

# 愛知県内の光化学オキシダントの空間分布について

2020SS090 松田竜樹

指導教員：塩濱敬之

## 1 はじめに

大気汚染物質の一つである光化学オキシダントとは、車や工場から出る窒素酸化物や炭化水素が太陽の紫外線エネルギーによって反応してできる。光化学オキシダントの濃度が高くなると、遠くの景色やビルにもやかかったように見えにくくなり、のどや目に刺激をあたえ健康へ影響をあたえることや植物にも影響を与える。

大気汚染物質濃度を把握するために都道府県および大気汚染防止法上の政令市において大気汚染の常時監視が行われている。愛知県では現在 84 局の測定局を設置し自動計測により大気汚染を常時監視している。しかし、測定局は主に都市部の人口が集中する地域に設置されることが多く人口が少ない地域では測定局が設置されていないため大気汚染物質濃度の実態が不明であることが多い。

そこで本研究では、地球統計学の手法の一つであるクリギング法を用いて愛知県内の光化学オキシダントの空間分布を予測する。クリギングは空間データを対象として任意の地点の値を予測する。多地点で同時に観測されたデータから任意の位置での確率場の値を予測するもので他地点間の相関である空間的非類似度を算出し大気汚染物質濃度の空間代表スケールに関する情報を得る。空間分布を予測することで測定局がない地域の光化学オキシダント濃度の実態を知ることができる。

## 2 空間過程とバリオグラム

共分散関数は二次定常確率場の空間的依存性を特徴づける基本特性量で、

$$C(x-y) = C\{Z(x), Z(y)\}$$

で定義される関数である。

バリオグラム関数は固有定常確率場の空間的依存性を特徴づける基本特性量で

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \mathbb{E}|Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{y})|^2$$

で定義される関数である。

## 3 通常クリギング

確率場  $\{Z(x) : x \in \mathbb{R}^d\}$  は固有定常とする。通常型クリギング法は共通の平均値  $\mu = EZ(x)$  が未知でも使える手法である。固有定常確率場  $Z(x)$  のバリオグラム関数を  $\gamma(\mathbf{h})$  とする。  $Z(x_0)$  の係数の総和が 1 であるデータの線形結合  $\sum_{i=1}^n w_i Z(x_i)$  で予測するとき、平均二乗予測誤差を最小にする予測式の重みの係数は次の通常クリギング方程式の解となる。

$$Ax = y$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \gamma(x_1 - x_2) & \cdots & \gamma(x_1 - x_n) & -1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & 0 & \cdots & \gamma(x_2 - x_n) & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \gamma(x_n - x_2) & \cdots & 0 & -1 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = (w_1, w_2, \dots, w_n, \lambda)^\tau,$$

$$\mathbf{y} = (\gamma(x_1 - x_0), \gamma(x_2 - x_0), \dots, \gamma(x_n - x_0), -1)^\tau$$

であり、 $\lambda$  はラグランジュ未定常数である。予測量は不偏性  $\mathbb{E}[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = 0$  を持つ。平均二乗予測誤差の最小値は次の式で表される。

$$\sigma_{\text{OK}}^2 = \lambda + \sum_{i=1}^n w_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0).$$

## 4 普遍クリギング

普遍クリギング法では対象確率場が

$$Z(x) = \mu(x) + Y(x)$$

の形を持つとする。ここで  $\mathbb{E}Z(x) = \mu(x)$  は比較率的な成分であり、 $Y(x)$  が純粋なランダム成分（定常確率場もしくは固有定常確率場）で平均は 0 とする。 $\mu(x)$  はドリフトと呼ばれる。ドリフトは確率場に影響を与えると思われる外生変数の関係であったり、適当な関数を仮定した上で単にデータに最も合うものを選んだりする。（普遍クリギング）言い換えれば、普遍クリギング法は相関を持つ誤差  $Y$  を持つ重回帰モデルと行うことができる。確率場  $Z$  は関数族  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$ 、定数  $b_1, b_2, \dots, b_m$ 、平均 0 の定常確率場  $Y$  を用いて次のように表現されているとする。

$$Z(x) = \sum_{\alpha=1}^m b_\alpha f_\alpha(x) + Y(x).$$

ここで  $\{f_\alpha\}$  の関数型は既知で  $b_1, b_2, \dots, b_m$  は未知定数である。データ  $Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)$  から  $Z(x_0)$  を次の普遍性条件

$$\sum_{i=1}^n w_i f_\alpha(x_i) = f_\alpha(x_0) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, m)$$

を満たす重み  $w_1, w_2, \dots, w_m$  で線形予測する。

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n w_j Z(x_i)$$

このとき、最良線形不偏予測量の重み係数は次の普遍型クリギング方程式の解である。

$$\begin{bmatrix} C & \mathcal{F} \\ \mathcal{F}^T & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(x_1 - x_0) \\ C(x_2 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \\ f_1(x_0) \\ f_2(x_0) \\ \vdots \\ f_m(x_0) \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C(x_1 - x_1) & C(x_1 - x_2) & \cdots & C(x_1 - x_n) \\ C(x_2 - x_1) & C(x_2 - x_2) & \cdots & C(x_2 - x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & C(x_n - x_2) & \cdots & C(x_n - x_n) \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} f_1(x_1) & f_2(x_1) & \cdots & f_m(x_1) \\ f_1(x_2) & f_2(x_2) & \cdots & f_m(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(x_n) & f_2(x_n) & \cdots & f_m(x_n) \end{bmatrix}$$

