

離散情報を用いた流れの自動解析

2020SE030 牧野透也

指導教員：横山哲郎

1 はじめに

流体解析は数値計算 (CFD) と実験的なデータ収集の 2 つの方法で行われてきた。CFD は計算機を使用して流体の振る舞いを計算する。実験的手法は対象を再現し、実際にデータを取得する。CFD は計算機の発展により広く研究されているが、計算リソースの要求値が高いことが課題である。実験的手法は危険や高い費用が課題である。最近では離散情報を使用した解析が増えており、本研究ではトポロジーを用いた手法を使用している。

離散情報を使用した 2 次元非圧縮流の解析手法として、トポロジーに基づく分類手法が存在する。これは 2 次元領域上の非圧縮流に対してトポロジーを用いて文字列表現に分類し、それを解析する手法である。離散情報のため計算やメモリの要件が少なく、文字列表現は様々な分野で利用されている。この手法は気象、医学、航空力学などでの研究にも応用されており、大気ブロッキング現象の同定を行う研究 [6]、左心室の血流解析を行う研究 [1] が存在している。本研究では宇田らの自動抽出アルゴリズム [3] を用いて計算機支援の自動解析に焦点を当てている。

研究目的 流線トポロジーの基本構造 (一様流・渦流) の自動解析

研究課題

- 翼型周りの流線トポロジーの自動解析のための実装モデルの作成
- 物理量と相関の強い流線トポロジーの特定

2 準備

トポロジー 図形を連続変形させても保たれる性質。三角形と円形のような連続変形で互いに移り合えるものを同じ図形とみなし、円形とドーナツ形のような連続変形で互いに移り合えないようなものを違う図形と考える。

COT 部分円順序表現 (partially Cyclic Ordered Tree representation) と呼ばれる正規木文法を拡張したもので、流線トポロジーの文字列表現 [2]。

Psiclone パーシステントホモロジーを用いて離散データからトポロジーを抽出し、それをもとに COT を自動的に計算する Python ライブラリ。

ジュウコフスキー写像 $\zeta = z + a^2/z$ で表される写像。 z 平面を ζ 平面上に移す座標変換。円形障害物をこの写像で写したものをジュウコフスキー翼と呼ぶ。

渦度 渦度は気象予報や流体力学などで用いられる流体の回転の強さとその方向を表す指標。 x 方向の速さを u , y 方向の速さを v と定めるとき、 $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ となる。

循環 循環は閉曲線領域内の渦の強さを表す指標であり、領域内の渦度の総和に一致する。

各 COT 表現

- a_0 : 無限遠からきて無限遠に遠ざかっていく軌道。
- a_2 : 無限遠から来て無限遠に遠ざかっていく軌道に、境界と ∂ -saddle と Heteroclinic orbit を付け加えた

和集合。

- b_{++} : 反時計回りの periodic orbit に saddle と反時計回りの homoclinic orbit を付け加えた和集合。

3 ジュウコフスキー翼周りの流れ自動解析実験

実験目的は COT 表現における基本的な構造である一様流の理論的に完全なジュウコフスキー理論よりデータの生成を行い、psiclone で計算可能な実装モデルで作成し解析することとする。解析の対象は先行研究において使用されたパラメータを一部変更したジュウコフスキー翼型周りの流れとする。実験手順は以下に示す。

- 翼型周りの流れデータを生成
- psiclone で COT を計算
- COT に対応する揚力・抗力の計算
- 生成されたデータを分類
- トポロジーと空力の関係を調査

この実験では先行研究 [5] においてトポロジーの変化が観測されたパラメータから一部現実的ではないパラメータを変更して実験を行う。パラメータは以下に示す。

- $xc = -0.1$ 翼の厚み
- $yc = 0.15$ 翼の周り具合に関する
- $U = 1.0$ 一様流の速度の定数倍の定数, 速度
- $theta = \theta$ 翼の角度 θ , 迎え角
- $a = 1.0$ ($a > 0$) 円形障害物の半径

