

物理モデルによる風の流を考慮した 樹木の揺れのシミュレーションの研究

2003MT090 酒井 悠太 2004MT111 上田 邦博 2004MT122 山口 達也
指導教員 金 知俊

1 はじめに

近年、コンピュータグラフィックス (CG) 技術の発展により、様々な物体や現象を CG で表現する研究が数多く行われるようになった。それに伴って、様々な表現方法が発案され、都市景観シミュレーションやバーチャルリアリティなど様々な場面で利用されるようになってきた。樹木の CG 表現はこれらの分野で必要とされており、関連する研究が多くなされている。樹木生成の代表的な研究に Aristid Lindenmayer らによる L-system[1] がある。この手法は、樹木を CG で表現する上では広く使われる手法である。一方、Philippe DeReffye らによって発表された AMAP[5] という手法もある。この手法は、実際の観測データを必要とするが、リアルな表現が可能となっている。

樹木を CG で生成するとき、樹木形状だけでなく、樹木の動きを表現することも重要である。樹木の揺れに関する研究も様々な分野でされている。例えば、関口らの研究 [3] では、風を正弦波の波形によって近似し、制御点の位置データを算出しながら揺れを表現している。

これまでの研究でも樹木を表現する研究はされているが、風を物理的にシミュレーションして樹木を揺らすという研究は少ない。ここで、物理的とは、自然法則を量的な関係で捉え、数学的な関係式で表すことを示す。今後は、ますます CG の必要性が増していくなかで、より自然な動きが求められると考えられるが計算機の処理能力の向上により、自然な流れを再現するための複雑な運動計算が可能となりつつある。そこで、我々は、樹木の揺れを物理的に計算し CG でシミュレーションすることを目指す。

2 樹木生成方法

リアルな樹木モデルを生成するために従来より多くの研究が行われてきた。樹木生成の手法にはパラメータ等を修正して生成するものや、数値や記号などの生成規則に基づいた計算によって生成する方法などがある。ここでは、本研究で使用した L-system について説明する。

2.1 L-system

L-system(Lindenmayer system) とは、1968 年に Aristid Lindenmayer が提唱した生成規則に基づく手法である。植物の成長プロセスを初めとした様々な自然物の構造を記述・表現できる手法である。初期条件として与えられる記号 (シンボル) に対して、生成規則内のルールに基づいて変換していくことで記号列 (L-string) を作り上げる。そして、この L-string を再帰的に実行していくこ

とにより、樹木モデルを作り上げる。再帰呼出の回数を増やす事で構造が成長して、より複雑化していくように見える。L-system の特徴は比較的簡単に理解できることと、簡単な操作で全体の形状を変更できることである。以上のことから、本研究では L-system を利用する。

2.2 L-system による樹木生成の例

L-system で作成した樹木モデルの例を図 1 に示す。初期条件を F とし、ルールは、“ $F \rightarrow F[+F]F[-F][F]$ ” である。シンボル “F” は枝の描写を示し、シンボル “+、-” は生成方向の左右の角度の変化を示す。“+、-” の変化の角度は 20° とする。図 1 は生成規則を 2 回適応すると生成できる樹木モデルである。

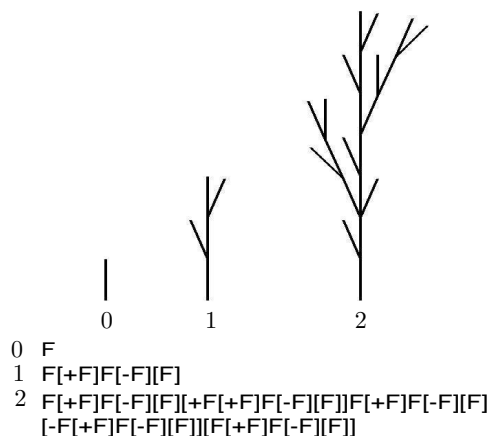


図 1 L-system の例

3 樹木の運動モデル

本研究では、樹木を揺らす際に使用する運動モデルに文献 [2] を使用している。樹木を表現する際の枝は、節点とリンクとの接続で表現している。リンクは隣接する節点をつなぐための変形しない棒と考える。節点は風から受ける力、復元力、重力、復元力による反作用の力を受け、位置の変化を計算し、位置の変化にあわせてリンクと節点の描画をしていくことで樹木の揺れを表現している。

