

バックステップング制御を用いた磁気軸受

2019SC023 河上黎太郎 2019SC052 笹浦壮馬

指導教員：陳幹

1 はじめに

磁気軸受は、高速回転体を無接触で支持することができる特性がある。その結果、機械的な摩擦が少ない動作、振動制御が可能な高速性、メンテナンスの低減が可能になる。上記の特性から多くのものに用いられている。応用分野としては、超遠心分離機 [1]、宇宙用機器 [2]、ターボ分子ポンプ [3] などに用いられ、その用途は拡大してきている。だが、その反面、消費電力量の大きさ、バイアス電流による電磁石の発熱などが、電力貯蔵用磁気軸受システムにおいて問題とされている。磁気軸受は本質的に不安定なシステムであり、とりわけジャイロ効果を有するフライホール電力貯蔵システムでは制御が不確実になる。この問題に対して、適切なジャイロ補償器の設計が必要であることが挙げられる [4]。また、電力貯蔵用磁気軸受システムにおいて電力の消費を小さくすることが重要な問題として考えられる。この問題を解決するにあたって、バックステップング法を用いたゼロバイアス補償器の設計が挙げられている [4][5][6]。

本研究では、ジャイロ効果を有した磁気軸受フライホールシステムに対して、その剛体モデルのモデリングについて行う。その剛体モデルに対して、[4] を参考にバックステップング補償器を設計し、シミュレーションとその制御性能を検証する。

2 剛体モデル

本研究で用いる剛体モデル（制御対象）の概略図を図 1 に示す。また、x-z 平面から見た剛体モデルを図 2 に示す。

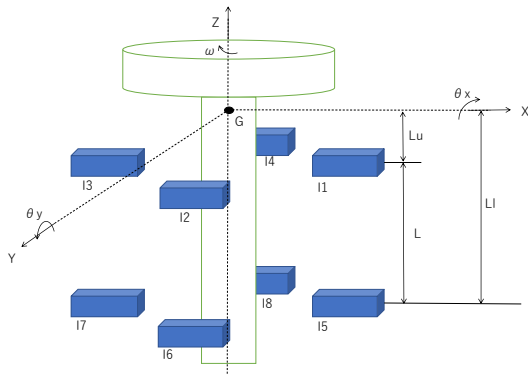


図 1 制御対象の概略図

今回のモデルは図 2 からわかる通り、8 個の電磁石で構成されている。8 個の電磁石は、ロータの x, y 方向の並進運動と重心周りの回転運動を制御するために使用される。図

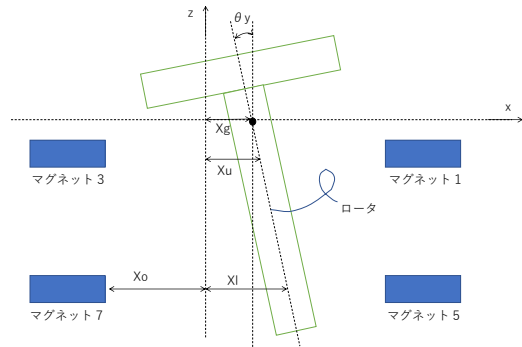


図 2 5 軸制御系磁気軸受のモデル図

1 に示すように、ロータの重心位置を G とする。また、定常状態でのロータは垂直におかれるので、定常状態においてのロータの軸は o-xyz 座標の z 軸と一致する。各電磁石に流れる電流を $I_1 \sim I_8$ とする。 X_g, Y_g はロータの重心位置での x, y 方向の変位、 θ_x, θ_y はそれぞれ y-z 平面, x-z 平面での変位角を示す。 L は上部、下部の電磁石間の距離、 L_u, L_l はそれぞれロータ上部、下部にある電磁石とロータの重心との距離である。図 1 に示すモデルに対しての運動方程式を考える [7]。今回、z 軸方向には運動しないものとして考えるため、4 自由度のみの運動で考える。そのため 4 自由度の運動方程式は次のように示される。

