丸善の在庫管理問題

2000MM003 坂野 豪彦　　2000MM071 奥谷 弘樹
指導教員　澤木 勝茂

1　はじめに

瀬戸キャンパスにおける丸善は学生の利用が多いので在庫を合理的に管理しなければならない. 在庫が少ないと品切れを起こし, 多すぎると過剰在庫になってしまい多くの費用がかかる. 費用を節約するために需要予測, 在庫管理, 数値計算をして最適発注量, 最小総コストを求める.

2　需要予測の方法

2.1　指数平滑法

指数平滑法 [2] は, 常に使用するファイルに長期にわたる需要実績の記録を保存しておく必要の無い移動平均法である。最初は今までの需要平均がいるものの, 次回からは今月の需要量と前月に求めた需要予測値に平滑化定数αというものをからませば求めることが出来る.. また, 傾向を加えないものを単純指数平滑法, 傾向を加えたものを指数平滑法と呼ぶことにする.

記号の説明

- t : 期間
- D_i : i 期の需要量
- α : 平滑化定数
- S : ある商品の需要推定値
- K : 傾向

2.2　定式化

単純指数平滑法とは今月の需要量と前月に求めた推定需要との一定の割合だけ前月に求めた推定需要量に加える。単純指数平滑法を定式化すると以下のようになる。

$$S_t = \alpha D_0 + \alpha(1-\alpha)D_1 + \alpha(1-\alpha)^2 D_2 \cdots$$

$$+\alpha(1-\alpha)^t D_t + (1-\alpha)^t (N\text{ 週間前の推定値}) \quad (1)$$

となる。また, 指数平滑法を定式化すると以下のようになる。

$$S_t = \bar{D}_t + \frac{1-\alpha}{\alpha}(K_t) \quad (2)$$

2.3　移動平均法

移動平均法は各品目の在庫記録から過去数ヵ月間の各月の需要実績からある決まった期間の平均より需要予測をするというやり方である. また, 傾向を加えないものを単純移動平均法, 傾向を加えたものを移動平均法と呼ぶことにする.

2.4　定式化

D_t,R_t をそれぞれ t 時の需要量, 単純移動平均値と定義して, ここ最近の N 期間の単純移動平均 (R_N) を求めると以下のようになる.

$$R_N = \frac{D_t + D_{t-1} + D_{t-2} \cdots + D_1}{N} \quad (3)$$

移動平均法による平均値は R_N に平均する期間の半分の期間にわたる傾向を加えたのだから, 移動平均法による平均値を $\bar{A}$ とすると,

$$\bar{A} = R_N + \frac{6R_N}{N(N+1)} \quad (4)$$

となる.

2.5　加重移動平均法

加重移動平均法とは今月の需要量が比較的新しい過去の需要量により依存するという考え方に基づく求め方である. よって新しいデータほどその重み β が大きくなる傾向にある.

2.6　推定

今回我々が研究した丸善の在庫管理は新しい需要量ほどその重みが重要になってくる. 定式化すると以下のようになる.

$$S = \frac{\beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 + \cdots \beta_N D_N}{\beta_0} \quad (5)$$

2.7　最小二乗法

最小 2 乗法とは, 集めてきたデータを元に回帰直線を求めて, 需要が時間に依存するという考えの予測方法である.

2.8　定式化

まず x と y という 2 変量のデータが獲られるとして x と y との間に $y = g(x)$ という関係があり, $g(x)$ は一般的に未知のものとする. この時ある x_0 の近傍では,

$$y = g(x_0) + (x - x_0)g'(x_0) \quad (6)$$

が近似的に成り立つと考えられる. よって 1 次式として $y = a + bx = A + B(x - \bar{x})$ を考えて,

$$L = \sum_{i=1}^{n} (y_i - A - B(x_i - \bar{x}))^2 \quad (7)$$

この L 式を A と B でそれぞれ微分して, 回帰直線の定式化を求めると以下のようになる.