迎角のみを 0° から 20° まで 1° ずつ変化させて生成された COT によって空間分割を行う。

本研究では先行研究において実現されなかった解析の自動化を行う。そこで実装モデルの作成を行った。実装モデルの作成は psiclone に整列した格子点データという制約が存在し、ジュウコフスキー写像が座標変換であるため、変数変換を行った後にデータを整列させた。データの整列の方法は KD ツリーを用いた最近傍補完により実装した。また翼型のマスクは別途作成を行い、流れデータとマスクデータを全く同じ格子点データで作成することで最後に重ね合わせて実装モデルを作成した。

本研究の実験は、Google Colaboratory の環境下で行った。CPU には 2.20 GHz の Intel Xeon CPU を 2 コア、プログラミング言語 Python のバージョンは 3.6.9 を用いた。ライブラリには、数値解析のために scipy と numpy を、グラフ描画のために matplotlib を、流体の位相構造の解析のために psiclone 0.4.1a2 を用いた。

3.1 実験結果・考察

COT の計算が可能である実装モデルの作成を行うことが出来た。作成した実装モデルではトポロジーの変化が観測されなかったため、空力と COT の関係を調べることが出来なかった。解析にかかった時間は約 20 min である。実験結果はすべての分割された空間に $a_0(a_2)$ がラベルされる結果となった。

実験結果から、psiclone で計算可能な範囲で完全流体中のジュウコフスキー写像周辺には渦が発生していない。渦の発生しない原因は以下の可能性があると考えた。

- 時間方向の変化がない
- 循環によって渦が消失している
- 最近傍補完によって渦が消失している

時間方向の変化について、従来の CFD と異なり、ジェーコフスキー翼理論の実装モデルは一つの状態のみを考慮しており、同条件下での時間変化を計算する必要がある可能性がある。循環による渦の消失に関して、翼型周りの流れが循環によって回転し、これが渦の発生を防いでいる可能性がある。最近傍補完による消失に関しては、格子点上での急激な高さ変化が渦の消失に寄与する可能性がある。

解析の有用性に関して述べると、出力されるデータはテキスト及びクラスタリングの可視化画像のみになり人間が扱いやすい。大規模なデータ処理においても COT は効率的であり、手計算と比べて時間効率が高い。

4 渦流逆転の自動解析実験

前節の実験において COT と物理的特徴の関係が確かめられなかったため、この実験では COT と物理現象の関係の特定をメインに解析を行う。実験目的は COT における基本構造である有界領域中の回転流であり、非粘性、非圧縮、slip 境界の渦シミュレーションデータの解析を行い、物理量と関連の強い流線トポロジーの特定を行うこととする。解析対象は無次元時間 1500 フレームのスリップ境界を持つ有界領域内の渦流のシミュレーションデータである。実験手順は以下に示す。

1. 解析する流れの COT 計算
2. 解析する渦のデータから渦度の計算
3. 渦の逆転の特定
4. 遷移確率、遷移図、頻度などの指標をもとに COT の特定

実験環境は前実験と同環境で行う。

先行研究 [4] において実施された実験の目的は COT による渦流の逆転の自動判定であり、本研究の目的と異なるため、解析の方法を本研究の目的に合った形に変更を行った。COT と渦流の逆転の関係を自動的な解析で確認を行うため、循環値によるクラスタリングによって渦流を安定したフレームと逆転の遷移フレームに分類した。その後出現頻度による関連によって関係を明らかにする。

4.1 実験結果・考察

本実験では、先行研究のチャタリング対策を参考に、循環の符号に注目してクラスタリングし、符号が変化するクラスター間の遷移フレームを特定した。関連の強い COT として b_{++} が確認できた。COT の計算時間は 1500 個の計算で約 1 h 54 min であった。実験結果をまとめた表は以下に示す。

