 20$、40、60 とする。また $\alpha = 0.1$〜0.9 としてそれぞれの経済発注量を算出し、単位当たり 16 個であることを考慮して期待コストを算出する。

4.3.2 考察

$\alpha = 0.1$ から $\alpha = 0.3$ の場合、機会損失費用の違いによる経済発注量の差はない。このことは廃棄商品を販売する確率が 10 日間に 1 回、または 10 日間に 3 回というように状況がモデル 1 とさほど変わらないことに原因があると考えられる。また $\alpha = 0.4$ を越すと設定された機会損失費用の中で処分価格が高いところから順に経済発注量が大きくなっていくことが確認できる。その原因は α の値が大きくなるほどモデル 3 はモデル 2 へ近付くからである。$\alpha = 0.9$ とすると 10 日間に 9 回、廃棄商品を販売することになるので経済発注量が増えていくのは必然である。
次にコスト最小化モデル 1、2、3 を総合的に考察する。それぞれのモデルにおいて経済発注量を決定する際に用いた式の大小関係は $\frac{b-a}{b} < \frac{b-a}{b-(1-\alpha)c} < \frac{b-a}{b-c}$ となり、それぞれのモデルにおける結果と比較すると経済発注量の大小関係は確かに上式と同様にモデル 1 <モデル 3 <モデル 2 となっている。また期待コストはモデル 1 >モデル 3 >モデル 2 のように経済発注量とは逆の大小関係を示した。廃棄商品を販売することで期待コストを下げられることが確認できる。

5 おわりに

本論文を作成するにあたり、コンビニエンスストアにおけるおにぎりの需要は様々な条件に左右されることが明らかになった。そのため最適発注量を決定する際、販売日の条件を十分に考慮しなければならないことを確認することができた。また、機会損失、おにぎりとは別の商品に移行する確率、おにぎりとは別の商品に移行したときのもうけ、売れ残ったときの損失、廃棄商品を販売する確率、廃棄商品の処分価格などの変化による経済発注量、期待利益、期待コストの移り変わりの特徴を明確にすることができた。経済発注量について利益の最大化とコストの最小化という逆の観点から考察したわけだが今後の発注政策の参考になれば幸いであると考える。

5.1 謝辞

本論文を作成するにあたり、親切に質問に答えてくださった教授の方々、澤木研究室のみなさんに深く御礼申し上げます。また、2 年間ゼミナールを通して御指導していただきました澤木勝茂教授に深く感謝いたします。

参考文献

[1] 小和田 正、澤木 勝茂、加藤 豊、『OR 入門』: 実況出版、1984 年
[2] 水野幸男、『在庫管理入門』: 石川秀美堂、1974 年