$$y^* = A^* + B^*(x - \bar{x}) = a^* + b^* x \quad (8)$$

3 各品目ごとよる 12 月予測値

- E： 単純指数平滑法
- F： 指数平滑法
- G： 単純移動平均法
- H： 移動平均法
- I： 加重移動平均法
- J： 最小 2 乗法

とする

表 1 各品目ごとよる 12 月第 1 週の予測値

	E	F	G
レポートパッド	9.73	11.63	7.25
消しゴム	15.7	6.98	14.25
ルーズリーフ	18.54	17.11	18
キャンパスノート	4.99	5	4.75
シャープ	11.07	12.46	12.75

	H	I	J
レポートパット	10.7	8.01	6.37
消しゴム	17.1	14.83	29.243
ルーズリーフ	18.45	18.69	31.99
キャンパスノート	4.9	4.7	11.62
シャープ	16.1	12.4	16.9

3.1 各品目ごとの最適予測方法

ここでは各商品ごとの 10 月〜11 月までの誤差からもっとも適している予測方法を導く。それぞれの予測方法の 10 月〜11 月までの誤差合計は以下の通りである。ただ加重移動平均法はその予測方法の仕方から以下には載せることができなかった.

表 2 各商品ごとの 10 月〜11 月までの誤差

	E	F	G	H	J
レポート	21.54	16.46	16.1	15.25	19.35
ルーズ	99.78	47.95	15.2	23.85	186.99
消しゴム	60.15	36.42	27.1	35.87	192.67
ノート	25.56	19.85	3.8	12.80	83.57
シャープ	18.77	16.17	20.15	16.14	51.84

4 モデル 1

4.1 モデルの説明

在庫量が一定の在庫水準まで減ってきたら, その時期に一定量の発注を行うという発注点法を用いて考察する. 発注点が適切でないと品切れが起こったりするので品切れを防ぐためにも安全在庫と呼ばれる余分な量をあらかじめ加えておく. ペナルティコストも考慮して最適発注量, 最小総コストを求める.[1]

4.2 モデルの定式化

記号の説明

- Y：年間期待需要量
- b：需要量
- y：1 回の発注量
- R：発注点
- K：発注コスト (1 回あたり)
- h：在庫維持費用
- p：ペナルティコスト
- α：在庫不足の起こる確率
- $k(\alpha)$：安全係数
- $f(b)$：調達期間における需要 b の確率密度関数
- $C_1(h)$：在庫維持コスト
- $C_2(K)$：平均発注コスト
- $C_3(p)$：品切れコスト

ここで, 需要量 b は平均 μ_b, 分散 σ_b^2 の確率分布に従うものと仮定する. さらに R と α の間には,

$$R = \mu \cdot t + k(\alpha) \cdot \sigma\sqrt{t} \tag{9}$$

と考えることができる。また, 総コストは在庫維持コスト, 発注コスト, 品切れコストから構成されると仮定する. 在庫維持コスト $C_1(h)$ は,

$$C_1(h) = h\left(\frac{y}{2} + k(\alpha) \cdot \sigma\right) \tag{10}$$

となり, 発注コストは $C_2(K)$ は,

$$C_2(K) = \frac{Y}{y} \cdot K \tag{11}$$

となる. 品切れコスト $C_3(p)$ は,

$$C_3 = \frac{Y\bar{S}}{y}p \tag{12}$$

となり, 総コスト TC(C) は,

$$TC(y) = h\left(\frac{y}{2} + k(\alpha) \cdot \sigma\right) + \frac{Y}{y} \cdot K + \frac{Y\bar{S}}{y}p \tag{13}$$

となる. 総コストを最小にするような最適発注量 y は,

$$\frac{dTC(y)}{dy} = -\frac{YK}{y^2} + \frac{h}{2} - \frac{pY\bar{S}}{y^2} = 0 \tag{14}$$

を解いて得られる. 最適発注点, 最適発注量は,

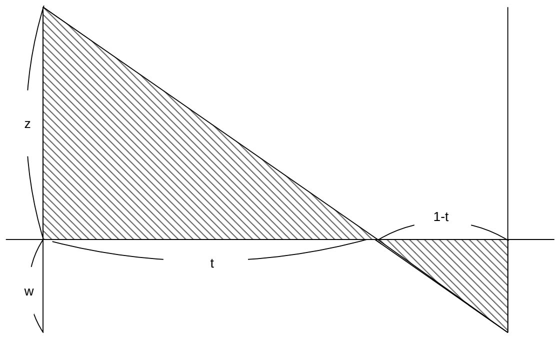
$$R^* = \mu + k(\alpha) \cdot \sigma \tag{15}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2Y(K + p\bar{S})}{h}} \tag{16}$$

となる.

