複数の会社による多期間航空ネットワーク設計問題

2019SS016 原　日々輝

指導教員：佐々木　美裕

1　はじめに

航空ネットワーク設計問題にはハブ空港の設置によるネットワーク設計モデルや, 路線開設による航空ネットワーク設計モデルなど様々なモデルがある．しかし, 多期間にわたる計画を考慮したモデルは少ない．本研究は, ハブ空港の配置を前提とせず, 既存会社のネットワークを所与として新規会社が協力と競合を考慮して参入するモデルである PPANP-CC [1] を基盤とし, 2 社の航空会社が自社の収益最大化を目的として多期間にわたって交互に路線開設を行うモデルを提案する．各社の収益や乗客にとっての利便性について分析することを目的とする．

2　モデルの説明

路線配置による航空ネットワーク設計問題は, 空港の位置と OD(出発地と目的地) ペア間の潜在需要を所与とする．はじめに, 2 社によって構築された既存のネットワークを所与とし, いずれかの会社が自社の収益最大化を目的に新規路線を開設する問題を定式化する．さらに, この問題を反復して解くことにより, 多期間航空ネットワーク設計問題の解を求める．

3　定式化

はじめに, 記号について説明する．

N: 空港の集合．$N = \{0, 1, 2, \cdots, n\}$

R: 路線の集合．$R = \{(i, j) \mid i, j \in N, j \neq i\}$

Π: OD ペアの集合．$\Pi = \{(i, j) \mid i, j \in N, j > i\}$

$T_{ij}^{\text{1-stop}}$: $(i, j) \in \Pi$ において, 1 ストップパスの経由可能な空港の集合.$T_{ij}^{\text{1-stop}} = \{k \mid k \in N, k \notin \{i, j\}\}$

$T_{ij}^{\text{2-stop}}$: $(i, j) \in \Pi$ において, 2 ストップパスの経由可能な空港の集合．$T_{ij}^{\text{2-stop}} = \{(k, l) \mid k, l \in N, k \neq l, k, l \notin \{i, j\}\}$

p_{ij}: $(i, j) \in \Pi$ に対する単位需要あたりの収益.

w_{ij}: $(i, j) \in \Pi$ の潜在需要.

d_{ij}: $(i, j) \in \Pi$ の距離.

m^{A}: A 社が 1 期間に開設する路線の本数.

m^{B}: B 社が 1 期間に開設する路線の本数.

$a_{ijk}^{\text{1-stop}}$: 1 ストップパス (i-k-j) の魅力度.

$a_{ijkl}^{\text{2-stop}}$: 2 ストップパス (i-k-l-j) の魅力度.

e_{ij}^{A}: A 社が路線 $(i, j) \in R$ を開設しているとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリパラメータ.

e_{ij}^{B}: B 社が路線 $(i, j) \in R$ を開設しているとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリパラメータ.

s_{ijk}^{A1}: A 社が 1 ストップパス (i-k-j) から得る収益の割合.

s_{ijkl}^{B1}: B 社が 1 ストップパス (i-k-j) から得る収益の割合.

s_{ijkl}^{A2}: A 社が 2 ストップパス (i-k-l-j) から得る収益の割合.

s_{ijkl}^{B2}: B 社が 2 ストップパス (i-k-l-j) から得る収益の割合.

次に, 決定変数について説明する.

x_{ijkl}: 2 ストップパス (i-k-l-j) を利用可能のとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリ変数.

x_{ijk}: 1 ストップパス (i-k-j) を利用可能のとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリ変数.

x_{ij}: ノンストップパス (i-j) を利用可能のとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリ変数.

y_{ijkl}: OD ペア間において 2 ストップパス (i-k-l-j) の魅力度が最大であるとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリ変数.

y_{ijk}: OD ペア間において 1 ストップパス (i-k-j) の魅力度が最大であるとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリ変数.

y_{ij}: OD ペア間においてノンストップパス (i-j) の魅力度が最大であるとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリ変数.

u_{ij}: 路線 $(i, j) \in R$ を開設するとき 1, そうでないときに 0 をとるバイナリ変数.

以下では, A 社が開設する場合の定式化について説明する．目的関数は,

$$\sum_{(i,j)\in\Pi} p_{ij} w_{ij} \left\{ \sum_{(k,l)\in T_{ij}^{\text{2-stop}}} a_{ijkl}^{\text{2-stop}} s_{ijkl}^{\text{A2}} y_{ijkl} + \sum_{k\in T_{ij}^{\text{1-stop}}} a_{ijk}^{\text{1-stop}} s_{ijk}^{\text{A1}} y_{ijk} + (1 - e_{ij}^{\text{B}}) y_{ij} \right\} \quad (1)$$

で表すことができ, これを最大化することを目的である.

