

# フランスの数学教育の特徴

## — リセ第1学年の幾何学 —

2020SS041 水野 葉那

指導教員: 小藤 俊幸

### 1 はじめに

フランスはフェルマーやガロアなど多くの著名な数学者を輩出し、数学大国として知られている。そこで、フランスの数学教育と日本の数学教育の違いを2022年施行の学習指導要領より内容が「数学C」に移行したベクトルが含まれる幾何学の内容に焦点をあてて考える。

本研究では日本の高等学校に相当するフランスのリセ(lycée)で用いられている数学の教科書[1]と、日本の高等学校で用いられている教科書[2],[3]を比較する。ベクトルが扱われているリセ第1学年の幾何学について調べ、日本の数学教育とフランスの数学教育の違いを見つける。その違いからフランスの数学教育の特徴を捉え、日本の数学教育で活かす点を検討していく。

### 2 リセで使われる数学の教科書

日本の数学の教科書は「数学I, 数学A」, 「数学II, 数学B」と2冊に分かれている。それに対して、リセで使われる数学の教科書はこの2冊分が1冊にまとめられているため教科書は分厚く、大きくなっている。

教科書[1]の構成は復習から始まり講義, 技法, 演習の4つに分かれている。講義では主に定義や定理, 性質の紹介と, 基本的な例題があげられている。技法では練習問題が解法と共にあげられている。

### 3 幾何学の範囲

日本の高校1年生に当たる年齢の生徒が学習する幾何学の範囲の内容は、「ベクトル」, 「図形・空間の性質」, 「図形と方程式」の3章にまとめられている。

#### 3.1 ベクトル

ベクトルは点の平行移動によってできるものとして最初に定義され, ノルム, 加法・減法, 実数倍, と定義や定理が紹介されている。また, 「 $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ 」と「平行四辺形ACDB」が同値であることが以下のように証明されている。

(証明1)

$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ と仮定し, 平行四辺形ACDBであることを証明する。そのために  $\vec{AB} = \vec{CD}$  を示す。

仮定より,  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ で,

$$\vec{AB} = \vec{AD} - \vec{AC} = \vec{AD} + \vec{CA} = \vec{CA} + \vec{AD} = \vec{CD}$$

となる。

よって, ACDBは平行四辺形である。

(証明2)

ACDBが平行四辺形であると仮定し,

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} \text{ となることを証明する。}$$

仮定より,  $\vec{AB} = \vec{CD}$  である。

したがって,

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{CD} + \vec{AC} = \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$$

となり,  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$  が得られる。 ([1], p.96)

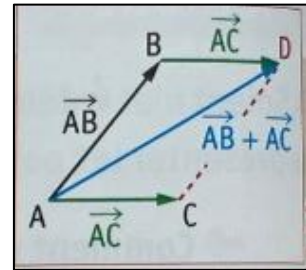


図1  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$  のとき

平行四辺形ACDB ([1], p.96)

この章の講義の後半には2つのベクトルが同一線上にあるとき行列式が0であることが以下のように証明されている。

(証明)

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ とする。}$$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$$

1.  $\vec{v} \neq \vec{0}$  の場合。

$\vec{u} = k\vec{v}$  となる実数  $k$  が存在する。また,

$$k\vec{v} = \begin{pmatrix} kx' \\ ky' \end{pmatrix} \text{ と } \vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ より, } \begin{cases} kx' = x \\ ky' = y \end{cases} \text{ である。}$$

したがって,

$$\begin{aligned} xy' - x'y &= kx' \times y' - x' \times ky' \\ &= kx'y' - kx'y' \\ &= 0 \end{aligned}$$

となる。よって,  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  となる。

2.  $\vec{v} = \vec{0}$  の場合。

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v}) &= \begin{vmatrix} x & 0 \\ y & 0 \end{vmatrix} \\ &= x \times 0 - y \times 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

となり,  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  となる。 ([1], p.104)

#### 3.2 図形・空間の性質

正射影, 三角形の辺と角の大小関係を利用した証明, 三角関数の相互関係とその証明などが述べられている。

三角形の辺と角の大小関係を利用した証明は以下のようである。

定理：直線( $d$ )上の点 $M'$ が点 $M$ の正射影ならば、点 $M$ に最も近い点である。

(証明)

