利益最大化を目的とした歩合給の決定方法

2020SS061 太田喜城
指導教員：佐々木美裕

1　はじめに

本研究を取り組むきっかけはバンテリンドームナゴヤに行くことが多く, そこで売り子の人からお酒を購入する機会があり, その人達の働き方に興味を持ったところ, 既定の給料の他に歩合給が支給されることを知ったためである[1]．歩合制を取る企業において, 成果の低い従業員は給料が少なくなり, 逆に成果の高い従業員は給料が多くなる. このようなことから歩合給の決定方法について興味を持った. 歩合率を適当に決めるだけでは, 企業側の利益を減らすことにつながる可能性がある. そのため本研究では適切な歩合率の決め方について考える.

2　問題の説明

本研究の目的は最適な歩合率を求めて, 企業の利益を最大化することである. 企業の利益とは従業員の売上から従業員に支払う給料を差し引いた額のことである. この問題では歩合率を上げた際に従業員の売上の見込みは多くなると仮定することによって最適な歩合率を考える. 歩合率と従業員の売上の関係は図 1 のように仮定する. 図 1 において, 従業員の歩合率が 0 の時, 売上に個人差があることを b_1, b_2, b_3 で示しており, 従業員売上の見込みは歩合率が l_1, l_2, l_3 になるとこれ以上増えることはなく上限は u_1, u_2, u_3 であることを示している. これをもとに従業員の売上と給料の関係を考えると図 2 のようになる. この問題を 1 人の従業員の問題と複数の従業員の問題で考える.

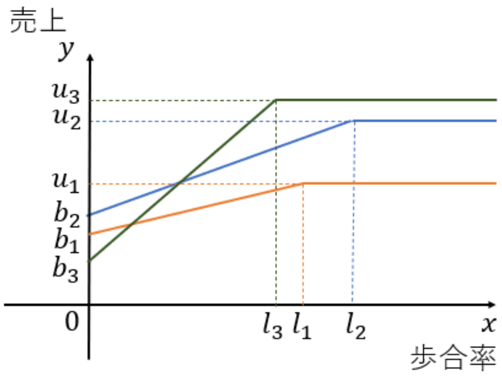

図 1　歩合率と従業員の売上の関係

3　1 人の従業員の歩合率を決定する問題

はじめに, 1 人の従業員の最適な歩合率を求める問題を考える. 以下の記号を定義する.
l: 従業員の売上の上限の際の歩合率.
u: 従業員の売上の上限 (円).

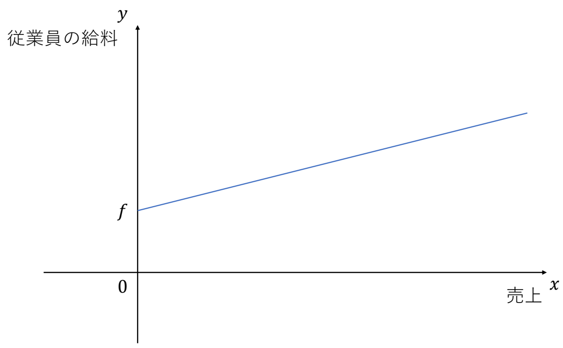

図 2　従業員の売上と給料の関係

b: 従業員の売上の下限 (円).
x: 従業員の歩合率.
y: 従業員の売上 (円).
a: 従業員の歩合と売上の関係を示す関数の傾き $a = \dfrac{u-b}{l}$.

$$\begin{aligned} &\text{max.} && y(1-x) && (1)\\ &\text{s.t.} && y = \min(ax+b, u) && (2)\\ & && 0 \le x \le 1 && (3)\\ & && y \ge 0 && (4) \end{aligned}$$

(1) は, 利益最大化を目的とした目的関数である. (2) は, y は $ax+b$ と u の小さい値を取ることを示す制約である. (3) は, x は 0 以上 1 以下であり, 歩合率は 0 から 100 パーセントの間であることを示す制約である. (4) は, y の非負制約である.

(1): $ax+b \le u$ の場合
$y = ax+b$ となる. これを (1) へ代入すると, $f(x,y) = (ax+b)(1-x)$ となり, これを展開すると, $f(x,y) = -ax^2 + (a-b)x + b$ となる. これを $g(x)$ とする. $g'(x) = -2ax + (a-b) = 0$ より, $x = \dfrac{a-b}{2a}$ の時に最適な歩合率となり, 目的関数の最大値は $\dfrac{(a+b)^2}{4a}$ となる.

(2): $ax+b \ge u$ の場合
$y = u$ となる. これを (1) へ代入すると, $f(x,y) = u(1-x)$ となり, これを $h(x)$ とする. $ax+b \ge u$ を満たすのは $x \ge l$ の時であり, $x = l$ の時に最適な歩合率となり, 目的関数の最大値は $-ul+u$ となる.