路線と 1 ストップパスの関係に関する制約は,

$$x_{ijk} \leq u_{ik} + e_{ik}^{\text{A}} + e_{ik}^{\text{B}}, \quad (i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^{\text{1-stop}} \quad (2)$$

$$x_{ijk} \leq u_{kj} + e_{kj}^{\text{A}} + e_{ik}^{\text{B}}, \quad (i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^{\text{1-stop}} \quad (3)$$

$$(e_{ik}^{\text{A}} + e_{ik}^{\text{B}} + u_{ik}) + (e_{kl}^{\text{A}} + e_{kj}^{\text{B}} + u_{kj}) - 1 \leq x_{ijk}, \quad (i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^{\text{1-stop}} \quad (4)$$

で表すことができる．ノンストップパス, 2 ストップパスに対しても同様の式を書くことができる．(2), (3) は, $(i, k), (k, j) \in R$ を開設すると, 1 ストップパス (i-k-j) が利用可能になることを示し, (4) は, $(i, k), (k, j) \in \Pi$ に路線が存在するとき, 1 ストップパスが必ず利用可能であることを示す.

次の式は, OD ペア間に存在するパスの中で最も魅力度が高いパスに対応する変数 y の値が 1 をとる制約である.

$$y_{ijkl} \leq x_{ijkl}, \quad (i, j) \in \Pi, (k, l) \in T_{ij}^{\text{2-stop}} \quad (5)$$

$$y_{ijk} \leq x_{ijk}, \quad (i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^{\text{1-stop}} \quad (6)$$

$$y_{ij} \leq x_{ij}, \qquad (i,j) \in \Pi \quad (7)$$

$$\sum_{(k,l)\in T_{ij}^{\text{2-stop}}} a_{ijkl}^{\text{2-stop}} x_{ijkl} \leq \sum_{(k,l)\in T_{ij}^{\text{2-stop}}} a_{ijkl}^{\text{2-stop}} y_{ijkl} + \sum_{k,\in T_{ij}^{\text{1-stop}}} a_{ijk}^{\text{1-stop}} y_{ijk} + y_{ij}, \qquad (i,j) \in \Pi \quad (8)$$

$$\sum_{k\in T_{ij}^{\text{1-stop}}} a_{ijk}^{\text{1-stop}} x_{ijk} \leq \sum_{(k,l)\in T_{ij}^{\text{2-stop}}} a_{ijkl}^{\text{2-stop}} y_{ijkl} + \sum_{k,\in T_{ij}^{\text{1-stop}}} a_{ijk}^{\text{1-stop}} y_{ijk} + y_{ij}, \qquad (i,j) \in \Pi \quad (9)$$

$$x_{ij} \leq a_{ijkl}^{\text{2-stop}} y_{ijkl} + a_{ijk}^{\text{1-stop}} y_{ijk} + y_{ij}, \qquad (i,j) \in \Pi, (k,l) \in T_{ij}^{\text{2-stop}}, k \in T_{ij}^{\text{1-stop}} \quad (10)$$

新規路線についての制約は,

$$\sum_{(i,j)\in\Pi} u_{ij} = m^{\mathrm{A}} \quad (11)$$

$$u_{ij} \leq 1 - e_{ij}^{\mathrm{A}} - e_{ij}^{\mathrm{B}}, \qquad (i,j) \in \Pi \quad (12)$$

で表すことができ, (11) は, A 社が 1 期間に m^{A} 本の路線を開設することを示す. (12) は, OD ペア間に既に路線が開設されているとき, 新規路線を開設できないことを示す.

B 社が開設するときの定式化は, e_{ij}^{A} と e_{ij}^{B}, m^{A} と m^{B} を入れ替えたものである.

また, 収益分配式についても変更する必要がある. A 社が新規路線を開設するとき, 1 ストップパス (i-k-j) の協力パスから得られる収益分配式は,

$$s_{ijk}^{\mathrm{A1}} = \frac{d_{ik}(1-e_{ik}^{\mathrm{B}}) + d_{kj}(1-e_{kj}^{\mathrm{B}})}{d_{ik}+d_{kj}} \quad (13)$$

$$s_{ijk}^{\mathrm{B1}} = 1 - s_{ijk}^{\mathrm{A1}} \quad (14)$$

と表すことができる. B 社が開設するときの収益分配式は, s_{ijk}^{A1} と s_{ijk}^{B1} を入れ替えたものである.