直線( $d$ )と点 $M$ があり、点 $M'$ は直線( $d$ )上にある点 $M$ の正射影とする。

1.  $M$ が直線( $d$ )に属する場合.  
この時、 $M'$ と $M$ は同一であるため $MM' = 0$ となる。したがって、点 $M'$ は点 $M$ に最も近い直線( $d$ )上の点である。
2.  $M$ が直線( $d$ )に属さない場合.  
点 $A$ を点 $M'$ とは異なる直線( $d$ )に属する任意の点とする。三角形 $AM'M$ は $M'$ で直角である。直角三角形の最長の辺は斜辺であるため、 $MA > MM'$ となる。よって、点 $M'$ は点 $M$ に最も近い直線( $d$ )上の点となる。 ([1], p.130)

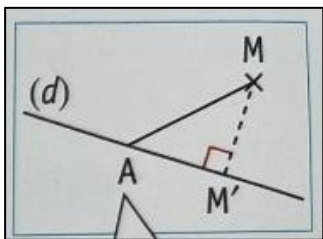


図2 点 $M$ の正射影によってできる三角形 $AM'M$  ([1], p.130)

### 3.3 図形と方程式

点と直線の内容が紹介されており、直線の傾きや2直線の関係が述べられている。また、直線の方程式の証明も示されている。 ([1], p.156-161)

## 4 日本との違い

今回参照した幾何学の内容は、日本ではほとんどが高校2年生以降で学習する内容である。そのため履修していない生徒もいる範囲をフランスは必修として取り扱っている。

### 4.1 ベクトル

日本の教科書にはベクトルの範囲の例題や問題は解くことを目的としたものが多く、証明の問題は少ない。行列式においては、日本では大学で学ぶ内容であるが、フランスではリセの第1学年で学び必修として学習する。

日本の高校で学ぶベクトルの内容は、平面だけでなく空間ベクトルやベクトルの内積などの応用の内容まで学ぶ ([2], p.46, [3], p.8) が、フランスでは平面のみが扱われている [1]。日本ではベクトルは「向きと大きさ」で定まる量であると定義されるのに対して、フランスでは点の平行移動によりできるものと定義されており、行列で表されていることから数の並びとして扱われているように感じた。日本の学生が  $n$  次元の想像が難しく感じるのは「向き」を容易に想像できないからだろう。フランスは数の並びであることから  $n$  次元への対応は容易であると感じる。

ベクトルを必修の範囲で学習する点や、日本では大学で学ぶ内容である行列式を高校の必修として学習する点が日本との大きな違いといえる。

### 4.2 図形・空間の性質

フランスでは図形・空間の性質の内容は正射影がベースとなっていた。そのため、日本では単位円を用いて三角関数が説明されているのに対し、フランスでは単位円ではなく正射影によってできる三角形を用いて説明がされていた。

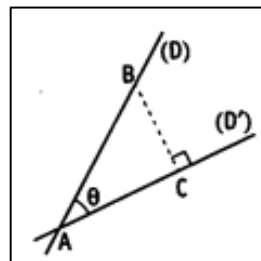


図3 三角関数の説明で用いられている図

( [1], p.132)

### 4.3 図形と方程式

日本の教科書では円も扱われているが、フランスの教科書は直線のみを扱っている。ベクトルを使うために直線のみ学習となっていると考えられる。

## 5 おわりに

フランスの教科書は図が多い、解説が詳しいなど、「教科書」というより「参考書」と思えるような教科書であると感じた。そのため教え方や教科書の使い方は様々で、授業の作り方は教員の力量に託されているという印象を持った。

定理の証明や、例題でも証明を求める問題があり、公式としてただ覚えるのではなく、なぜそうなるのか理論的に考えさせることを意図していると考えられる。

フランスのリセではベクトルを必修で扱っており、第1学年の幾何学の内容で最初に学習し、行列式やノルムについても学習する点が日本との大きな違いである。これがフランスの数学教育の特徴の1つであると考えられる。日本ではベクトルが数学Cに移行するなど理系の学生のみが学ぶ分野となっているが、ベクトルや行列は経済学などデータを扱う際に利用され、文系の学生にとっても必要な内容であると考えられる。ベクトルは現在、理系の学生のみが学習する範囲となっているが、平面のみなど基礎の範囲においては、文系の学生も学ぶことが望ましいと考える。

### 参考文献

- [1] Aude Brisset ほか: 『TRANSMATH 2de』. Nathan, 2020
- [2] 飯高 茂ほか: 『数学B』. 東京書籍, 2008
- [3] 坪井 俊ほか: 『数学C』. 数研出版, 2023