3.1 節点パラメータ

節点間をつなぐリンクは、パラメータを持たないので節点に質量、表面積のパラメータを与えることにする。節点 P の質量を m_P 、表面積を s_P とすると

$$m_P = \pi r_P^2 l_P \delta \quad (1)$$

$$s_P = 2\pi r_P l_P \quad (2)$$

として求める。ここで、 l_P, r_P, δ は節点 P での枝の長さ、半径、樹木の密度を表すものとする。

3.2 外部から受ける力

樹木は外部からの力を受けることで運動する。本研究では、風、重力、復元力、復元力による反作用の力によって樹木が運動するとして計算を行う。まず、風から受ける力、重力、復元力、について説明する。

時刻 t で節点 P が風から受ける力を \mathbf{F}_w 、重力を \mathbf{F}_g 、復元力を \mathbf{F}_r とすると

$$\mathbf{F}_w(t) = K_w(\mathbf{v}_w(t) - \mathbf{v}_i(t))s_P \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_g = m_P \mathbf{g} \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_r(t) = \frac{\pi r_P^2}{l_P} K_r (P_0 - P) \quad (5)$$

となる。 K_w は風から受ける力の比例係数、 $\mathbf{v}_w(t)$ は時刻 t での風速ベクトル、 $\mathbf{v}_i(t)$ は節点 P の速度である。また、 K_r は復元力の比例係数、 r_P, l_P は節点 P に属する枝の半径と長さである。

3.3 復元力の反作用による力

子の節点に働く復元力によって、親の節点にその反作用による力が働く。復元力を \mathbf{F}_d とすると、その大きさは

$$|\mathbf{F}_d| = K_d \frac{l_{ik} \cos \theta}{l_j} |\mathbf{F}_r| \quad (6)$$

となり、その方向は P_i から P_k を見た方向と、 \mathbf{F}_r と同一平面上にあり P_i から P_k を見た方向に直行する方向である。 K_d は、復元力の反作用の比例係数である。

3.4 基準方向とのずれの計算

方向のずれを調べるために使用する基準方向は、節点の本来あるべき方向を示すものであり、初期の状態の節点間の相対的な位置関係から求める。

3.4.1 相対方向の計算

図2から、まず P_i から P_j に向かうベクトル \mathbf{r}_{ij} をとる。 $\mathbf{r}_{ij}(0)$ を y 軸方向に $\phi(0)$ 、 x 軸方向に $\theta(0)$ 回転後の P_i から P_j に向かうベクトルを $\mathbf{r}_{jk(0)}$ とし、これを相対方向とする。

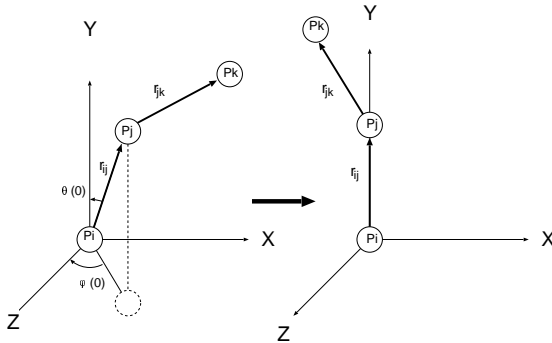


図2 相対方向

3.4.2 基準方向の計算

図3から、 $\mathbf{r}_{jk(0)}$ を y 軸方向に $\phi(t)$ 、 x 軸方向に $\theta(t)$ 逆回転させ、求まったベクトルが基準ベクトル \mathbf{b} になる。この \mathbf{b} が示す P_k 本来の位置 $P'_k(t)$ に向かうように P_k に復元力 \mathbf{F}_r が働く。