5　モデル 2

5.1　モデルの説明



在庫不足の起こる確率 α を使わずに在庫が存在する時間と品切れ時間に使って時間に依存するモデルを考察する. 需要を一定と仮定する.

5.2　モデルの説明

最大在庫量を z, 最大品切れ量を w として三角形の相似の性質を使って在庫の存在する時間と品切れ時間を求めると,

$$t = \frac{z}{z+w}\ ,\ 1-t = \frac{w}{z+w} \tag{17}$$

となる. 在庫維持コスト $C_1(h)$ は,

$$C_1(h) = \frac{1}{2}\cdot\frac{z^2}{z+w}\cdot h \tag{18}$$

となり, 発注コスト $C_2(K)$ は,

$$C_2(K) = \frac{KY}{z+w} \tag{19}$$

となる. 品切れコスト $C_3(p)$ は,

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{w^2}{z+w}\cdot p \tag{20}$$

となり, 総コスト G(z,w) は,

$$G(z,w) = \frac{hz^2}{2(z+w)} + \frac{pw^2}{2(z+w)} + \frac{KY}{z+w} \tag{21}$$

となる.

最適な z^*,w^* を求めるために z,w の 1 次偏微分を 0 とおくと,

$$\frac{\partial G}{\partial z} = hz^2 + 2hwz - pw^2 - 2KY = 0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial G}{\partial w} = pw^2 + pzw - \frac{hz}{2} - KY = 0 \tag{23}$$

となり, 最適な z^*,w^* は,

$$z^* = -w + \sqrt{w^2 + \frac{(pw^2+2KY)}{h}} \tag{24}$$

$$w^* = -\frac{z}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{p}\left(\frac{1}{2}hz + KY\right)} \tag{25}$$

となる. 最適発注量は z^*+w^* になる.

6　モデル 3

6.1　モデルの説明

丸善では文房具以外の週刊誌などの陳腐化商品も扱っていることから, ここではその説明をする. まず扱う商品として, 学生が多く利用しているということから, 丸善の売れ筋商品であるジャンプ, マガジン, アルバイト情報誌などをの雑誌をとり上げ各品目の経済発注量を求める.

6.2　モデルの定式化

記号の説明

- a： 商品 1 個の売り値
- b： 商品が売れ残った時にかかる処分費
- X : X の実現値
- y： 発注量
- h : 商品維持費
- n : 年間発注回数
- k： 商品を発注するときにかかるコスト (運搬費など)
- p : 機会損失
- $P(x)$: 商品の需要分布

$X<y$ と $X \geq y$ に分けた店の期待売上は以下のようになる.

$$期待売上 = \begin{cases} aX - (\frac{2y-X}{2})h - nk - b(y-X) \\ ay - \frac{y}{2}h - nk - p(X-y) \end{cases} \tag{26}$$

$$E(y) - E(y-1) = -\,(h+b)\sum_{x=0}^{y\,-\,1} P(x)$$

$$-\,(a - \frac{h}{2} + p)\sum_{x=0}^{y-1} P(x) + a - \frac{h}{2} + P \tag{27}$$

$$\frac{a - \frac{h}{2} + p}{\frac{h}{2} + a + b + p} \geq \sum_{x=0}^{y-1} P(x) \tag{28}$$

また,

$$E(y+1) - E(y) = -\,(h+b)\sum_{x=0}^{y} P(x)$$

$$-\,(a - \frac{h}{2} + p)\sum_{x=0}^{y} P(x) + a - \frac{h}{2} + p \tag{29}$$

$$\frac{a - \frac{h}{2} + p}{\frac{h}{2} + a + b + p} \leq \sum_{x=0}^{y} P(x) \tag{30}$$

経済発注量を満たす式は以下のようになる.

$$\sum_{x=0}^{y-1} P(x) \leq \frac{a+p-\frac{h}{2}}{a+b+p+\frac{h}{2}} \leq \sum_{x=0}^{y} P(x) \qquad (31)$$

