

# 避難の数理モデル

## 南山大学における最適避難経路

2000MM053 宮花 亜希子

指導教員 伏見 正則教授

### 1 はじめに

東海地方では、近々、大地震が発生すると予想されている。東海地震予想地域では、今後起こり得る地震に備え、被害を少なくする工夫がなされている。

震災で被害を最小限に抑えるには建物による被害を最小限にすることが重要である。中でも、建物被害でソフト面への工夫することで被害を減らすことができると思われる。ソフト面での対策とは建物内にいる居住者が短時間で安全な場所に移動することである。特に、学校、職場といった建物は、ある特定の人が特定の場所へ繰り返し訪問するので十分に計算された避難経路を示し、その避難経路を居住者が理解すればよい。

今回、南山大学瀬戸キャンパス、特に人口高密度が最も高い A 棟、B 棟における最適避難ネットワークモデルを提唱したいと考える。現在提示されている経験則に基づいた避難経路に加え、数理的アプローチを加えて考えることでよりよい避難経路を提唱したい。

### 2 本論文の研究について

#### 2.1 問題解決のアプローチ

ビルにおける避難では通路と出口が明確に定義されている。避難する居住者はこれらを使用するため、必然的に流れが発生する。よって最適避難経路をネットワーク問題として扱うことは自然である。今回のモデルが、一般的に学校と呼ばれる居住者の移動が行いやすい建物であることを考慮し、最短経路問題が最適避難経路であるとする。また、その結果を用い、出口の分布について考える。その結果より、避難経路が最適か検討したいと考える。

#### 2.2 避難モデルの構成要素

##### < 群衆避難モデル >

今回は以下に示す避難群衆の歩行速度を使用するものとする。

平坦地の標準歩行速度  $v:v=60(\text{m}/\text{min})$

##### < ビルのモデル化 >

現実の建物を考える際にシミュレーションする際に必要な要素のモデル化を行う。部屋、廊下、踊り場、ロビーなどのビルの要素を点 (node) 集合とし、それらの間を居住者が移動する通路を表す枝 (arc) 集合とする。南山大学をモデル対象とするため、建築段階で決められた具

体的な数が当てはまる。

### 3 避難ネットワークの基本設計

#### 3.1 拡大ネットワーク

避難経路は複数個の入口 (避難する居住者が発生する場所) と出口が発生する。避難経路をネットワーク問題として扱うために拡大ネットワークを生成し、問題解決を試みた。[1][2][3]

初めに記号の定義を行う。

$N$ : 点集合、 $N_s$ : 流入口の集合、 $N_t$ : 流出口の集合

$q_i^s$ : 流入口  $i(i \in N_s)$  における流入量

$q_i^t$ : 流出口  $i(i \in N_t)$  における流出量

$A$ : 枝集合、 $A_i^+$ : 点  $i$  を始点とする枝集合

$A_i^-$ : 点  $i$  を終点とする枝集合

$a_k$ : 枝  $k$  の容量

$x_k$ : 枝  $k$  に流す量

$C_k$ : 枝  $k$  に 1 単位流すのに要する費用

ネットワーク拡大の手順を 1 から 3 に示す。(図 1 参照)

1. 2 点  $0$ 、 $(n+1)$  を加える。
2. 点  $0$  から  $N_s$  の各点  $i$  への枝を付加し、その容量を  $q_i^s$ 、費用を  $0$  とする。
3.  $N_t$  の各点  $i$  から点  $(n+1)$  への枝を付加し、その容量を  $q_i^t$ 、 $t$  費用を  $0$  とする。

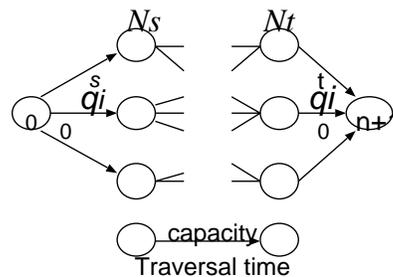


図 1 拡大ネットワーク

拡大ネットワークの生成ができれば、普通の最小費用流を求める解法に点  $0$  からの探索と点  $(n+1)$  からの探索を加えればよい。

次に、最小費用流問題のアルゴリズムを示す。

点  $i$  から点  $j$  へのステップ  $l$  の流量を  $x_{ij}^{(l)}$ 、総流量を  $q^{(l)}$ 、総費用を  $z^{(l)}$  として、点  $i$  と点  $j$  の距離を  $d_{ij}$  とする。はじめに  $x_{ij}^{(0)}=0$ 、 $q^{(0)}=0$ 、 $z^{(0)}=0$ 、 $l=0$ 、また、 $v_j^{(l)} (j=1,2,3,\dots,n)$  を導入して、 $v_j^{(0)}=0$  とする。