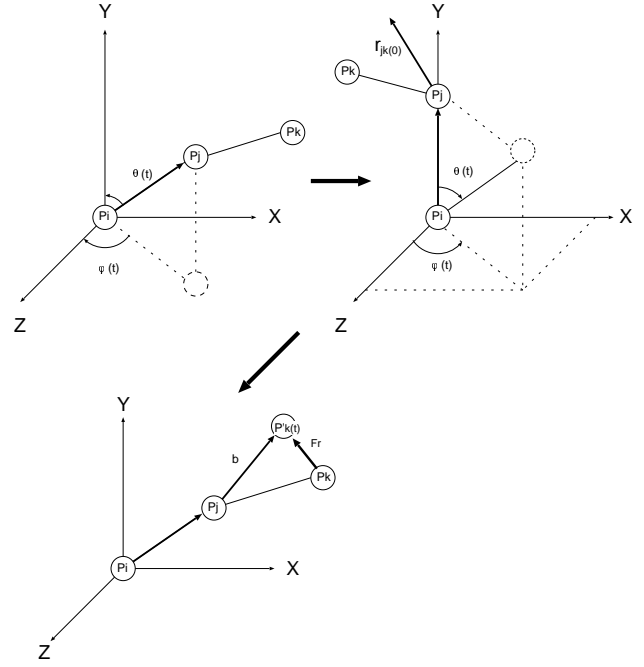


図3 基準方向

3.5 節点の位置計算

時刻 t で位置 $P(t)$ にある節点の dt 秒後の位置 $P(t+dt)$ を求めることを考える。時刻 t で節点 P に働く力の合力を $\mathbf{F}_P(t)$ とすると、

$$\mathbf{F}_P(t) = \mathbf{F}_w(t) + \mathbf{F}_r(t) + \mathbf{F}_g(t) + \mathbf{F}_d(t) \quad (7)$$

と表すことができる。

ここで、時刻 t で節点 P に生じる加速度を $\mathbf{a}_P(t)$ とすると、式(1),(7)から

$$\mathbf{a}_P(t) = \frac{\mathbf{F}_P(t)}{m_P} \quad (8)$$

と表すことができる。節点 P の速度を \mathbf{v}_P とする。式(8)から

$$\mathbf{v}_P(t+dt) = K_d \mathbf{v}_P(t) + \mathbf{a}_P(t) dt \quad (9)$$

と表すことができる。ここで K_d は樹木の抵抗による速度の減衰率である。式(9)で節点の速度が求まったことにより、節点の P の位置を

$$P(t+dt) = P(t) + \mathbf{v}_P(t+dt) \quad (10)$$

と表すことができる。

3.6 枝の長さの修正

以上の方法で節点の位置を移動すると、リンクの長さが初期状態から変化してしまう。次式によりリンクの長さを保つように節点の位置を修正する。

$$P_j = P_i + \frac{P_j - P_i}{|P_j - P_i|} l_{ij}(0) \quad (11)$$

以上の方法で節点位置の時刻によっての移り変わりを求め、隣接する節点をリンクでつないで描写することで、樹木が揺らいでいる様子を表現することができる。

4 風の計算法

樹木は外力の影響を受けて運動する。樹木にかかる外力として、雨、風、重力、物体との接触などが考えられる。本研究では、外力として風と重力の影響を取り扱うこととする。本章では、風速を物理的に計算する方法 [4] を説明する。

4.1 Navier-Stokes 方程式

流体力学では、流れを計算するために流速、圧力、密度、温度などが必要である。しかし、私たちが日常に目にするような流体の速度は音速に比べて極めて遅い。このような流体は、非圧縮性流体と呼ばれ、非圧縮性 Navier-Stokes 方程式に支配される。以下に式を示す。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} - \nabla \varphi + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (13)$$

ここで、 \mathbf{v} は流速ベクトル、 t は時刻、 $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ はナブラ演算子、 φ は圧力を密度で割った値、 ν は動粘性係数、 \mathbf{f} は流体以外の外力を表す。式 (12) は流体の質量の保存を表し、式 (13) は流体の運動量の保存を表している。

4.2 数値解法

流体の運動は、Navier-Stokes 方程式のように複雑な非線形の連立偏微分方程式で表され、厳密解を得ることは非常に困難である。そのため、本来は連続的である計算領域を有限個の領域に分割し、離散化を行うことで近似解を求める方法が一般に用いられる。

4.2.1 差分法

偏微分方程式の数値解法には大きくわけて、差分法、有限要素法、境界要素法がある。ここでは、本研究で使用した差分法について説明する。

差分法は、領域を差分格子とよばれる格子に分割し、偏微分方程式に現れる偏微分を差分に置き換えて解く方法である。複雑な偏微分方程式にも適用できて、一般に計算時間も短いという特徴がある。