であり、 $O$  は  $m \times m$  のゼロ行列、変数  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  はラグランジュ未定常数である。最小二乗予測誤差は以下のようになる。

$$\sigma_{UK}^2 = - \sum_{i=1}^n w_i C(x_i - x_0) - \sum_{\alpha=1}^m \lambda_\alpha f_\alpha(x_0) + C(0).$$

## 5 データ解析

### 5.1 通常クリギング

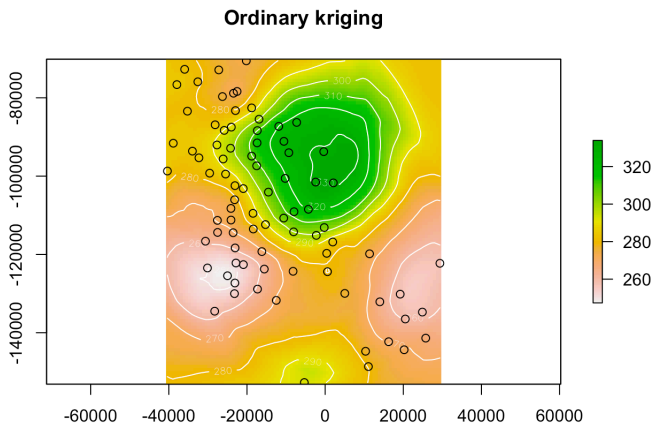


図1 通常クリギングを用いた愛知県内の光化学オキシダントの空間分布

本研究では通常クリギングを用いて愛知県内の光化学オキシダントの空間分布の予測を行った。図1は、緑色が光化学オキシダントの濃度が高いことを表し、黄色が中間、白色が低いことを示している。図の中心部は緑色を示しており光化学オキシダントの濃度が高いことがわかる。図の左下と右下では白色を示しており光化学オキシダントの濃度

が低いことがわかる。図2は、愛知県の各観測地点の光化学オキシダント濃度が0.06ppmを超えた日数をプロットしたものである。赤色が光化学オキシダントの濃度が高いことを表し、オレンジ色が中間、白色が低いことを示している。名古屋周辺では濃い赤色を示しており光化学オキシダントの濃度が高いことがわかり、知多半島周辺や豊橋市周辺では白色を示しており光化学オキシダントの濃度が低いことがわかる。図の右上ではプロットがされていないことから、測定局がないため光化学オキシダントの濃度が不明であることがわかる。

### 5.2 普遍クリギング

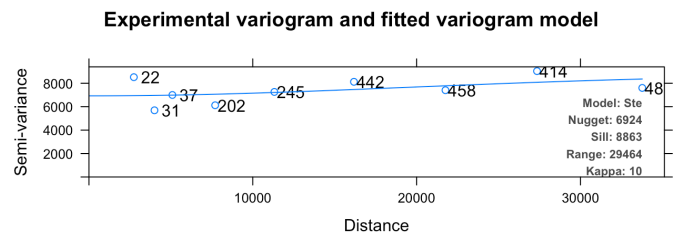


図2 トレンドに人口を加えた普遍クリギングのバリオグラムモデル

図2は普遍クリギングを用いた愛知県の光化学オキシダントの空間分布を予測する際のバリオグラムモデルである。トレンドに人口、人口と人口密度、人口と人口密度と事業所数、人口と人口密度と事業所数と事業売上高を加えた4つのパターンで調べた。シルは変数の空間相関が最大限に発現した場合の値で変動の範囲を表し、大きいほど強い空間自己相関があることがわかる。トレンドに人口を加えた図2がシルの値が一番大きく、トレンドを増やすほどシルの値が小さくなることからトレンドを加えるほど空間自己相関が弱くなることがわかった。

## 6 おわり

通常クリギングでは、各観測所の距離から空間分布推定を作ることができた。普遍クリギングでは、距離だけでなくトレンドに人口、人口密度、事業所数、事業所売上高を加えた。バリオグラムモデルからトレンドを加えるほど空間自己相関が弱くなることがわかった。

### 参考文献

- [1] 間瀬茂：「地球統計学とクリギング法 R と geoR によるデータ解析」, 株式会社 オーム社, 2010年
- [2] 国立研究開発法人 国立環境研究所: 大気汚染常時観測データ(2020), <https://tenbou.nies.go.jp/download>
- [3] 「クリギング法における大津市とその周辺におけるオゾン濃度の空間分布予測の手法」, <https://repository.kulib.kyoto-u.ac.jp/dspace/bitstream/2433/240586/1/taiki.46.241.pdf>