

手術に対する麻酔科医の自動割当システムの研究

2018SS001 馬場翔也 2018SS037 古藤寛隆

指導教員：鈴木敦夫

1 はじめに

現在、多くの病院では医療スタッフの仕事の割当を手作業で行っている。医療現場では仕事の負担やスキルレベルなどを考慮して医療スタッフが無理なく働けるように仕事を割り当てる必要がある。また、多くの病院では収入源の大半を手術運用が占めているため、病院経営において効率の良い手術室の管理運営を考えることも重要である。そのため、手作業で仕事を割り当てることは時間がかかり効率が悪く、スケジュールリング担当者にも大きな負担がかかる。なかでも麻酔科医の割当は、ほかの科の医師と比較してほとんどの手術に対して麻酔科医の割当が必要となるため、仕事の負担を考慮した公平な割当を手作業で行うことは非常に困難である。そのため、手術への麻酔科医の自動割当システムの研究は重要度が高い。手術への麻酔科医の割当問題とは、麻酔科医、麻酔科医のスキルレベル、勤務形態、手術等の集合に対して、与えられた制約条件を満たすように割り当てるオペレーションズ・リサーチ (OR) における組合せ最適化問題である。しかし、麻酔科医の割当に関する研究は数少なく、実用性の高いソフトウェアの開発があまり進んでいないのが現状である。

本研究では、手術への麻酔科医の自動割当システムを作成する。実用的な自動割当システムを作成することにおいてシステムの割当の公平性はとても重要である。しかし、麻酔科医のスケジュールリング問題において割当の公平性についてほとんど研究されていない。そこで本研究では、麻酔科医のスケジュールリング問題における新しい解の評価基準として割当の公平性を定義する。

本大学でも過去に研究されており、これらは実際の病院との共同研究 [2] であった。しかし、現場へのシステムの導入には至っていない。そこで本研究では先行研究の見直しを行い、問題点の修正、より実用的な自動割当システムの作成を目標とする。

2 問題解決へのアプローチ

麻酔科医のスケジュールリング問題において、公平性を高めることが最大の課題である。そこで本研究では、具体的に公平性を定義する。公平な割当とは利用者側の主観的なことであり、システムで実現することが難しい。そこで公平性の数値化を考える。麻酔科医各々には手術という負担が割り当てられる。それぞれの麻酔科医に割り当てられた負担の差が小さくなれば公平性が高いといえる。そこで本研究では、1人1人につき麻酔科医が担当する手術時間と重み付き手術件数、外来業務の和を麻酔科医の負担量として計算し数値化する。そして、求められた負担量の上限と下限の差を目的関数とし最小化する。このようにして、公

平性の高いシステムを実現する。

3 問題の定式化

昨年度 [1, 2] の定式化からの変更点を先に記す。

- (1) 麻酔科医が手術に割り当てられる際に、担当麻酔科医と補助麻酔科医の2パターンで割り当てられるように変更した。手術には補助麻酔科医の上限人数がそれぞれ決められている。麻酔科医は同時に行われる手術に対して、補助麻酔科医としてのみ割り当てられる時に SN 個まで手術を重複させることができる。しかし、担当手術がある時、麻酔科医は同時に行われる手術に補助麻酔科医として参加することはできない。補助麻酔科医はなるべくつけるようにしている。
- (2) 1人の麻酔科医が参加する手術の手術時間と重み付き手術件数の和を麻酔科医の1日の負担量として計算した。その負担量の上限として変数 U 、下限として変数 L を導入した。目的関数で $U - L$ を最小化することにより、麻酔科医の負担量を公平にする。
- (3) 手術 i に必要な麻酔科医の必要人数をスキル別ではなく、それぞれの手術に1つの担当麻酔科医の必要人数とした。
- (4) あらかじめ担当麻酔科医を手動で割り付けられるように変更した。このあらかじめ割り当てられる麻酔科医は手術に必要なスキルレベルを満たしていなくても良く、手術の必要人数を超えて麻酔科医を割り当てることもできるように一部の制約条件を調整し、新たな変数 g_i なども導入した。しかし、あらかじめ割り当てられる麻酔科医以外は手術の必要ランクを満たす必要がある。麻酔科医をあらかじめ補助麻酔科医として手術に割り当てることはできない。
- (5) 手術 i に不足しているレベル q 麻酔科医の数を表す変数 α_i^q を削除した。
- (6) あらかじめ用意されているダミー麻酔科医の人数として定数 $dane$ を導入した。ダミー麻酔科医は麻酔科医リストの後半に入っており、ダミー麻酔科医の番号は $n - dane + 1$ から n である。この番号はダミー麻酔科医の優先順位にも使われており、番号の小さいダミー麻酔科医が優先して割り当てられるようになっている。また、ダミー麻酔科医 j が手術を担当しているかどうかを示す変数 v_j を導入した。この変数を用い、手術を担当しているダミー麻酔科医の合計人数を求め、最小化している。ダミー麻酔科医が補助麻酔科医として割り当てられないようにしている。そして、仕事の負担量の公平性はダミー麻酔科医以外の麻酔科医の中で

