

可逆チューリングマシンの構成のための 可逆初等三角形分割セルオートマトンの解析

2018SE098 若浜大揮

指導教員：横山哲郎

1 はじめに

本研究は古くから存在し現在も研究されている計算モデルであるセルオートマトン (cellular automaton, 以下 CA) について解析を行った。CA は渋滞現象のモデル化など私たちの身近なものにも応用されている。

従来のコンピュータは計算過程で必然的に周囲のエントロピーを上げてしまうことが知られている [1]。対して、可逆計算では周囲のエントロピーを上げないで計算することが可能である [2]。

このような背景から任意の単射計算可能関数を計算することが可能な可逆チューリングマシン (reversible Turing machine, 以下 RTM) を CA の微視的な法則から構成する際に用いている CA の 1 種である初等三角形分割セルオートマトン (elementary triangular partitioned celler automaton, 以下 ETPCA) の解析を行う。解析の内容は 1 つ目に 2 種類の ETPCA の等価な ETPCA 数をそれぞれ解析し比較, 2 つ目に微視的な法則からなる周期性を持ったパターンを新たに発見することである。また本研究成果が将来新たに CA で RTM を構成する際の参考となることが本研究の目的である。

2 関連研究

本章では、本研究で用いる記憶付き可逆論理素子, CA の概要について記述する。

2.1 記憶付き可逆論理素子

記憶付き可逆論理素子 (reversible logic element with memory, 以下 RLEM) とは状態を保持した可逆的かつ論理的な演算を行うための基本要素であり本研究で用いる論理素子である。また, RLEM を用いて RTM をゴミ情報の出力が一切なく構成することが可能である RLEM が存在することが証明されている [2]。また内部状態と外部から入力される情報により, 次の内部状態と出力する情報が決定するものをオートマトンと呼ぶ。セルと呼ばれる内部状態が有限個であるオートマトンを規則的に並べ, 時々刻々とセル同士が互いに影響を与えながら状相が変化するものを CA と呼ぶ。

2.2 CA を用いて RTM を構成

文献 [3, 4] では可逆的な CA を用いて階層的に RTM を構成している。次節で述べる初等三角形分割セルオートマトンは微視的な法則から成り立ち, その中から有用な現象

を見つけ RLEM4-31 を構成する。また RLEM4-31 を構成する際に有用となる現象としてある周期でセル空間を移動するもの, ある周期でセル空間の移動をせず周期 0 で与えられた盤面が現れるものがある。文献 [3, 4] ではこれらの有用な現象を組み合わせることで RLEM4-31 に必要となるモジュールを構成する。RLEM4-31 は RTM を構成することが可能なため結果として CA から RTM を構成することが可能となる。本研究では微視的な法則の解析を行った。

3 ETPCA

ETPCA は CA の 1 種である。非常に単純な局所関数でありながら, 有用な現象を持つ ETPCA の種類も存在する。

3.1 可逆的な CA

一般的な CA では対象のセルよりも近傍のセルが多数なため, 近傍のセルの状態を引数として次のセルの状態を返す局所関数が単射関数とはならないことから非可逆的である。単射である局所関数を持つ CA を構成するためには工夫が必要である。分割セルオートマトン (partitioned celler automaton, 以下 PCA) とは 1 つのセルが分割されている CA である。また, 可逆的な CA を構成することが可能な PCA も存在する。三角形分割セルオートマトン (triangular partitioned celler automaton, 以下 TPCA) とは PCA の 1 種であり 1 つのセルは正三角形でありかつ一つのセルは 3 つに分割されている。またそれらのセルが上下に配置され TPCA の空間となる。図 1 は TPCA の局所ルールであり, 一つのセルは (l, d, r) の 3 つの近傍のセルの状態に影響を受けながら遷移する。

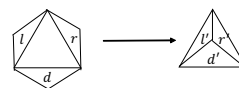


図 1 TPCA の局所ルール $f(l, d, r) = (l', d', r')$

3.2 ETPCA

ETPCA とは回転対称かつセルの状態が 0 か 1 しか持たない TPCA である。各セルの粒子の配置は 2 進数表現で定められる。2 進表現のビット列 “ $l'd'r'$ ” としたときそれぞれ図 1 の l', d', r' に当てはまる。例として “010” は識別番号 “2” として定められる。また, ETPCA は回転対称なことから各セルの近傍の粒子の数が 0, 1, 2, 3 個

ある事象のみを区別するため、局所関数は4つのルールによって定まる。ETPCAの近傍のセルの粒子数の合計が0を w 、1を x 、2を y 、3を z とし、 w, x, y, z の遷移後の識別番号をそれぞれ w', x', y', z' としたとき、ETPCA $w'x'y'z'$ としてETPCAは分類される。