$$MX_g'' = F_{x_u} + F_{x_l} \quad (1)$$

$$MY_g'' = F_{y_u} + F_{y_l} \quad (2)$$

$$I_r \theta_y'' = F_{x_u} L_u + F_{x_l} L_l - \omega I_z \theta_x' \quad (3)$$

$$I_r \theta_x'' = F_{y_u} L_u + F_{y_l} L_l + \omega I_z \theta_y' \quad (4)$$

ここで、 M は剛体の質量、 I_z は z 軸における慣性モーメント、 I_r は x 軸における慣性モーメント、 F_{x_u} は x-z 平面上におけるロータの上部電磁石位置で電磁力、 F_{x_l} は x-z 平面上におけるロータの下部電磁石位置で電磁力、 F_{y_u} は y-z 平面上におけるロータの上部電磁石位置で電磁力、 F_{y_l} は y-z 平面上におけるロータの下部電磁石位置で電磁力、 ω は角速度、 θ_x, θ_y は変位角を示す。

図 2 において、重心位置でのロータの変位、傾き角、電磁石位置におけるロータ変位の関係式を以下のように示す。

$$X_u = X_g + L_u \theta_y \quad (5)$$

$$X_l = X_g + L_l \theta_y \quad (6)$$

$$Y_u = Y_g + L_u \theta_x \quad (7)$$

$$Y_l = Y_g + L_l \theta_x \quad (8)$$

ここで式 (7),(8) を用いると式 (9), 式 (5),(6) を用いると式 (10) と表すことができる。

$$\theta_x = \frac{Y_l - Y_u}{L} \quad (9)$$

$$\theta_y = \frac{X_l - X_u}{L} \quad (10)$$

式 (9),(10) を微分したものを式 (11),(12) に示す。

$$\theta'_x = \frac{Y'_l - Y'_u}{L} \quad (11)$$

$$\theta'_y = \frac{X'_l - X'_u}{L} \quad (12)$$

まず X_u について考える。式 (5) を 2 次微分したものを式 (13) に示す。

$$X''_u = X''_g + L_u \theta''_y \quad (13)$$

また、式 (3) に式 (11) を代入したものを式 (14) に示す。

$$\theta''_y = \frac{F_{x_u} L_u}{I_r} + \frac{F_{x_l} L_l}{I_r} - \frac{\omega I_z}{I_r} \left(\frac{Y'_l - Y'_u}{L} \right) \quad (14)$$

式 (13) に式 (1),(14) を代入したものを式 (15) に示す。

$$\begin{aligned} X''_u &= \frac{F_{x_u} + F_{x_l}}{M} \\ &+ L_u \left(\frac{F_{x_u} L_u}{I_r} + \frac{F_{x_l} L_l}{I_r} - \frac{\omega I_z}{I_r} \left(\frac{Y'_l - Y'_u}{L} \right) \right) \\ &= \left(\frac{1}{M} + \frac{L_u^2}{I_r} \right) F_{x_u} + \left(\frac{1}{M} + \frac{L_u L_l}{I_r} \right) F_{x_l} \\ &- \left(\frac{\omega L_u I_z}{I_r L} \right) (Y'_l - Y'_u) \end{aligned} \quad (15)$$

次に X_l について考える。式 (6) を 2 次微分したものを式 (16) に示す。

$$X''_l = X''_g + L_l \theta''_y \quad (16)$$

式 (16) に式 (1),(14) を代入したものを式 (17) に示す。

$$\begin{aligned} X''_l &= \frac{F_{x_u} + F_{x_l}}{M} \\ &+ L_l \left(\frac{F_{x_u} L_u}{I_r} + \frac{F_{x_l} L_l}{I_r} - \frac{\omega I_z}{I_r} \left(\frac{Y'_l - Y'_u}{L} \right) \right) \\ &= \left(\frac{1}{M} + \frac{L_u L_l}{I_r} \right) F_{x_u} + \left(\frac{1}{M} + \frac{L_l^2}{I_r} \right) F_{x_l} \\ &- \left(\frac{\omega L_l I_z}{I_r L} \right) (Y'_l - Y'_u) \end{aligned} \quad (17)$$