考えられる。

3.1 記号の定義

記号の定義を以下に記す。

添え字

- i : 手術を表す添え字 $i = 1, \dots, m$
 j : 麻酔科医を表す添え字 $j = 1, \dots, n$
 e : シフトを表す添え字 $e \in \{\text{午前:1, 午後:2, 全日:3}\}$
 q : 麻酔科医のスキルレベルを表す添え字 $q \in \{1, 2, 3, 4\}$
 c : 手術に必要なスキルレベルを表す添え字 $c = r_i, \dots, 4$

添え字集合

- A_e^q : シフト e で勤務しているスキルレベル q の麻酔科医の添え字集合 $e \in \{1, 2, 3\}; q \in \{1, 2, 3, 4\}$
 I_1 : 午前に行われる手術の添え字集合
 I_2 : 午後に行われる手術の添え字集合
 I_3 : 全日に行われる手術の添え字集合
 D_i : 手術 i にあらかじめ割り当てられる麻酔科医の添え字集合 $i = 1, \dots, m$
 J_1 : 午前勤務のダミー麻酔科医以外の麻酔科医の添え字集合
 J_2 : 午後勤務のダミー麻酔科医以外の麻酔科医の添え字集合
 J_3 : 全日勤務のダミー麻酔科医以外の麻酔科医の添え字集合

定数

- m : 手術数
 n : 麻酔科医の人数
 a_i : 手術 i に必要な担当麻酔科医の人数 $i = 1, \dots, m$
 b_i : 手術 i に必要な補助麻酔科医の人数の上限 $i = 1, \dots, m$
 t_j : 麻酔科医 j のレベル $j = 1, \dots, n$
 r_i : 手術 i に必要な麻酔科医のレベル $i = 1, \dots, m$
 d_i : 手術 i の所要時間 $i = 1, \dots, m$
 $s_{ii'}$ = $\begin{cases} 1 \dots \text{手術 } i, i' \text{ の実施時間が重なっている} \\ 0 \dots \text{手術 } i, i' \text{ の実施時間が重なっていない} \end{cases}$
 $i, i' = 1, \dots, m$
 u_{ij} = $\begin{cases} 1 \dots \text{手術 } i \text{ に麻酔科医 } j \text{ が手動で割り当て済み} \\ 0 \dots \text{割り当て済みでない} \end{cases}$
 $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$
 p_{ij} = $\begin{cases} 1 \dots \text{手術 } i \text{ に麻酔科医 } j \text{ が割り当て可能} \\ 0 \dots \text{割り当て不可能} \end{cases}$
 $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$
 w_1 : ダミーの麻酔科医の重要度をあらわす重み
 w_2 : 手術件数と手術時間の優先順位をあらわす重み ($0 \leq w_2 \leq 1$)
 w_3 : ダミー麻酔科医の人数の重み

$$w_3 = nw_1$$

- $dane$: ダミー麻酔科医の人数
 e_1 : 補助麻酔科医の手術時間の相対的負担をあらわす

パラメータ ($0 \leq e_1 \leq 1$)

e_2 : 補助麻酔科医の手術件数の相対的負担をあらわすパラメータ ($0 \leq e_2 \leq 1$)

