

論理パズルにおける真理値表の効果的な利用法

2018SE053 永井 直央

指導教員： 佐々木克巳

1. はじめに

就職活動のグループワークなどで論理パズルを解く機会が何度かあり、そのパズルをどのような手順で進めていくのが一番適しているのか知りたいと考え、この研究に興味をもった。

本研究の目的は、論理パズルを解くにあたり、より効果的な真理値表の利用法を見つけることである。具体的には、複数の形の真理値表に対し、その表を用いた解法を比較して、解を導くのに効果的な真理値表の形を考察する。

対象とした論理パズルは[1]の7題で、どれもいくつかの発言と条件が与えられていて、そこから解を導く問題である。この7題のうち、4題は、発言の真理値の組が問題文より制限されているもので、残りの3題は、発言の真理値の組が制限されていない問題である。これらの問題に対して、次の2種類の真理値表による解を考察した。

(I) 与えられた文の真理値の組をもとにした真理値表
(II) 与えられた文の真理値を定める基本的な文の真理値の組をもとにした真理値表

本稿では、「発言の真理値の組が制限されていない問題」から、「カワウソの嘘」と「姉妹の真実」について述べる。2節と3節で、この2題に(I), (II)の解を与え、4節でその考察を述べる。また、本稿では、真をT、偽をFで表す。

2. 『カワウソの嘘』

この節では、[1]のp.69で紹介されている『カワウソの嘘』というパズルに、(I), (II)の解を与える。

問題の要約：3匹のカワウソのA,B,Cがいる。3匹はそれぞれ、1~3匹の獲物を捕まえた。また、3匹はそれぞれ次の条件を満たす。

(C1) 自分より多く捕まえたものについての発言は偽であり、そうでない発言は真である。

(C2) 捕まえた匹数が同じことも考えられる。

3匹の発言は以下の通りである。

A: 「B'=2」, B: 「C'≠2」, C: 「A'≠1」

ただし、3匹が捕まえた獲物の数を、A',B',C'と表す。3匹はそれぞれ何匹捕まえたでしょう。

解1. 3匹の発言の真理値の組み合わせは合計8通りで、その真理値表は表1のとおりである。問題の条件から矛盾を求めていくと、4行目が解だとわかり、(A',B',C')=(2,3,3)が求まる。

解2. 3匹の発言の真理値は、A',B',C'の値から決まり、その組は27通りある。この27通りの真理値表は、表2のとおりである。表2では、27通りの場

合全てを対象とするが、A'に注目することで17行に行数を減らすことができている。結果、12行目が解だとわかり、(A',B',C')=(2,3,3)が求まる。

表1：解1の真理値表

	Aの発言	Bの発言	Cの発言				
	B'=2	C'≠2	A'≠1	A'	B'	C'	(C1)
1	T	T	T	2,3	2	1,3	F
2	T	T	F	1	2		F
3	T	F	T		2	2	F
4	F	T	T	2,3	1,3	1,3	
5	F	F	T	2,3	1,3	2	F
6	F	T	F	1		1,3	F
7	T	F	F	1		2	F
8	F	F	F	1		2	F

表2：解2の真理値表

				Aの発言	Bの発言	Cの発言	
	A'	B'	C'	B'=2	C'≠2	A'≠1	(C1)
1	1	1		F			F
2		2		T			F
3		3		F	T	F	F
4	3	1		F	F		F
5		2		F	T	F	F
6		3		F	T	F	F
7	2	1		F			F
8		1		T	T	T	F
9		2		T	F		F
10		2		T	T		F
11		1		F	T	T	F
12		2		F	F		F
13	3	1		F	T	T	
14		1		F	T	T	F
15		2		T	F		F
16	2	2		T	T		F
17		3		F			F

3. 姉妹の真実

この節では、[1]のp.85で紹介されている『姉妹の真実』というパズルに、(I), (II)の解を与える。(II)の解は、2種類示す。

問題の要約：4人の少女A,B,C,Dがいる。4人は2組の姉妹でA,Bが姉妹、C,Dが姉妹である。4人はそれぞれP,Q,R,Sの楽器を持っている。誰がどの楽器を持っているか。ただし、以下の条件を満たす。

(C1) 同じ楽器を持っているものはいない

(C2) 自分の姉妹についての発言は真、姉妹じゃないものについての発言は偽である。

楽器P,Q,R,Sを持っている人の発言をそれぞれp,q,r,sとA,B,C,Dの持っている楽器をそれぞれA',B',C',D'と表す。p,q,r,sは以下の通りである。

p: 「Q=C'」, q: 「R=D'」, r: 「S=A'」, s: 「Q≠D'」
 ただし, (C2)における「～についての発言」とは、
 たとえば, pは「Qを持っている人の発言」と解釈し、
 「Cの発言」とは解釈しない。q,r,sも同様である。
 さらに $X \in \{P, Q, R, S\}$ に対して, $s(X)$ は「Xを持っている人の姉妹」(のうちの1人)を表す。