(手順 1)

1.  $d_{ij}$  を次式で定める。ただし、 $\beta$  は全ての枝の端点の番号の対の集合とする。

$$d_{ij} = \begin{cases} C_{ij} + v_i^{(l)} - v_j^{(l)} & ((i,j) \in \beta \text{ で } x_{ij}^{(l)} = 0 \text{ のとき}) \\ -C_{ij} - v_i^{(l)} + v_j^{(l)} & ((j,i) \in \beta \text{ で } x_{ji}^{(l)} = a_{ji} \text{ のとき}) \\ 0 & \begin{cases} (i,j) \in \beta \text{ で } 0 < x_{ij}^{(l)} < a_{ij} \\ (i,j) \in \beta \text{ で } 0 < x_{ji}^{(l)} < a_{ji} \end{cases} \\ \infty & (\text{その他}) \end{cases}$$

2. 点 0 から点  $j (j=1,2,3,\dots,n)$  の最短距離  $\Delta v_j$  を求める。 $\Delta v_j = \infty$  ならば終了。そうでなければ点 0 から点  $j$  の最短路  $R$  を求める。

3.  $v_j^{(l+1)} = v_j^{(l)} + \Delta v_j$  とする。

(手順 2) 流量の増大と流れの変更

$$\Delta q = \min \left\{ \min_{(i,j) \in R^+} (a_{ij} - x_{ij}^{(l)}), \min_{(i,j) \in R^-} (x_{ij}^{(l)}) \right\}$$

を求めて、路  $R$  に沿って、 $\Delta q$  のみ流す。すなわち、

$$x_{ij}^{(l+1)} = \begin{cases} x_{ij}^{(l)} + \Delta q & ((i,j) \in R^+) \\ x_{ij}^{(l)} - \Delta q & ((i,j) \in R^-) \\ x_{ij}^{(l)} & (\text{その他}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} q^{(l+1)} &= q^{(l)} + \Delta q \\ z^{(l+1)} &= z^{(l)} + v_l^{(l)} \times \Delta q \end{aligned}$$

とする。 $l$  の値を 1 だけ増やして手順 1 に戻る。ただし  $R^+$  は路  $R$  に正の向きに含まれる枝の端点番号の対の集合を表し、 $R^-$  は路  $R$  に負の向きに含まれる枝の端点番号の対の集合を表す。

手順 1 で最短路を求めるにはダイクストラ法 (Dijkstra method) を使うとよい。[4][5]

#### 4 結果

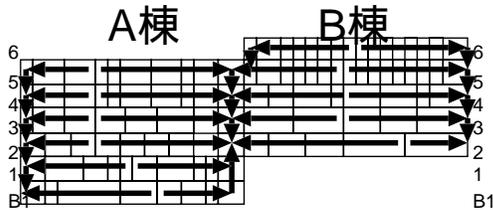


図 2 最適避難経路

避難経路を求めた上で、人数の分布を以下に出力する。

[出口の分布]

(総避難人数=2543, 総避難時間=552)

<地下防災センター>		<2F ロビー>	
時間 (s)		時間 (s)	
0- 60	:*	0- 60	:
60-120	:*****	60-120	:*****
120-180	:*****	120-180	:*****
180-240	:***	180-240	:*****
240-300	**	240-300	:*****
300-360	:*	300-360	:*****
360-420	:	360-420	:*****
420-480	:	420-480	:****
480-540	:	480-540	:*
<裏非常口>			
時間 (s)			
0- 60	:		
60-120	:***		
120-180	:****		
180-240	:*****		
240-300	:*****		
300-360	:*****		
360-420	:*****		
420-480	:*****		
480-540	:*		
540-600	:		

結果をふまえると、ある一定時刻に居住者が出口に到達しているように感じられるが、出口の面積、居住者の歩行速度等を考慮すると、十分最適な避難経路であると言える。

#### 5 おわりに

今回の研究では避難に要する時間を求めるまでに留まった。今後は、二次災害での影響等を考え、研究を進めていきたいと考える。

#### 参考文献

[1] 伯野卓彦:ビルにおける避難の数理モデル, 東京大学工学部計数工学科数理コース卒業論文, 平成元年。  
 [2] 古林隆:ネットワーク計画法, 培風館, 1984。  
 [3] 伊理正夫, 古林隆:ネットワーク理論, 日科技連, 1976。  
 [4] 福島雅夫:数理計画入門, 朝倉書店, 1996。  
 [5] 河西朝雄:改訂 C 言語によるはじめてのアルゴリズム入門, 技術評論社, 平成 4 年。