- $dtam$: 午前勤務の麻酔科医の午後分の勤務時間
 $dtpm$: 午後勤務の麻酔科医の午前分の勤務時間
 $dcam$: 午前勤務の麻酔科医の午後分の手術件数
 $dcpm$: 午後勤務の麻酔科医の午前分の手術件数
 SN : 補助麻酔科医が同時に参加できる手術数の上限
 f_i : 手術 i にあらかじめ割り当てられる麻酔科医の人数 $i = 1, \dots, m$
 g_i : 手術 i に割り付ける担当麻酔科医の人数

$$g_i = \max(a_i, f_i), i = 1, \dots, m$$

- h_1^q : 午前の手術に参加可能でスキルレベル q 以上の麻酔科医の人数 $q \in \{1, 2, 3, 4\}$
 h_2^q : 午後の手術に参加可能でスキルレベル q 以上の麻酔科医の人数 $q \in \{1, 2, 3, 4\}$
 h_3^q : 全日の手術に参加可能でスキルレベル q 以上の麻酔科医の人数 $q \in \{1, 2, 3, 4\}$

変数

- x_{ij} = $\begin{cases} 1 \dots \text{手術 } i \text{ に麻酔科医 } j \text{ を割り当てる} \\ 0 \dots \text{割り当てない} \end{cases}$
 $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$
 y_{ij} = $\begin{cases} 1 \dots \text{手術 } i \text{ に麻酔科医 } j \text{ を補助として割り当てる} \\ 0 \dots \text{割り当てない} \end{cases}$
 $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$
 v_j = $\begin{cases} 1 \dots \text{手術にダミー麻酔科医 } j \text{ を割り当てる} \\ 0 \dots \text{割り当てない} \end{cases}$
 $j = n - dane + 1, \dots, n$
 U : 1人の麻酔科医が担当する手術時間と重み付き手術件数の上限
 L : 1人の麻酔科医が担当する手術時間と重み付き手術件数の下限

3.2 定式化

定式化を以下に記す。

目的関数

$$\min w_1 \sum_{i=1}^m \sum_{j=n-dane+1}^n jx_{ij} + w_3 \sum_{j=n-dane+1}^n v_j + (U - L) - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (1)$$

制約条件

$$\sum_{j \in \cup_{c=r_i}^4 (A_1^c \cup A_3^c) \cup D_i} x_{ij} = g_i, i \in I_1 \quad (2)$$

$$\sum_{j \in \cup_{c=r_i}^4 (A_2^c \cup A_3^c) \cup D_i} x_{ij} = g_i, i \in I_2 \quad (3)$$

$$\sum_{j \in \cup_{c=r_i}^4 A_3^c \cup D_i} x_{ij} = g_i, i \in I_3 \quad (4)$$

$$\sum_{j \in U_{c=r_i}^4(A_1^c \cup A_3^c)} y_{ij} \leq b_i, \quad i \in I_1 \quad (5)$$

$$\sum_{j \in U_{c=r_i}^4(A_2^c \cup A_3^c)} y_{ij} \leq b_i, \quad i \in I_2 \quad (6)$$

$$\sum_{j \in U_{c=r_i}^4 A_3^c} y_{ij} \leq b_i, \quad i \in I_3 \quad (7)$$

$$x_{i'j} + y_{ij} \leq 1, \quad i, i' = 1, \dots, m, \quad s_{ii'} = 1; \quad j = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$\sum_{i'=1, s_{ii'}=1, r_{i'}=r_i}^m \sum_{j \in U_{c=r_i}^4(A_1^c \cup A_3^c)} x_{i'j} \leq h_1^r, \quad i \in I_1 \quad (9)$$

$$\sum_{i'=1, s_{ii'}=1, r_{i'}=r_i}^m \sum_{j \in U_{c=r_i}^4(A_2^c \cup A_3^c)} x_{i'j} \leq h_2^r, \quad i \in I_2 \quad (10)$$

$$\sum_{i'=1, s_{ii'}=1, r_{i'}=r_i, i' \in I_3}^m \sum_{j \in U_{c=r_i}^4 A_3^c} x_{i'j} \leq h_3^r, \quad i \in I_3 \quad (11)$$

$$x_{ij} + x_{i'j} \leq 1, \quad i, i' = 1, \dots, m, \quad i \neq i', \quad s_{ii'} = 1; \quad j = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$x_{ij} \leq p_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \quad (13)$$

