# ドローンの姿勢角制御

2020SC019 飯島隼矢
指導教員：陳幹

## 1 はじめに

近年, 物の運搬やレスキュー, 監視などの目的でドローンの自律飛行が注目されている [1]. そこでドローンの操作後に人が細かな操作をしなくても姿勢角を速やかなに収束させることにより, 自立安定化させることを目的とする.

## 2 制御対象

本研究では制御対象をクアッドコプタとする. ここでは以下の仮定する [2].
(1) 機体のフレームは剛体である.
(2) 機体のフレームは対象である.
(3) 機体のフレームの重心と機体座標系の原点は一致している.
(4) プロペラは剛体である.
制御対象クアッドコプタの概形図を図 1 に示す. 文献 [1],[2] をもとにモデル設計を行う.

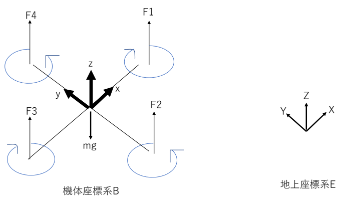


図 1 機体座標系と地上座標系

実際のクアッドコプタのモデリングは複雑な機械システムであるが, 図 1 に示すように, 機体座標系 B と地上座標系 E を図のようにおく. 各定数を表 1 に示す.

ラグランジュの運動方程式から求めていく. まず変数の定義として式 (1) に示す.

$$\epsilon = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \eta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, W(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -sin\theta \\ 0 & cos\phi & cos\theta sin\phi \\ 0 & -sin\phi & cos\theta cos\phi \end{bmatrix}$$

$$I_b = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} F1 \\ F2 \\ F3 \\ F4 \end{bmatrix}, e_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$J(\eta) = W(\eta)^T I_b W(\eta),\ \tau_\phi = bl(F4 - F2)$$

$$\tau_\theta = bl(F3 - F1),\ \tau_\psi = d(F4 - F2 + F3 - F1) \quad (1)$$

次に x,y,z の各外力モーメント求めるために以下の計算を求める. $x$ 軸回りと $y$ 軸回り, $z$ 軸回りの回転行列の積を $R(\phi, \theta, \psi)$ とすると 外力モーメントは式 (2) で計算する.

$$F_{x,y,z} = R(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & b & b & b \end{bmatrix} u \quad (2)$$

並進運動エネルギーは式 (3) に示す.

$$T_{translational} = \frac{1}{2} m \dot{\epsilon}^T \dot{\epsilon} \quad (3)$$

回転運動エネルギーは式 (4) に示す.

$$T_{rotation} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J(\eta) \dot{\eta} \quad (4)$$

ポテンシャルエネルギーは式 (5) に示す.

$$U = mge_z^T \epsilon \quad (5)$$

$q = [\epsilon^T\ \eta^T]^T$ とするとラグランジュの運動方程式を式 (6) に示す.

$$L = T_{translational} + T_{rotation} - U$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F_q \quad (6)$$

表 1 クアッドコプタの各パラメータ

| Symbol | 名称 |
|---|---|
| $\phi$ | x 軸回りの角度 |
| $\theta$ | y 軸回りの角度 |
| $\psi$ | z 軸回りの角度 |
| m | クアッドロータの質量 |
| g | 重力加速度 |
| $J_r\theta\Omega_r, J_r\phi\Omega_r$ | ジャイロ効果 |
| $r$ | 重心からロータの回転中心までの距離 |
| $F_i$ | 各ロータ推力 |
| $I_b$ | 剛体の慣性モーメント |
| $\tau_i$ | 各角度におけるトルク |

### 2.1 線形化

非線形モデルの厳密な線形化を行うために入力$\tau = (U1, U2, U3)$ とし, 制御入力を式 (7) に示す.

$$J = W(\eta)^T I_b W(\eta), C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} \dot{\psi}\dot{\theta}cos\theta \\ -\phi\psi cos(\theta) \\ \dot{\phi}\dot{\theta}cos\theta \end{bmatrix}$$

$$u = J(\eta)W(\eta)\tau + (W(\eta)^T)^{-1}C(\eta,\dot{\eta})$$

$$M(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta,\dot{\eta})\dot{\eta} = W(\eta)^T u \tag{7}$$

式 (7) で計算したものを式 (8) で示す.

$$\ddot{\phi} = U1,\ \ \ddot{\theta} = U2,\ \ \ddot{\psi} = U3 \tag{8}$$

## 3 制御器設計

本研究ではドローンが操作後に速やかな安定化をすることを目的としている. そこで LQ 制御を使うことにより安定化した制御を行っていく.LQ 制御は線形システムを使い制御を行い, 最小化する評価関数を考える. 評価関数を求めるために Riccati を解く必要がある.[4] をもとに導出した. 線形化した時の状態方程式を式 (9) に示す.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{9}$$

評価関数を式 (10) に示す. ただし, $Q, R$ は評価関数の重み行列である.

