

# 生物現象を題材とした数学科授業案の作成

2019SS084 白井理子

指導教員：小藤俊幸

## 1 はじめに

今年度、教育実習を行った。その際に「数学って何のために勉強するの？」という疑問や、「数学は社会に出てから役に立たないからやりたくない」という生徒の声を聞くことが多くあった。これは、生徒が日常生活を送る中で「数学が活かされている」という感覚が不足していることが原因として考えられる。このことから、生徒が数学を学ぶ意義を感じられるような授業を行う必要があると感じた。また、そう感じたと同時に、近年世界的に話題となっているSDGsに関連するような現実の問題を数学の授業にて扱い、生徒が数学を学ぶ意義を感じられるような授業を行うことによって、この問題を解決したいと考えた。そこで本研究は、SDGs 17の目標の3つ目である、「すべての人に健康と福祉を」に関連するような現実的な問題を扱い、授業を行うことを目標とする。また、本研究では、2つの現実の問題を扱うことにする。扱う問題の1つは、「人口の増加問題および減少問題」である。もう1つの問題は、世界的なパンデミックを引き起こした、コロナウイルス感染症に因んだ「感染症の広がり方」である。本研究では、実際の数値を扱うことによって、生徒が現実の問題解決に数学が不可欠であるということを体感させることを重要視している。したがって、純然たる数学だけではなく、Excelを用いることによって実際のデータを扱っていくこととする。

## 2 授業案

本授業は高校2年生を対象とし、数学Bの数列の漸化式を扱う。また、3時間構成(65分×3)で行うこととする。

### 2.1 授業の到達目標

1時間目の授業の到達目標は、「与えられたデータがマルサスモデルで表せるか確認し、人口が100億人を超えるのが何年かを予想することができること」である。

2時間目の授業の到達目標は、「与えられたデータがロジスティックモデルで表せるか確認することができること」である。

3時間目の授業の到達目標は、「SIRモデルを用いて、感染症の広がり方を予測することができること」である。

### 2.2 1時間目

1時間目は、マルサスモデルを扱う。マルサスモデルとは、ある個体数の指数関数的な増加または減少の様子を記述するモデルである。また、マルサスモデルは、差分方

程式

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{x_n} = k \quad (1)$$

で表されるモデルである。

1時間目の授業ではマルサスモデルに関する問いに取り組む。1時間目に取り組む問いは、以下の問1と問2の2問である。

問1 (1)式について、数列 $\{x_n\}$ の一般項 $x_n$ を初項 $x_1$ と $k$ を用いて表せ。

問2 与えられた数値が(1)式を満たすとき、世界人口が100億人を超えるのは何年か予測せよ。ただし、 $\log_{10} 76.57 = 1.88$ ,  $\log_{10} 1.05 = 0.02$ として計算せよ。

問1の出題意図は、「漸化式を学習する上で理解しておく必要のある、等比数列の復習を行うこと」である。また、問2の出題意図は、「漸化式を用いて世界人口が増加する様子を予測させることによって、漸化式が現実の問題に活かされていることを実感させること」と「対数の復習を行うこと」である。

次に、問1と問2の解答を述べる。問1の解答は、 $x_{n+1} = x_1(1+k)^{n-1}$ である。

問2の解答例は、データより与えられた数値を(1)式に代入すると問1より、 $76.57 \cdot (1.05)^{n-1} = 100$ が成り立つことから、この式の両辺に底10の対数をとると、「世界人口が100億人を超えるのは2055年と予測することができる。」が解答例として挙げられる。

### 2.3 2時間目

2時間目は、ロジスティックモデルを扱う。ロジスティックモデルとは、マルサスモデルを改良したモデルであり、増減率が定数ではなく、人口の減少関数で表されるモデルである。また、ロジスティックモデルは差分方程式

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{x_n} = a - bx_n \quad (2)$$

で表されるモデルである。

2時間目の授業ではロジスティックモデルに関する問いに取り組む。2時間目に取り組む問いは問3と問4の2問である。

問3 アメリカの人口の変化にマルサスモデルが合うか否かを確認せよ。

問4 アメリカの人口の変化にロジスティックモデルが合うか否かをExcelを用いて確認せよ。

問3と問4の出題意図は、「漸化式を用いてアメリカの人口が増加または減少の様子を予測させることによって、

漸化式が現実の問題に活かされていることを実感させること」と「Excel の操作に慣れるさせること」である。

次に問3と問4の解答例を述べる。問3の解答例は、「実際のアメリカの人口と予測値を比較すると、アメリカの人口はマルサスモデルと合っていないことが分かる。」が挙げられる。