4 計算結果と考察

CAB データを用いて, Gurobi Optimizer9.1.2 で計算実験を行う. 空港数が 10, A 社と B 社が合計 8 本の路線を開設するという条件のもと, 1 本の路線開設を 8 期間繰り返す場合を実験 1, 2 本の路線開設を 4 期間繰り返す場合を実験 2, 4 本の路線開設を 2 期間繰り返す場合を実験 3 としてそれぞれ計算実験を行い, 結果を比較する. 各実験の構築されたネットワークを図 1, 各期間の A 社と B 社の収益の獲得収益を図 2, 構築されたネットワークのパスの魅力度とその本数を図 3 に示す. 図 1 より, いずれの場合においても Chicago 中心のネットワークが構築される. 図 3 より, 実験 1 と実験 2 に大きな差はないが, 実験 3 では全体的に魅力度が高いパスが多いことがわかる. 図 2 より, 実験 1 は 4 期間目以降路線開設した会社の収益のほうが大きく, 実験 2 はすべての期間において A 社のほうが収益が大きいが, どちらも最終的にはほとんど差がない. しかし, 実験 3 では 2 社間の獲得収益の差が大きくなることがわかる.

この実験より, 1 期間に多くの路線を開設すると 2 社の収益の差は大きくなるが, 乗客の利便性は高くなることがわかる.

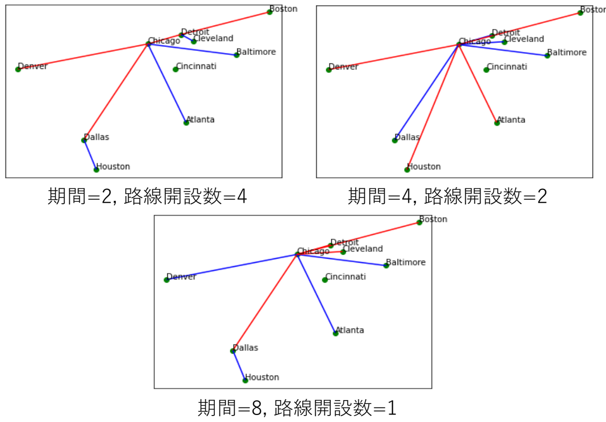

図 1 CAB データの各実験結果のネットワーク

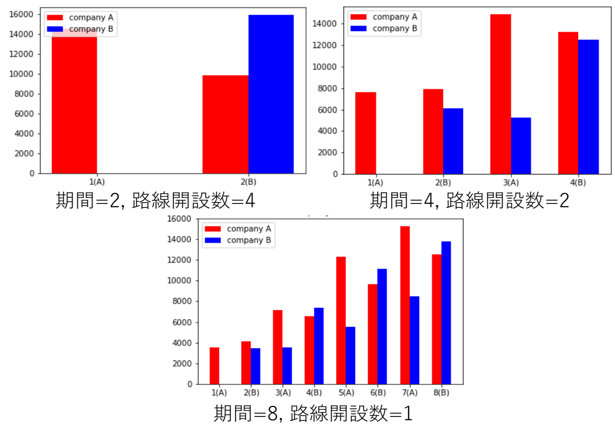

図 2 CAB データの各実験結果の期間ごとの獲得収益

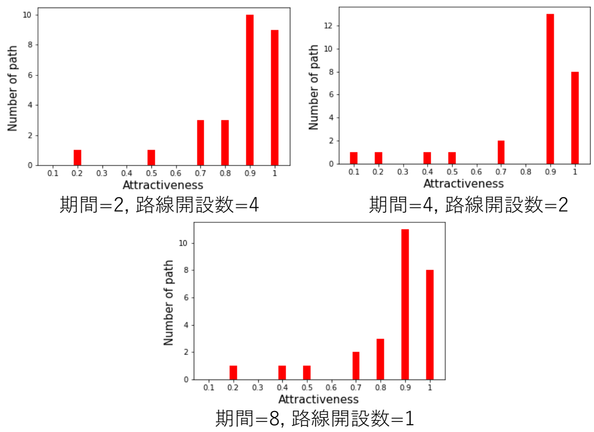

図 3 CAB データの各実験結果のパスの魅力度

参考文献

[1] J. Hibino, S. Koichi, T. Furuta, and M. Sasaki. Co-operation and competition to design a point-to-point airlinenetwork under regulation for a new entry. *Bulletin of the JSME*, 2021.