$$\sum_{i'=1, s_{ii'}=1}^m y_{i'j} \leq SN, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + dtam + w_2 \left(\sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} + dcam \right) \leq U, \quad j \in J_1 \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + dtam + w_2 \left(\sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} + dcam \right) \geq L, \quad j \in J_1 \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + dtpm + w_2 \left(\sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} + dcpm \right) \leq U, \quad j \in J_2 \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + dtpm + w_2 \left(\sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} + dcpm \right) \geq L, \quad j \in J_2 \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + w_2 \left(\sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} \right) \leq U, \quad j \in J_3 \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + w_2 \left(\sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} \right) \geq L, \quad j \in J_3 \quad (20)$$

$$x_{ij} \geq u_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \quad (21)$$

$$t_j x_{ij} \geq r_i x_{ij}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n; \quad u_{ij} = 0 \quad (22)$$

$$t_j y_{ij} \geq r_i y_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq mv_j, \quad j = n - dane + 1, \dots, n \quad (24)$$

$$y_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = n - dane + 1, \dots, n \quad (25)$$

$$x_{ij}, y_{ij}, v_j \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \quad (26)$$

式の説明

- (1) (ダミー-麻酔科医の番号)+(ダミー-麻酔科医の人数)+(各シフトでの1人の麻酔科医に割り当てられる手術数の上限と下限の差)-(補助の麻酔科医の人数)の重み付き和を最小化
- (2),(3),(4) 担当麻酔科医の必要人数制約 ((2): 午前に行われる手術について, (3): 午後に行われる手術について, (4): 全日で行われる手術について)
- (5),(6),(7) 補助麻酔科医の上限人数制約 ((5): 午前に行われる手術について, (6): 午後に行われる手術について, (7): 全日で行われる手術について)
- (8) 1人の麻酔科医は, 時間の重なっている手術に対して担当麻酔科医, 補助麻酔科医を兼ねることはできない
- (9),(10) 同じ必要レベルの手術が同時に行われる時, 割り当てられる必要レベル以上の麻酔科医が手術に参加できる必要レベル以上の麻酔科医の合計をこえない制約 ((9): 午前に行われる手術について, (10): 午後に行われる手術について)
- (11) 同じ必要レベルの全日手術のうち, 同時に行われる手術に割り当てられる必要レベル以上の麻酔科医が全日勤務の必要レベル以上の麻酔科医の合計をこえない制約
- (12) 2つの手術が同時に行われる時, 麻酔科医はそのどちらかしか担当できない制約
- (13) 手術に割り当てられる麻酔科医は, 割り当て可能範囲以下
- (14) 1人の麻酔科医が, 同時に行われる手術に補助麻酔科医として割り当てられる手術数は SN 以下
- (15),(16) ダミー-麻酔科医を除く1人の午前麻酔科医に割り当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて ((15): 上限以下, (16): 下限以上), (補助麻酔科医としての手術時間, 手術件数はそれぞれパラメータ e_1, e_2 をかける)
- (17),(18) ダミー-麻酔科医を除く1人の午後麻酔科医に割り当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて ((17): 上限以下, (18): 下限以上), (補助麻酔科医としての手術時間, 手術件数はそれぞれパラメータ e_1, e_2 をかける)
- (19),(20) ダミー-麻酔科医を除く1人の全日麻酔科医に割り当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて ((19): 上限以下, (20): 下限以上), (補助麻酔科医としての手術時間, 手術件数はそ

れぞれパラメータ e_1, e_2 をかける)

- (21) 手動で割り当てた麻酔科医はそのまま割り当てる
- (22) 手術 i の新たに割り付ける担当麻酔科医のレベルは手術 i の必要レベル以上
- (23) 手術 i の補助麻酔科医のレベルは手術 i の必要レベル以上
- (24) ダミー麻酔科医に手術が割り当てられていたら $v[j]$ の値は 1
- (25) ダミー麻酔科医は補助麻酔科医として割り当てられない
- (26) バイナリ制約

4 計算結果

あるケースの手術と麻酔科医の情報を以下に記す。

手術は合計 20 件あり、午前手術が 8 件、午後手術が 8 件、全日手術が 4 件ある。全ての手術において担当麻酔科医の必要人数は 1 人であり、補助麻酔科医の上限人数も 1 人である。さらに、全ての手術の所要時間は 1 時間である。