同様に Y_u, Y_l について考えると式 (18),(19) で示される。

$$\begin{aligned} Y''_u &= \left(\frac{1}{M} + \frac{L_u^2}{I_r} \right) F_{y_u} + \left(\frac{1}{M} + \frac{L_u L_l}{I_r} \right) F_{y_l} \\ &+ \left(\frac{\omega L_u I_z}{I_r L} \right) (X'_l - X'_u) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} Y''_l &= \left(\frac{1}{M} + \frac{L_u L_l}{I_r} \right) F_{y_u} + \left(\frac{1}{M} + \frac{L_l^2}{I_r} \right) F_{y_l} \\ &+ \left(\frac{\omega L_u I_z}{I_r L} \right) (X'_l - X'_u) \end{aligned} \quad (19)$$

式 (15),(17),(18),(19) を状態方程式に表したものを式 (20) に示す。

$$x' = Ax + BU \quad (20)$$

$$x = [X_u \quad X_l \quad Y_u \quad Y_l \quad X'_u \quad X'_l \quad Y'_u \quad Y'_l]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & A_3 \\ -A_3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} a_u & -a_u \\ a_l & -a_l \end{bmatrix}$$

$$a_u = \frac{\omega L_u I_z}{I_r L}, \quad a_l = \frac{\omega L_l I_z}{I_r L}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} B_3 & 0 \\ 0 & B_3 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} b_u & b_{ul} \\ b_{ul} & b_l \end{bmatrix}$$

$$b_u = \frac{1}{M} + \frac{L_u^2}{I_r}, \quad b_l = \frac{1}{M} + \frac{L_l^2}{I_r}, \quad b_{ul} = \frac{1}{M} + \frac{L_u L_l}{I_r}$$

$$U = [F_{x_u} \quad F_{x_l} \quad F_{y_u} \quad F_{y_l}]^T$$

3 バックステッピング補償器

今回私たちは、バックステッピング法を用いて電磁石の吸引力を決定し、安定化制御を行っていく。バックステッピング補償器は、リアプノフ関数を見つけることで設計することが可能である。

本研究では、[4] を参考に、バックステッピング補償器の設計を行う。まず、目標値 r 、変位置 ξ_2 、速度量 ξ_3 、誤差 $e = \xi_2 - r$ 、 $\xi'_1 = e$ とする。

誤差の関係から次の式 (21) が示される。

$$\xi'_1 = \xi_2 - r \quad (21)$$

また、変位置と速度量の関係から式 (22) が示される。

$$\xi'_2 = \xi_3 \quad (22)$$

また速度量から式 (23) が示される。

$$\xi'_3 = A_2 \xi_3 + B_2 U \quad (23)$$

次に、状態変数 ξ_2 と安定化関数 α_1 の偏差 z_1 を式 (24) とする。

$$z_1 = \xi_2 - \alpha_1 \quad (24)$$

このとき安定化関数 α_1 は

$$\alpha_1 = -c_1 \xi_1 + r \quad (25)$$

とし、 $c_1 > 0$ とする。式 (21),(24),(25) の関係を用いて変形したものを式 (26) に示す。

$$\begin{aligned} z'_1 &= \xi'_2 - \alpha'_1 = \xi_3 + c_1 \xi'_1 \\ &= \xi_3 + c_1 \xi_2 - c_1 r \end{aligned} \quad (26)$$