7 計算結果

モデル 1 の計算結果 (最適発注量)

α \ p	30	120	210
0.01	70.887238	92.176700	105.357496
0.08	81.799115	108.117441	129.180753
0.15	85.243978	118.284162	143.929671

モデル 1 の計算結果 (総コスト)

α \ p	30	120	210
0.01	3457.708581	4074.171162	4601.403013
0.08	3304.658772	4357.391807	5199.924275
0.15	3299.919197	4621.526563	5647.346923

モデル 2 の計算結果

	z^*	w^*	最適発注量	最小総コスト
p=10	34.00	85.01	119.01	1342.33
p=100	62.00	13.47	75.47	2470.40
p=200	66.00	6.97	72.97	2637.66

モデル 3 の計算結果

b \ p	10	40	100
5	0.8085	0.8301	0.8615
40	0.7037	0.7333	0.7777
100	0.5757	0.6111	0.6666

8 考察

需要予測では, 各商品の誤差を見比べたところ一番誤差が小さかったのは加重移動平均法で, 一番誤差が大きかったのは最小 2 乗法による予測方法だった. また, 単純指数平滑法も加重移動平均法とほぼ同じぐらいの誤差しか示してなく, 今回の研究を通しては最小 2 乗法以外の予測方法だったらある程度丸善の需要予測が出来ているということが分かった. ただ, 今回の研究に関しては単純指数平滑法・移動平均法・加重移動平均法は 2〜3ヵ月の丸善の需要量をもとにしたらそれほど誤差が現れなかった.

モデル 1 では, ペナルティコストがいかなる場合でも, 在庫不足の確率αが小さい場合の方が発注量が小さくなるという結果が得られた. この理由として発注量にペナルティコストを考慮したということが考えられる. αが大きくなると品切れ量 $\bar{S}$ は大きくなっていく.$\bar{S}$ が大きくなると発注量は大きくなる. つまりαが大きくなると発注量が大きくなる.

モデル 2 では, ペナルティコストが小さいときは在庫不足量が大きくなってしまうという結果が出た. これはペナルティコストが小さいので品切れが多く起こったほうが全体の総コストは小さくなることを意味している. 総コストだけを考えるならペナルティコストは小さくしていくべきである. しかし, 在庫量が少なく品切れ量が大きくなってしまう。丸善の場合には品切れ量が大きいというのは客の信頼を考えても不適切である. 在庫不足の確率は考慮していないのでペナルティコストは大きくして品切れ量を小さくしていくべきである。

モデル 3 では, 陳腐化商品の需要量のデータ数があまりにも少なかったために分布の状況がほぼ横一線になってしまった商品もあった. 正確な商品の分布を求めることができなかったために経済発注量も信頼性に乏しくなった.

9 おわりに

丸善の需要予測ではその中でも我々が最適だと考えた指数平滑法より過去の需要傾向を加えない単純指数平滑法が優れていた. その理由として考えられるのは需要量の変動が激しい商品はどうしてもその需要傾向を加えることで本来予測すべき需要量から大きく外れてしまうと考えられる.

モデル 1 では, 在庫不足の確率αとペナルティコスト p を変動させて商品の最適発注量, 最小総コストを求めた. また, モデル 2 でもペナルティコストを変動させた. 丸善のペナルティコストと学生の信頼度についてもっと深くその因果関係について調べれば, より面白い研究ができたと思う.

モデル 3 の特徴としては他のモデルよりも, 過去の売り上げ頻度が経済発注量に大きく依存することが上げられる. 今回のように過去の需要データ数が少ないと, 正しい答えを導くことが大変困難になるからである. ただ、まとまった過去の需要データを得られる商品ならばこのモデルは信頼性を高く持つことができるモデルということがわかった.

今後の課題として, 需要量のデータの入手, ペナルティコストと客の信頼度の因果関係が挙げられる。この点を改善すればかなり現実に即した研究が行えるであろう. その点も含めてかなり面白い研究が出来たと満足している。

10 参考文献

参考文献

[1] 北原 貞輔, 児玉 正憲：OR による在庫管理システム, 九州大学出版会, 1982.

[2] R.G. ブラウン：在庫管理のための需要予測, 紀伊國屋書店.