表 1: フレーム区間ごとの COT の出現頻度

COT	フレームごとの出現頻度		
	250–299	953–1002	1–1500
$\beta_+\{c_+\}$	0.88	0.44	0.816
$b_{+-}(\beta_+\{c_+\}, \sigma_-)$		0.04	0.011
$\beta_+\{c_+(\sigma_+, c_-)\}$		0.04	0.053
$\beta_+\{c_+(b_{++}, L_-)\}$	0.154	0.04	0.009
$\beta_+\{c_+.c_+\}$	0.024	0.1	0.083
$b_{+-}(\beta_+\{c_+.c_+\}, \sigma_-)$	0.077	0.08	0.009
$\beta_+\{c_+(b_{++}, c_-)\}$		0.14	0.009

まず遷移フレームの幅について考察する。遷移フレーム

と本実験で定量的に定めたフレームと、遷移フレームの中でも逆転の直前 50 フレームに絞った場合、出現する COT の種類はほとんど同じであった。しかし COT の出現頻度には大きな差があり、直前 50 フレームに絞った方がより効果的であると考えられる。

遷移に関わらない文字列と比較するため、逆転の直前 50 フレームと全フレームの文字列出現頻度を比較した。結果、 $\beta_+\{c_+(b_{++}, L_-)\}$ および $\beta_+\{c_+(b_{++}, c_-)\}$ の出現頻度が全フレームと比べてそれぞれ約 16 倍、約 17 倍と増加した。渦の逆転と非常に関連の強い COT である。また木表現としてもいくつか類似点があり、深さ 2 にどちらも c_+ が出現すること、ルート構造が同じであることが類似点として挙げられる。異なる文字列ではあるが、流れとして構造が近いと考えられる。

5 おわりに

本研究では先行研究において実施されていなかった *psiclone* で COT 計算可能な翼型周りの一様流の実装モデルの作成を行い、クラスタリングを行った。これによって自動的な解析が可能となった。またシミュレーションされた渦流のデータから COT の計算を行い、循環の値によってフレーム数のクラスタリングを行うことで、逆転の直前のフレームを特定し、逆転の直前のフレームと全体の COT の出現頻度を比較することで、渦の逆転と関連の強い COT を特定することが出来た。物理的特徴と関連の強い COT の特定は行うことが出来たが、遷移オートマトンなどを用いて、遷移が確率的に確実に起きるパターンの発見などを行うことはできなかった。

今後確率遷移行列、オートマトンを用いたステップ数などを指標とした解析による確実な遷移パターンの特定、自動化による処理速度と木表現を利用した木表現の深さやルート、構造に着目し、類似度的に解析を行うことで解析に新たな知見が生まれることが期待される。また反復的に試行することで、*psiclone* に設定できる閾値の定量的な設定方法、COT を用いた自動的な解析を定量的に行う方法の確立が行うことも期待される。

参考文献

- [1] Sakajo, T. and Itatani, K.: Topological Identification of Vortical Flow Structures in the Left Ventricle of the Heart, *SIAM Journal on Imaging Sciences*, Vol. 16, No. 3, pp. 1491–1519 (2023).
- [2] Yokoyama, T. and Yokoyama, T.: Complete transition diagrams of generic Hamiltonian flows with a few heteroclinic orbits, *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications*, Vol. 13, No. 2, p. 2150023 (online), doi:10.1142/S1793830921500233 (2021).
- [3] 宇田智紀, 横山知郎, 坂上貴之: パーシステントホモロジーとレーブグラフを用いた 2 次元ハミルトンベクトル場の流線位相構造の自動抽出アルゴリズム, 日本応用数理学会論文誌, Vol. 29, No. 2, pp. 187–224 (2019).
- [4] 加藤 舞, 内藤綾香: 多重連結領域上の安定非圧縮流の解析, 2018 年度卒業論文, 南山大学 (2019).
- [5] 川合晴己, 北野 渚: 翼型まわりの流れの位相的データ解析, 2022 年度卒業論文, 南山大学 (2023).
- [6] 宇田智紀, 坂上貴之, 稲津 将, 古賀一基: 流線トポロジー解析 (TFDA) による大気ブロッキング現象の抽出とその型同定, 気象集誌. 第 2 輯, Vol. 99, No. 5, pp. 1169–1183 (2021).