以上, **(1)** と **(2)** から, $ax+b \le u$ の場合, $x = \dfrac{a-b}{2a}$ が最適な歩合率となり, この時の利益は $\dfrac{(a+b)^2}{4a}$ である. $ax+b \ge u$ の場合, $x = l$ が最適な歩合率となり, この時の

利益は $= -ul + u$ である．目的関数の等高線と実行可能領域の例を図 3 と図 4 に示す．$u = 30000, b = 10000, l = 0.5$ の時, $x = 0.375$ が最適解となる．これは, 図 3 の等高線グラフからも確認できる．$u = 30000, b = 10000, l = 0.2$ の時, $x = 0.2$ が最適解となる．これは, 図 4 の等高線グラフからも確認できる．

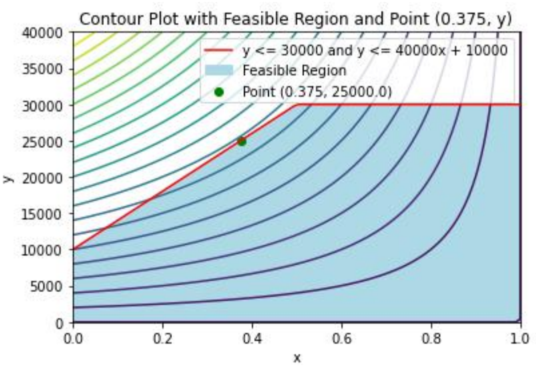

図 3　$u = 30000, b = 10000, l = 0.5$ の時

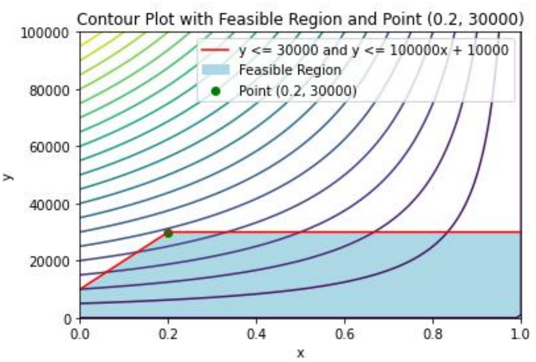

図 4　$u = 30000, b = 10000, l = 0.2$ の時

4　複数の従業員の歩合率を決定する問題

複数の従業員に対して同じ歩合率を用いる場合の問題を考える．はじめに次の記号の定義をする．

I: 従業員の集合.

l_i: 従業員 $i \in I$ の売上の上限の際の歩合率.

u_i: 従業員 $i \in I$ の売上の上限 (円).

b_i: 従業員 $i \in I$ の売上の下限 (円).

x: 従業員の全体の歩合率.

y_i: 従業員 $i \in I$ の売上 (円).

a_i: 従業員 $i \in I$ の歩合と売上の関係を示す関数の傾き $a_i = \dfrac{u_i - b_i}{l_i}$.

$$
\begin{aligned}
\text{max.} \quad & \sum_{i \in I} y_i (1 - x) & & (5)\\
\text{s.t.} \quad & 0 \le x \le 1 & i \in I \quad & (6)\\
& y_i \le a_i x + b_i & i \in I \quad & (7)\\
& 0 \le y_i \le u_i & i \in I \quad & (8)
\end{aligned}
$$

(5) は, 利益最大化を目的とした目的関数である．(6) は, x は 0 以上 1 以下であり, 歩合率は 0 から 100 パーセントの間であることを示す制約である．(7) は, 売上は従業員 $i \in I$ において $a_i x + b_i$ 以下であることを示す制約である．(8) は, 売上は従業員 $i \in I$ において 0 以上 u_i 以下であることを示す制約である．

5　計算実験

Gurobi Optimizer V. 11.0 を用いて最適解を求めるプログラムを Python で作成し, 表 1 に示すデータを用いて解く．

表 1　従業員のデータ

i	u	l	b
1	100,000	0.6	30,000
2	125,000	0.8	40,000
⋮	⋮	⋮	⋮
19	98,000	0.3	67,000
20	167,000	0.7	100,000

複数の従業員の歩合率を決定する問題において解いた結果, 歩合率は 0.17373 となり, 企業の利益は 1535377 となった．$l = 0.8$ として計算実験を行った際, 歩合率が上がる傾き a が小さくなることで. 歩合率が低くなることがわかった．また, $l = 0.2$ として計算実験を行った際, 歩合率が上がる傾き a が大きくなることで, 歩合率が高くなることがわかった．このことから売上上限の際の歩合率が低ければ低いほど大きい歩合率を与えることが最適解になるが, 売上上限の際の歩合率が高ければ高いほど小さい歩合率を与えることが最適解になることがいえる．

6　おわりに

従業員の特性を考慮しながら企業の利益を最大化する歩合率を決めることができた．

参考文献

[1] ウォーカープラス初野正和．ペナントより過酷!? 毎試合入替え戦を行うナゴヤドームの売り子事情. https://www.walkerplus.com/article/186075/. 2023 年 9 月 29 日閲覧.