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x + u^T R u \ dt \tag{10}$$

LQ 制御を使ってフィードバックゲインを求めるには Riccati 方程式を解く必要がある. そこで Riccati 方程式を式 (11) に示す.

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \tag{11}$$

これらを満たす $P$ を求めることによって, 評価関数 $J$ を最小化するフィードバックゲイン $K$ を計算できる. フィードバックゲイン $K$ を式 (12) に示す.

$$K = R^{-1}B^T P \tag{12}$$

制御入力は式 (13) で表すことができ, これらによって評価関数を最小化する制御入力を求めることができる.

$$u = -Kx \tag{13}$$

## 4 シミュレーション

[3] をもとに $LQ$ 制御を加えた時の$\phi$と$\dot{\phi}$の時間応答を図 2, 図 3 に示す.

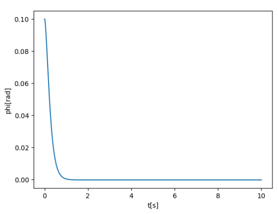


図 2 LQ 制御を加えた時の $\phi$ の時間応答

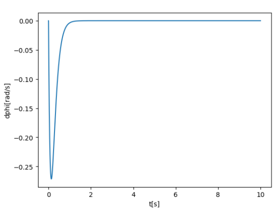


図 3 LQ 制御を加えた時の $\dot{\phi}$ の時間応答

LQ 制御を加えた時の $\theta$と$\dot{\theta}$の時間応答を図 4, 図 5 に示す
.

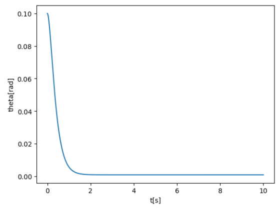


図 4 LQ 制御を加えた時の $\theta$ の時間応答

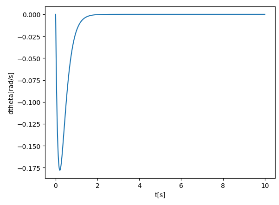


図 5 LQ 制御を加えた時の $\dot{\theta}$ の時間応答

入力 U1 と U2 の時間応答を図 6,7 に示す.

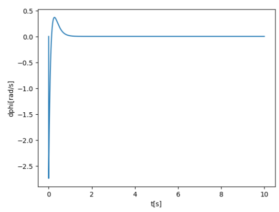


図 6 LQ 制御を加えた時の入力 U1 の時間応答

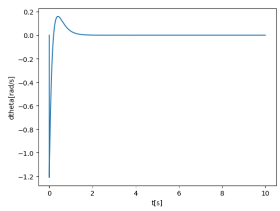


図 7 LQ 制御を加えた時の U2 の時間応答

## 5 おわりに

本研究では LQ 制御を行ったことで, 姿勢角を安定化させることができた. さらに収束時間が短く, 初期値が小さいこともあるが, 入力も小さくすることができ, 入力に大きな負担を負わないような制御ができた. シミュレーション結果から x 軸回りと y 軸まわりの角度は対称性があるので, 数値の差は少し違いがあるが, 波形においてはほぼ同じ時間応答が見られた.

## 参考文献

[1] 本仲君子. ドローンの自律飛行のための制御器設計とシミュレーション関西大学理工学会誌　理工学と技術 Vol.24,2017

[2] 野波健蔵 . ドローン工学入門　モデリングから制御まで. コロナ社 2020

[3] 白井淳平; 山口崇司; 鷹羽浄嗣. むだ時間を考慮したドローンの遠隔ビジュアルサーボ制御. システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, 2017, 61: 6p.

[4] 北本卓也; 山口哲. パラメータを含むシステムの LQ 制御問題について. 電子情報通信学会論文誌 A, 2008, 91.3: 349-359.

[5] 大内茂人, 小谷斉之, 井上健人, 稲葉毅, 宮下朋之, 野口宏実. 2021. 並進系を考慮したシングル CMG によるドローンの姿勢制御. 日本機械学会論文集, 87.895, 20-00296.