また ξ'_1 を z_1 を用いて表したものを式 (27) に示す。

$$\xi'_1 = \xi_2 - r = z_1 + \alpha_1 - r \quad (27)$$

ここでリアプノフ関数 V_1 について考える。リアプノフ関数 V_1 を式 (28) とする。

$$V_1 = \frac{1}{2} \xi_1^T \xi_1 \quad (28)$$

このとき V'_1 は式 (25)(27) より式 (29) のように示される。

$$V'_1 = \xi_1^T \xi'_1 = -c_1 \xi_1^T \xi_1 + \xi_1^T z_1 \quad (29)$$

次に、状態変数 ξ_3 と安定化関数 α_2 の偏差 z_2 を式 (30) とする。

$$z_2 = \xi_3 - \alpha_2 \quad (30)$$

リアプノフ関数 V_2 を式 (31) とする。

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_1^T z_1 \quad (31)$$

このとき V'_2 は式 (26)(29) より式 (32) で示される。

$$\begin{aligned} V'_2 &= V'_1 + z_1^T z'_1 \\ &= -c_1 \xi_1^T \xi_1 + \xi_1^T z_1 + z_1^T (z_2 + \alpha_2 + c_1 \xi_2 - c_1 r) \end{aligned} \quad (32)$$

ここで私たちが求めた式 (32) に対して適切な α_2 を考える。 α_2 は次の条件下で自由に設定が可能である。まず、式 (32) を負にすることでシステムが漸近安定になることを示したい。そのため式 (32) を負にするために $-\xi_1^T \xi_1 - z_1^T z_1$ を持ちたい。このことから、 α_2 は $-c_2 z_1 (c_2 > 0)$ の項を持つ。また、式 (32) に代入したときに余分な項を消すための $-\xi_1 - c_1 \xi_2 + c_1 r$ を持つ必要があり、このあとの入力 U を考えるための z_2 の項を残す必要がある。このとき $-\xi_1^T \xi_1 - z_1^T z_1$ を除いて z_2 以外の項を残すと入力的设计ができない。そのため式 (32) に代入したときに $-\xi_1^T \xi_1 - z_1^T z_1$ を除いて z_2 以外の項を残さないようにする必要があり、 α_2 の条件を満たす α_2 を未知の α_3 を用いると式 (33) で示すことができる。

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= -c_2 z_1 - \xi_1 - c_1 \xi_2 + c_1 r + \alpha_3 \\ &= -(c_1 c_2 + 1) \xi_1 - (c_1 + c_2) \xi_2 + (c_1 + c_2) r + \alpha_3 \end{aligned} \quad (33)$$

よって式 (32)(33) より式 (34) が示される。

$$V'_2 = -c_1 \xi_1^T \xi_1 - c_2 z_1^T z_1 + z_1^T z_2 + \alpha_3 \quad (34)$$

このとき α'_2 は式 (35) のように示される。

$$\begin{aligned} \alpha'_2 &= -(c_1 c_2 + 1) \xi'_1 - (c_1 + c_2) \xi'_2 + \alpha'_3 \\ &= -(c_1 c_2 + 1) \xi_2 - (c_1 + c_2) \xi_3 + (c_1 c_2 + 1) r + \alpha'_3 \end{aligned} \quad (35)$$

そのため z'_2 は式 (23)(35) より式 (36) のように示される。

$$\begin{aligned} z'_2 &= \xi'_3 - \alpha'_2 \\ &= A_2 \xi_3 + B_2 U + (c_1 c_2 + 1) \xi_2 \\ &\quad + (c_1 + c_2) \xi_3 - (c_1 c_2 + 1) r - \alpha'_3 \end{aligned} \quad (36)$$

ここでリアプノフ関数を V_3 を考える。リアプノフ関数 V_3 は式 (37) で示される。

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_2^T z_2 \quad (37)$$

このとき V'_3 は式 (34)(36) より式 (38) に示される。

$$\begin{aligned} V'_3 &= V'_2 + z_2^T z'_2 \\ &= -c_1 \xi_1^T \xi_1 - c_2 z_1^T z_1 + z_1^T z_2 + \alpha_3 \\ &\quad + z_2^T \{A_2 \xi_3 + B_2 U + (c_1 c_2 + 1) \xi_2 \\ &\quad + (c_1 + c_2) \xi_3 - (c_1 c_2 + 1) r - \alpha'_3\} \end{aligned} \quad (38)$$