4 等価なETPCAの数の比較

ETPCA 0137とETPCA 0347はRTMが構成可能なことが証明されている[3, 4]。本研究では、これら2種類の比較を行う。

4.1 3種類の双対性

ETPCAの種類は256個あり、その中で等価な関係性を持つETPCAが数種類存在する[5]。本研究では、反射下で鏡像、相補、奇数ステップで相補となる観点から等価なETPCAの数を比較する。例として図2に局所関数 $f(0, 1, 0) = (0, 0, 1)$ のそれぞれの双対となる局所ルールを挙げた。

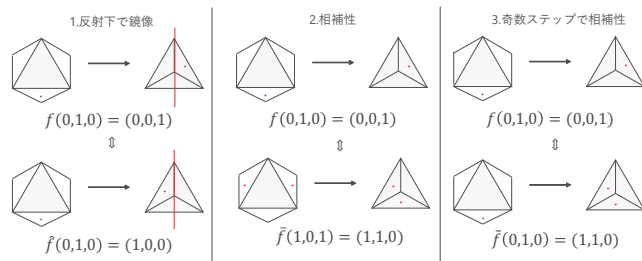


図2 3種類の双対性

4.2 結果

3種類の双対性に基づくと表1の結果が得られ、ETPCA 0137及びETPCA 0347と等価なETPCA数は等しいことが分かった。

表1 ETPCA 0137及びETPCA 0347と等価なETPCA

	反射下で鏡像	相補性	奇数ステップで相補性
ETPCA 0137	ETPCA 0467	ETPCA 0467	ETPCA 7640
ETPCA 0347	ETPCA 0617	ETPCA 0347	ETPCA 7430

5 ETPCA 0137における新たな現象の発見

ETPCAを用いてRTMを始めとした他の計算モデルを構成する際にETPCA空間内で有用な現象を見つけることは構成されたモジュール間での同期を取る際に役に立つことである。本研究ではETPCA 0137上で発見した新たな特性について述べていく。

5.1 アプローチ

本研究のセル範囲として扱うのは隣接する上向きセル及び下向きセルである。本研究は周期性を発見するためにCAのシミュレーション用ソフトウェアであるGollyを用

いて隣接する上向きセル及び下向きセルに与えられる粒子の配置パターンを全生成し網羅的に解析を行った。

5.2 結果

解析の結果は表2となった。隣接する上向きセルと下向きセルの範囲での粒子の配置の全ての事象において周期0, 6, 18のいずれかで時刻0で与えた粒子の配置の盤面となることが得られた。

表2 上向きセル/下向きセルの粒子数に対する周期

上向きセルの粒子数	下向きセルの粒子数			
	0	1	2	3
0	0	6	18	6
1	6	6	18	6
2	18	18	18	18
3	6	6	18	6

6 おわりに

本研究の研究成果は1つ目にETPCA 0137及びETPCA 0347の等価な数を比較した結果、等価なETPCA数は等しいことからRTMを構成する際にそれらを模倣して構成することが可能なETPCAはそれぞれ2個である点、2つ目にETPCA 0137空間で隣接する上向きセルと下向きセルに与えられる粒子の配置の全事象において周期性があることからRTMを構成する際の記憶の保持としてのモジュールとして利用する事が可能である点の計2点である。研究課題として1つ目にETPCA 0137及びETPCA 0347だけでなく他のETPCAも比較することで研究対象となるETPCAの代表を挙げる点、2つ目にETPCA 0137空間で短い周期でセル空間を移動することが可能である粒子の配置を研究することである。

参考文献

- [1] De Vos, A.: Endoreversible Models for the Thermodynamics of Computing, *Entropy*, Vol.22, No.6 (2020).
- [2] 森田憲一：可逆計算, 近代科学社 (2012).
- [3] Morita, K.: Constructing Reversible Turing Machines in a Reversible and Conservative Elementary Triangular Cellular Automaton, *Journal of Automata, Languages and Combinatorics*, Vol.26, No.1-2, pp.125-144 (2021).
- [4] Morita, K.: How Can We Construct Reversible Turing Machines in a Very Simple Reversible Cellular Automaton?, *Reversible Computation* (Yamashita, S. and Yokoyama, T., Eds.), Lecture Notes in Computer Science, Vol.12805, Cham, Springer International Publishing, pp.3-21 (2021).
- [5] Morita, K.: Elementary Triangular Partitioned Cellular Automata, 数理解析研究所講究録, Vol.2040, pp.10-20 (2017).