

公平性を考慮した仕事割り当て問題

2018SS053 大橋虎也

指導教員：佐々木美裕

1 はじめに

組織は、仕事を円滑に進めるために複数のグループによって構成されている事が多い。具体的な例として、南山大学の体育会を例として図1に示す。また、組織にはさまざまな仕事があり、各人に公平に仕事を割り当てることは組織を円滑に運営するうえで重要である。近年、会社などの組織をやめる人の理由の多くを人間関係の悪化が占めている [1]。そこで、仕事量の公平さを個人間だけでなく、グループ間でも考慮することで、仕事量の不公平が原因で起こる人間関係の悪化を減らせると考える。

組織の仕事とグループの仕事とを組織に所属する人に割り当てるとき、個人間の公平性とグループ間の公平性の両方を考慮した仕事割り当て問題をモデル化し、Gurobi Optimizer 9.1.0 を用いて最適解を求めるプログラムをPythonで作成し、解を求める。

2 問題の説明

組織は複数のグループで構成されており、組織に所属する人は必ずいずれかのグループに所属している。仕事には負荷があり、組織に所属している誰かが担当する組織の仕事と、各グループで担当をする人を決めるグループの仕事の2種類ある。人は、役職や係など元々持っている仕事があり、元々負荷を持つ。人の負荷は、組織の仕事とグループの仕事による負荷、元々持っている負荷の合計である。組織の仕事と各グループの仕事とを組織に所属する人に割り当てる。問題の目的は、組織において個人間の公平性だけでなく、グループ間の公平性も考慮した仕事割り当て問題を解くことである。そこで、グループ間での公平性を保つために、各グループの仕事の負荷の合計と人数を考慮して、各グループで許容できる負荷の上限を定める。個人間の公平性を保つために、最も負荷の多い人と負荷の少ない人の負荷の差を減らすことを考える。最も負荷の多い人と最も負荷の少ない人の片方の

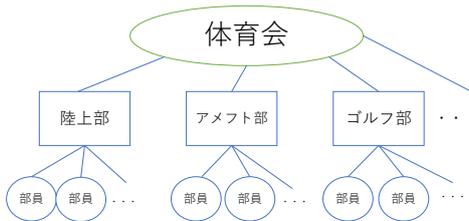


図1 南山大学体育会の組織図

人だけに注目したモデルだけで解いてしまうと、個人間の公平性が正確に保たれているとはいえないので、最も負荷の多い人の負荷を最小にするモデルと最も負荷の少ない人の負荷を最大にするモデルを順に解く2段階モデルを用い、解く順番を入れ替えて2つの2段階モデルの結果を比べる。

3 問題の定式化

人の負荷の値の最大最小化と最小最大化を定式化する。はじめに、以下の記号を定義する。

I : 人の集合

A : 組織の仕事の集合

B : 組織のグループの仕事の集合

K : グループの集合

s_a : 仕事 $a \in A$ によって人にかかる負荷

t_b : 仕事 $b \in B$ によって人にかかる負荷

d_i : 人 $i \in I$ の負荷の初期値

w_k : グループ $k \in K$ が負担できる負荷の上限

$$p_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{人 } i \in I \text{ がグループ } k \in K \text{ に所属するとき.} \\ 0 & \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$u_{ib} = \begin{cases} 1 & \text{人 } i \in I \text{ と仕事 } b \in B \text{ が} \\ & \text{同じグループ } k \in K \text{ の仕事であるとき.} \\ 0 & \text{上記以外.} \end{cases}$$

次に、以下の決定変数を定義する。

c_i : 人 $i \in I$ の負荷の値

$$x_{ia} = \begin{cases} 1 & \text{人 } i \in I \text{ が仕事 } a \in A \text{ をするとき.} \\ 0 & \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$y_{ib} = \begin{cases} 1 & \text{人 } i \in I \text{ が仕事 } b \in B \text{ をするとき.} \\ 0 & \text{上記以外.} \end{cases}$$

2段階モデルの人の負荷の値の最大最小化を以下のように定式化する。

$$\min \quad c_{max} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in I} x_{ia} = 1, \quad a \in A \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ib} = 1, \quad b \in B \quad (3)$$

$$\sum_{a \in A} x_{ia} \geq 1, \quad i \in I \quad (4)$$

$$\sum_{b \in B} y_{ib} \geq 1, \quad i \in I \quad (5)$$

$$c_{max} \geq c_i, \quad i \in I \quad (6)$$

$$y_{ib} \leq u_{ib}, \quad i \in I, b \in B \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} c_i p_{ik} \leq w_k, \quad k \in K \quad (8)$$

$$x_{ia} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, a \in A \quad (9)$$

$$y_{ib} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, b \in B \quad (10)$$