麻酔科医は合計 6 人おり、午前勤務の麻酔科医が 1 人、午後勤務の麻酔科医が 1 人、全日勤務の麻酔科医が 4 人である。

麻酔科医 5 と麻酔科医 6 をダミー麻酔科医として考えてこのケースを解くと表 1 のようになる。

表 1 計算結果

麻酔科医	勤務形態	件数 (担当)	件数 (補助)
麻酔科医 1	午前勤務	3	2
麻酔科医 2	午後勤務	3	2
麻酔科医 3	全日勤務	6	5
麻酔科医 4	全日勤務	6	5
麻酔科医 5	全日勤務	1	0
麻酔科医 6	全日勤務	1	0

今回使用した公平性に関する定数の値を紹介する。

- ・午前勤務の麻酔科医の午後分の勤務時間: $dtam = 4$
- ・午後勤務の麻酔科医の午前分の勤務時間: $dtpm = 4$
- ・午前勤務の麻酔科医の午後分の手術件数: $dcam = 1$
- ・午後勤務の麻酔科医の午前分の手術件数: $dcpm = 1$
- ・補助麻酔科医の手術時間の相対的負担をあらわすパラメータ: $e_1 = 0.3$
- ・補助麻酔科医の手術件数の相対的負担をあらわすパラメータ: $e_2 = 0.3$
- ・手術件数と手術時間の優先順位をあらわす重み: $w_2 = 0.1$

以上の定数の値を踏まえて、麻酔科医の仕事の負担量を計算すると表 2 のようになる。午前麻酔科医の負担量は制約式 15 の左辺の式である。午後麻酔科医の負担量は制約式 17 の左辺の式である。全日麻酔科医の負担量は制約式 19 の左辺の式である。表 2 における麻酔科医 5 と麻酔科

医 6 はダミー麻酔科医なので、実際には麻酔科医 5 と麻酔科医 6 の負担量は考えられていない。

表 2 仕事の負担量

麻酔科医	時間	件数	負担量
麻酔科医 1	7.6	4.6	8.06
麻酔科医 2	7.6	4.6	8.06
麻酔科医 3	7.5	7.5	8.25
麻酔科医 4	7.5	7.5	8.25
麻酔科医 5	1.0	1.0	1.1
麻酔科医 6	1.0	1.0	1.1

表 2 より、今回の麻酔科医の仕事の負担量の最大値は 8.25 であり、負担量の最小値は 8.06 であった。よって、負担量の最大値と最小値の差は 0.19 である。補助麻酔科医として所要時間 1 時間の手術に参加すると、 $0.3 \times 1 + 0.1 \times (0.3 \times 1) = 0.33$ より、仕事の負担量が 0.33 増加する。つまり、今回の負担量の最大値と最小値の差は補助麻酔科医として 1 件の手術に参加した時の負担量に満たない。

この例の他にも手術の所要時間にばらつきがあり公平に割り当てることが難しい例について解を求めた。いずれの解も妥当なものであった。さらには、実際の規模を想定した手術件数 25 件、麻酔科医 15 人の問題を解くのに必要計算時間は 30 秒で、期待通りの実行可能解を求められる。しかし、より公平性を高めた質の高い実行可能解を求めようとすると約 210 秒かかる。

5 おわりに

本研究では、新しい解の評価基準として公平性を定義した。さらに、複数の手術が並行して行われるなどのより複雑で実用的な制約をシステムに組み込んだ。実験結果では、期待通りに公平に割り当てることができた。現在は作成したシステムを組み込んだ製品のベータ版が完成してフィードバックを待っている段階である。今後の課題として、大規模のデータに対応できるよう計算時間の短縮を目標とする。また、新たな要望に対しての問題点の修正や制約式の追加を検討していく。

参考文献

- [1] Atsuo Suzuki, Ryosuke Niwa and Ryo Sugimoto, Optimal Assignment of Operating Room Staffs and Medical Facilities to the Operations, Proceedings of the Scheduling Symposium 2020, pp.161-164(2020)
- [2] 丹羽亮介, 杉本涼: 手術への麻酔科医・看護師の自動割当システムの試作. 南山大学理工学部システム数理学科, 2020 年度卒業論文, 2021.