差分格子の分割方法は通常格子、スタガード格子によるものがある。通常格子では、格子点にすべての未知数を配置する。ここでの未知数は流速 \mathbf{v} と圧力 φ であるので、この 2 つの変数を格子点に配置する。格子点には、流速と圧力を配置し、他の格子点にも同様に配置する。この方法では質量保存の際に誤差が生じやすいが、計算が簡易化できるため本研究では通常格子を利用した。

差分法を利用して偏微分方程式を解くとき、境界部分では領域内部の格子点と違う処理を行う必要がある。壁面が境界部分になっているとき、地面と垂直な速度成分 $v = 0$, $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$ となるので、これを式 (13) に代入すると、

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (14)$$

となる。式 (14) を解くために仮想点を取り、その速度を \tilde{v} とする。速度勾配が 0 になることから、 $\tilde{v} = v_{i,1}$ とおくことができ、式 (14) の右辺を差分近似すると、

$$\varphi_{i,0} = \varphi_{i,1} - \frac{2\nu v_{i,1}^2}{dy} \quad (15)$$

が得られる。

式 (15) が固体壁境界の境界条件である。ここで、 $\varphi_{i,0}$ は境界線上の圧力、 $\varphi_{i,1}, v_{i,1}$ はそれぞれ隣接する内部格子点の圧力と風速の y 軸成分である。流入境界では境界面の垂直方向の圧力勾配を 0 とおくことができ、境界面の垂直方向を n とすると、次の式で圧力の境界条件を与える。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad (16)$$

流出境界では、流体が定常な状態で流出すると考えて隣接する内部格子点に等しい風速、圧力を与えた。

4.2.2 MAC 法

MAC 法は差分法で Navier-Stokes 方程式を解く方法の 1 つである。まず、ステップ n における流速を \mathbf{v}^n 、ステップ $n+1$ における未知の流速を \mathbf{v}^{n+1} として、式 (13) を速度について前進差分で近似すると以下のようになる。

$$\mathbf{v}^{n+1} = \mathbf{v}^n + \Delta t(-(\mathbf{v}^n \cdot \nabla) \mathbf{v}^n - \nabla \varphi^{n+1} + \nu \nabla^2 \mathbf{v}^n) + \mathbf{f} \quad (17)$$

式 (17) から、ステップ $n+1$ での流速を求めるためにステップ $n+1$ での圧力が必要である。ステップ $n+1$ での圧力には関するポアソン方程式は、

$$\nabla^2 \varphi^{n+1} = \nabla \cdot \mathbf{v}^n / \Delta t - \nabla \cdot [(\mathbf{v}^n \cdot \nabla) \mathbf{v}^n] + \nu \nabla^2 [\nabla \cdot \mathbf{v}^n] + \nabla \cdot \mathbf{f} \quad (18)$$

で表される。右辺はすべてステップ n における既知の流速から計算できるので、この方程式を解くことで圧力を求めることができる。

5 樹木への影響

ここまでは計算空間内に樹木が存在しない場合の風の流れを説明してきたが、樹木が存在する場合、風が樹木に力を与えたり、樹木からの影響を受けたりして風速場が変化することが考えられる。ここでは風と樹木が互いに及ぼし合う力について説明する。

5.1 節点を受ける風速

図4で、 w_1, w_2, w_3, w_4 をそれぞれ左下、右下、左上、右上の格子点の風速、 S_1 から S_4 を面積、節点 P が受ける風速を w_p とすると、 w_p は次の式で与えられる。

$$w_p = \frac{w_1 S_4 + w_2 S_3 + w_3 S_2 + w_4 S_1}{dxdy} \quad (19)$$

5.2 風が樹木から受ける力

節点 P にかかる風速を f_w とすると、逆向きに $-f_w$ の抵抗力が発生する。その抵抗力を周辺にある格子点に図4のように分散させて与える。ここで計算した抵抗力を式(17)の外力項に与えることで、風が枝から受ける力を反映して風速を求めることができる。ここで K_b は枝が風に与える力の比例係数である。