続いて、人の負荷の最小最大化を定式化する。

$$\max \quad c_{min} \quad (11)$$

$$\text{s.t.} \quad (2) \sim (5), (7) \sim (10)$$

$$c_{min} \leq c_i, \quad i \in I \quad (12)$$

2段階モデルとして最大最小化→最小最大化の順に解く場合の2段階目の定式化は、(1)で求めた c_{max} の値を c_{max}^* として用いると

$$\max \quad (11)$$

$$\text{s.t.} \quad (2) \sim (5), (7) \sim (10)$$

$$c_{min} \leq c_i \leq c_{max}^*, \quad i \in I \quad (13)$$

となり、2段階モデル1とする。

最小最大化→最大最小化の順に解く場合は(11)で求めた c_{min} の値を c_{min}^* として用いると

$$\min \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad (2) \sim (5), (7) \sim (10)$$

$$c_{min}^* \leq c_i \leq c_{max}, \quad i \in I \quad (14)$$

と定式化でき、2段階モデル2とする。

c_{max} は最も負荷の多い人の負荷の値である。(1)は、 c_{max} を最小化することを目的とする。(2),(3)は組織の仕事とグループの仕事は必ず誰かが担当することを示す制約である。(4)は人は組織の仕事をもつ以上担当することを示す制約である。(5)は人はグループの仕事をもつ以上担当することを示す制約である。(6)は人の負荷の上限制約である。(7)は人は所属していないグループの仕事は担当できないことを示す制約である。(8)はグループが負担できる負荷の合計の上限制約である。(9),(10)は x_{ia} と y_{ib} のバイナリ制約である。 c_{min} は最も負荷の少ない人の負荷の値である。(11)は、 c_{min} を最大化することを目的とする。(12)は、人の負荷の下限制約である。(13)は、(1)で求めた c_{max} を人の負荷の上限制約とした人の負荷の値の範囲の制約である。(14)は、(1)で求めた c_{min} の値を人の負荷の値の下限制約とした人の負荷の値の範囲の制約である。

4 データの作成

計算実験を行うにあたり次のようなテストデータを作成した。50人が所属する組織において、グループが7つ、組織の仕事が60個、グループの仕事が80個とする。人は、熟練度に応じて3種類に区別し、 d_i の値は0,50,100

の3種類とする。組織の仕事とグループの仕事の負荷の大きさは s_a は20,50,100の3種類、 t_b は20,30,100の3種類とする。また、グループの許容負荷 w_k は各グループの人の負荷と仕事の仕事の合計に組織の仕事の負荷のグループ平均(小数点以下は切り捨て)+10を加えたものを各グループの負荷の上限とする。

5 計算結果と考察

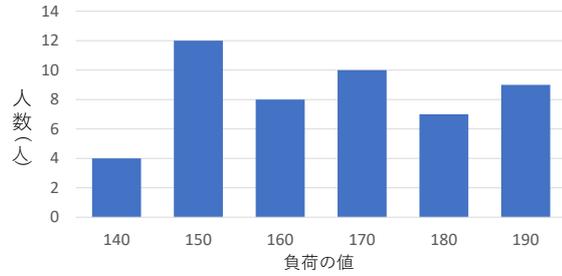


図2 2段階モデル1の結果

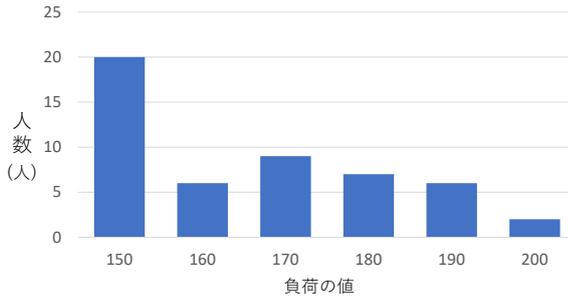


図3 2段階モデル2の結果

Gurobi Optimizer 9.1.0を用いて、仕事割当2段階モデル1と2を解いた。本テストデータを用いた2段階モデル1と2の結果における各人の負荷の値を図2,図3に示す。計算結果から、人の負荷の最大値と最小値は2段階モデル1では190,140となり、2段階モデル2では200,150となった。2段階モデル1と2と比べてとき、2段階モデル1の方が人とグループの両方の負荷が少ない事がわかった、ただし、モデル2を用いた場合でも大きな差が生まれにくいこともわかった。

参考文献

- [1] 平成30年若年者雇用実態調査の概況. https://www.mhlw.go.jp/toukei/list/dl/4-21c-jyakunenkyou-h30_gaikyou.pdf. 2021年9月30日閲覧。