ここで V'_3 が式 (39) となるような U を考える。

$$V'_3 = -c_1 \xi_1^T \xi_1 - c_2 z_1^T z_1 - c_3 z_2^T z_2 < 0 \quad (39)$$

$(c_1, c_2, c_3 > 0)$

式 (38) より、式 (39) となるような入力 U を考えたとき、余分な項を打ち消すために α_3 が z_2 の項でなければならない。このことから $\alpha_3 = dz_2$ と示すことができる。このとき d が -1 のとき式 (32) に代入した際に z_2 の項が消えてしまうため、 $d \neq -1$ とする。今回は $d = 0$ のときの入力 U を考える。 $d = 0$ のとき式 (38) は式 (40) のように示される。

$$\begin{aligned} V'_3 &= V'_2 + z_2^T z'_2 \\ &= -c_1 \xi_1^T \xi_1 - c_2 z_1^T z_1 + z_1^T z_2 \\ &\quad + z_2^T \{A_2 \xi_3 + B_2 U + (c_1 c_2 + 1) \xi_2 \\ &\quad + (c_1 + c_2) \xi_3 - (c_1 c_2 + 1) r\} \end{aligned} \quad (40)$$

式 (40) が式 (39) となるような入力 U を設計すると式 (41) のように示される。

$$\begin{aligned} U &= B_2^{-1} \{-I z_1 - c_3 I z_2 - (c_1 c_2 I + I) \xi_2 \\ &\quad - (c_1 I + c_2 I) \xi_3 + (c_1 c_2 I + I) r - A_2 \xi_3\} \\ &= -B_2^{-1} \{(c_1 I + c_3 I + c_1 c_2 c_3 I) \xi_1 \\ &\quad + (2I + c_1 c_2 I + c_2 c_3 I + c_1 c_3 I) \xi_2 \\ &\quad + (A_2 + c_1 I + c_2 I + c_3 I) \xi_3 \\ &\quad - (2I + c_1 c_2 I + c_2 c_3 I + c_1 c_3 I) r\} \end{aligned} \quad (41)$$

式 (41) の入力 U を設定するとき式 (39) となり、 V'_3 が負になる。よってリアプノフ安定理論を満足するのでシステムは漸近安定となる。

今回私たちが設計したバックステッピング補償器は、[4] のバックステッピング補償器の設計における α_2 とは異なるもの考えた。そのため [4] とは異なる入力 U の結果が得られた。

4 シミュレーション

本研究では、バックステッピング補償器を用いて、シミュレーションを行う。第3章で設計したバックステッピング補償器と[4]のバックステッピング補償器の制御性能の違いを考察する。シミュレーションに用いたパラメータを表1に示す[4]。 $c_1 = c_2 = c_3 = 2.0$ と設定する。[4]の補償器のシミュレーション結果を図3,3章の補償器のシミュレーション結果とその時のx-y平面のふるまいを図4,5に示す。目標値は $X_u = 0.008, Y_u = -0.006$ である。

表1 シミュレーションで用いたパラメータ一覧

記号	単位
M	13.67[kg]
ω	0.1[rad/s ²]
I_z	1.86×10^{-1} [kgm ²]
I_r	1.73×10^{-1} [kgm ²]
L	3.32×10^{-2} [m]
L_u	4.99×10^{-2} [m]
L_l	1.67×10^{-2} [m]