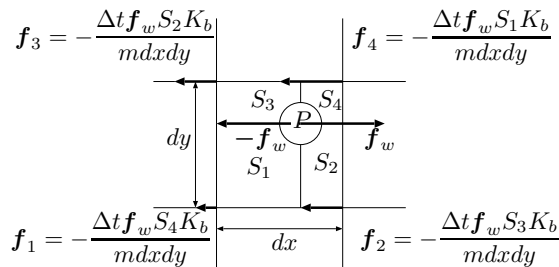


図4 枝が風に与える力

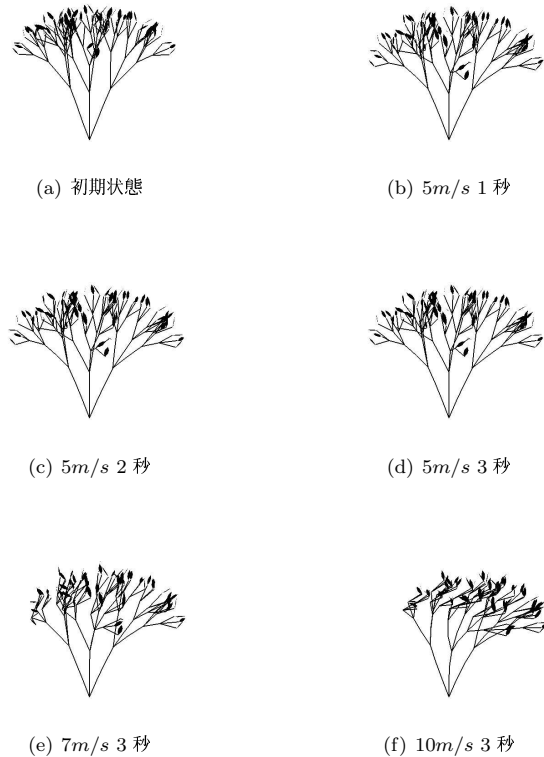


図5 風による樹木の変形

6 シミュレーション結果

パラメータの設定を全体の高さ 6.67m、木の密度 230kg/m^3 、復元力の比例係数 10000、風の比例係数 0.08、枝が風に与える力の比例係数 0.1、風の減衰 0.83、復元力の反作用の比例係数 0.8、枝の半径 0.02~0.05m とし、樹木を表現した結果を図5に示す。(a) から (d) は順番に風速 5m の初期状態から 1 秒毎の表示である。(e),(f) はそれぞれ風速 7m, 10m のときの 3 秒後の表示である。以上をもとにシミュレーションを行った結果、パラメータの変化によって樹木の揺れの変化が確認できた。また、樹木は風速が増すにつれより曲がるということが図5から確認できる。揺れに関しても樹木が風の影響を受け、なびいている様子が表現できた。これらのことから、樹木は風の流れ場の中でそれぞれの節点とその空間に応じた風を受け、その風速によって与えられた力によって揺れているといえる。

7 おわりに

今後の目標として次のことが挙げられる。まず、当初検討していた枝葉の衝突の考慮についての研究である。空間内に樹木を複数本設置し、枝葉の衝突による樹木形状の変化、風速場の変化も考慮することが課題である。

次に、樹木の表現に関してはレンダリングすることによってよりリアルな表現が可能になると考えられる。また、計算力の削減による処理能力の向上も考えられる。

参考文献

- [1] Przemyslaw Prusinkiewicz, Aristid Lindenmayer. "THE ALGORITHMIC BEAUTY OF PLANTS", Springer-Verlag, 1990.
- [2] 金山知俊, 増山繁, "樹木の揺れのアニメーション", 電子情報通信学会論文誌 D-II, Vol.80-D-II, No.7, pp.1843-1851, 1997.
- [3] 関口大介, 常岡靖彦, 小杉信, "風に揺れる樹木のリアルタイムシミュレーション", 社団法人映像情報メディア学会技術報告, Vol.26, No.27, pp.19-24, 2002.
- [4] 赤木康宏, 佐波晶, 北嶋克寛, "物理シミュレーションに基づく風に揺れる樹木のシミュレーション", 情報処理学会論文誌, Vol.46, No.7, pp1797-1809, 2005.
- [5] AMAP : <http://amap.cirad.fr/fr/index.php>