問4の解答例は、「Excel で計算したデータと実際のデータを比較すると、アメリカの人口はロジスティックモデルと合っていることが分かる。」が挙げられる。

#### 2.4 3時間目

3時間目は、SIR モデルを扱う。SIR モデルとは、感染症の広がりを漸化式で記述するモデルである。また、SIR モデルは、差分方程式

$$\begin{cases} S_{t+1} = S_t - \beta S_t I_t \\ I_{t+1} = I_t + \beta S_t I_t - \gamma I_t \\ R_{t+1} = R_t + \gamma I_t \end{cases} \quad (3)$$

で表されるモデルである。このモデルの、 $S_t$ 、 $I_t$ 、 $R_t$  はそれぞれ、時刻  $t$  における感染可能人数、感染者数、回復者数を表す。また、 $\beta$ 、 $\gamma$  はそれぞれ、感染率、回復率を表す。

3時間目の授業では SIR モデルに関する問いに取り組む。3時間目に取り組む問いは、問5のみである。ただし問5は(1)から(5)の5つの小問より構成されている。

問5 感染可能人数100人、感染者数1人、回復者数0人、感染率0.01、回復率0.1とする。配布したExcelシートを利用して以下の問いに答えよ。ただし、いずれの問いも小数第1位を四捨五入して整数として答えよ。

- (1) 2日後の感染可能人数を答えよ。
- (2) 5日後の感染者数を答えよ。
- (3) 回復率0.1は誤りであり、0.3であることが判明した。このとき、4日後の回復者数を答えよ。
- (4) 感染率0.01は誤りであり、正しくは0.02であることが判明した。このとき、(1)、(2)、(3)を答えよ。
- (5) 変数の値を変えることによって自身で問いを作成し、その問いを答えよ。」

また、問5で用いる Excel シートは以下の図1である。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		S: 感染可能	I: 感染者数	R: 回復数	N: 合計		$\beta$ : 感染率	$\gamma$ : 回復率
2	0	100	1	0	101		0.01	0.1
3	1	99	1.9	0.1	101			
4	2	97.119	3.591	0.29	101			
5	3	93.6315	6.7194	0.6491	101			
6	4	87.3399	12.339	1.321	101			
7	5	76.5631	21.882	2.5549	101			

図1 問5で用いる Excel シート

問5の出題意図は、「漸化式を用いて感染症の広がり方を

予測させることによって、漸化式が現実の問題に活かされていることを実感させること」である。このことに加え、(1)、(2)では、数式の意味を理解して読み取らせることによって、また(3)、(4)、(5)では、パラメータを変化すると結果がどのように変わるかを調べさせることによって、「Excel の操作に慣れさせること」も意識している。

次に問5の解答を述べる。(1)は97人であり、(2)は22人であり、(3)は19人である。(4)については、2日後の感染可能人数は76人、5日後の感染者数は67人、4日後の回復者数は37人である。(5)の解答例は次の通りである。

作成した問い：感染率が0.001、回復率が0.001のとき、(1)、(2)に答えよ。

作成した問いの解答：G2のセルの値である感染率を0.001、H2のセルの値である回復率を0.001に変える。その上で、(1)、(2)と同様にして計算を実行すると、それぞれの値、96.992、15.83099を得る。ゆえに、求める人数は97人、16人である。

### 3 おわりに

SDGs 17の目標の3つ目の目標である、「すべての人に健康と福祉を」に関連するような現実の問題である、「人口の増加問題および減少問題」と「感染症の広がり方」を扱う授業案を作成した。近年、世界的に話題となっている2つの問題を数学の授業で取り組むことは、生徒の「数学って何のために勉強するの?」という疑問に対する答えを生徒が自ら気が付き、体感するきっかけとなる。さらには、「数学は社会に出てから役に立たない」という考えを覆すことさえできるのではないだろうか。そしてこれらのことゆえ、本研究で作成した授業を実践することによって「数学が活かされている」という感覚が養われることを期待することができる。本研究で日常生活の中で数学がどのように活かされているのかということを生徒が体感することの重要性を実感することができた。したがって、今後私は、数列の漸化式とは別の単元に関して、日常生活において数学が活かされている現象を精力的に探し出す必要がある。そして探し出した現象を授業で扱うことによって、生徒が数学に興味関心を持つことができるよう、指導していけたらと思う。

### 参考文献

- [1] D. バージェス, M. ボリー, (垣田高夫, 大町比佐栄訳):『微分方程式で数学モデルを作ろう』, 日本評論社, 東京, 1990,
- [2] 森平爽一郎:「感染症モデル入門:何を学ぶか」, ファイナンシャル・プランニング, No.20, pp.18-28, 2020,