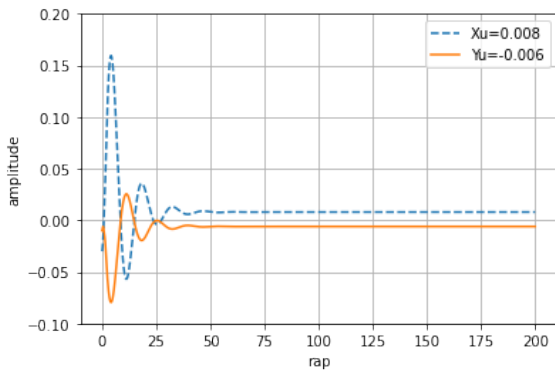


図3 [4]の補償器における応答結果

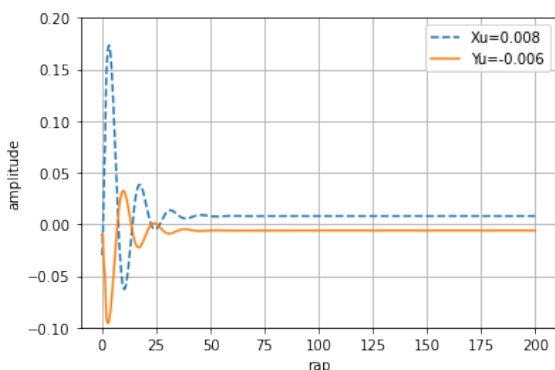


図4 3章の補償器における応答結果

図3と図4を比較すると目標値を与えた場合でも同等の結果を得ることがわかった。このことから私たちが設計したバックステッピング補償器は有効であることがわかつ

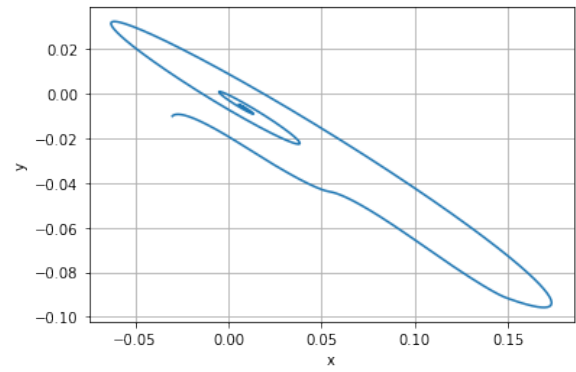


図5 図4におけるx-y平面

た。また、私たちが設計したバックステッピング補償器でも[4]のバックステッピング補償器と同等の制御性能を得ることができた。

5 まとめ

本研究では磁気軸受フライホールシステムに対して、剛体モデルのモデリングを行った。そして、リアプノフ関数を計算し、バックステッピング補償器を設計して5軸制御系磁気軸受の安定化制御を行った。シミュレーションの結果から、私たちが設計したバックステッピング補償器の有効性を示すことができ、その補償器でも[4]のバックステッピング補償器と同等の制御性能を得ることがわかった。

参考文献

- 後藤保之, 宮沢雄治, 須藤卓郎: 自由回転式平衡形超遠心機, 日本機械学会誌,63-502,1452/1460(1960).
- 佐藤典夫: 人工衛星の姿勢制御用磁気軸受フライホイール, 計測と制御,38-2,119/121(1999).
- 尾高憲二: ターボ分子ポンプ, 真空,49-8,466/469(2006).
- 任明, 野波健蔵: ジャイロ効果を考慮したゼロバイアス磁気軸受系のバックステッピング制御(剛性モデルと弾性モデルに対する考察), 日本機械学会論文集 C編,71-712,3437/3444(2005).
- 有我祐一, 野波健蔵, 酒井克章: ゼロパワー磁気軸受の非線形制御(第1報, リアプノフの直接法とした制御アルゴリズムの提案), 日本機械学会論文集 C編,67-654,102/109(2002).
- 有我祐一, 野波健蔵, 酒井克章: ゼロパワー磁気軸受の非線形制御(第2報, 実験的検証), 日本機械学会論文集 C編,67-654,111/116(2002).
- 野波健蔵, 酒井克章, 有我祐一: バックステッピング法による非線形ゼロパワー磁気軸受制御(アドバンスト制御理論応用 III)(OS アドバンスト制御理論応用), 「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集,7巻,482/485(2001).