解1. 4人の発言の真理値の組は16通りあり、この真理値表は表3のとおりである。(C1),(C2)および問題文で与えられている姉妹の組から矛盾を得ることができ、表3では矛盾が得られる部分に下線を引いている。また、「Q×」は「Qではない」を意味する。「R×」も同様である。矛盾しないのは15行目で $(A', B', C', D') = (Q, S, R, P)$ が求まる。

表3: 解1の真理値表

	p	q	r	s	A'	B'	C'	D'	s(P)	s(Q)	s(R)	s(S)
	Q=C'	R=D'	S=A'	Q≠D'	A'	B'	C'	D'	s(P)	s(Q)	s(R)	s(S)
1	T	T	T	T			<u>Q</u>	<u>R</u>	<u>Q</u>			
2	T	T	T	F			<u>Q</u>	<u>R</u>	<u>Q</u>			
3	T	T	F	T			<u>Q</u>	<u>R</u>	<u>Q</u>			
4	T	F	T	T			<u>Q</u>		<u>Q</u>			<u>Q</u>
5	F	T	T	T				<u>R</u>		<u>R</u>	<u>S</u>	
6	T	T	F	F			<u>Q</u>	<u>R</u>	<u>Q</u>			
7	T	F	T	F			<u>Q</u>	<u>Q</u>				
8	T	F	F	T			<u>Q</u>		<u>Q</u>			<u>Q</u>
9	F	T	T	F			<u>RQ</u>					
10	F	T	F	T				<u>R</u>		<u>R</u>	<u>Q</u>	
11	F	F	T	T							<u>S</u>	<u>Q</u>
12	T	F	F	F			<u>Q</u>	<u>Q</u>				
13	F	T	F	F			<u>RQ</u>					
14	F	F	T	F	<u>S</u>	<u>R</u>	<u>Q</u>	<u>Q×</u>		<u>S</u>		
15	F	F	F	T	<u>Q</u>	<u>S</u>	<u>R</u>	<u>P</u>				<u>Q</u>
16	F	F	F	F			<u>Q</u>	<u>Q×</u>	<u>R×</u>			<u>Q×</u>

解2. 4人の発言の真理値は、 A', B', C', D' で決まる。(C1)から、その組は24通りあり、真理値表は表4のとおりである。(C2)および問題文で与えられている姉妹の組み合わせから、表12行目が解とわかる(矛盾する部分に下線を引いている)。よって、 $(A', B', C', D') = (Q, S, R, P)$ が求まる。

解3. 解2と同様に24通りを対象とするが、 C' に注目すると、発言pで多くの場合の矛盾を得ることができる。その方法を用いて行をまとめた真理値表をかいて、4人が持っている楽器を求める。真理値表は表5のとおりである(矛盾する部分に下線を引いている)。

4. 考察

本研究で対象とした7題では、どれも(I),(II)の2種類の真理値表を用いて解くことができた。結果、行数と計算については次の対照的な傾向がみられた。
 ・(I)は、行数が少ないが、計算が比較的難しい
 ・(II)は、行数が多いが、計算が比較的易しい
 さらに、(II)では、列の条件を適切に選ぶのに時間がかかった。これらのことは、発言の真理値の組が制限されている問題に強く現れたが、制限されていなくても同様の傾向がみられた。これらのことか

表4: 解2の真理値表

					p	q	r	s
	A'	B'	C'	D'	Q=C'	R=D'	S=A'	Q≠D'
1			Q	R	<u>S</u>			
2			Q	S	<u>R</u>			
3			R	Q	<u>S</u>			
4			R	S	<u>Q</u>	F	F	F
5			S	Q	<u>R</u>			
6			S	R	<u>Q</u>		E	
7			P	R	<u>S</u>			
8			P	S	<u>R</u>			
9			R	P	<u>S</u>	F	E	
10			R	S	<u>P</u>		F	
11			S	P	<u>R</u>		F	
12			S	R	<u>P</u>	F	F	F
13			P	Q	<u>S</u>			
14			P	S	<u>Q</u>		F	F
15			Q	P	<u>S</u>		F	
16			Q	S	<u>P</u>		F	
17			S	P	<u>Q</u>		F	E
18			S	R	<u>P</u>	T	F	E
19			P	Q	<u>R</u>			
20			P	R	<u>Q</u>		F	E
21			Q	P	<u>R</u>		F	
22			Q	S	<u>P</u>		F	
23			R	P	<u>Q</u>		F	
24			R	Q	<u>P</u>		T	F

表5: 解3の真理値表

					p	q	r	s
	C'	D'	A'	B'	Q=C'	R=D'	S=A'	Q≠D'
1				Q	<u>S</u>			
2				R	<u>F</u>	<u>I</u>		
3				S	<u>F</u>	<u>E</u>		
4				P	<u>R</u>	<u>S</u>	<u>T</u>	<u>F</u>
5				P	<u>S</u>	<u>R</u>	<u>T</u>	<u>F</u>
6				Q	<u>P</u>		<u>I</u>	
7				P	<u>I</u>			
8				Q	<u>S</u>	<u>F</u>	<u>F</u>	<u>F</u>
9				S	<u>Q</u>	<u>F</u>	<u>F</u>	<u>I</u>
10				R	<u>P</u>	<u>S</u>	<u>F</u>	<u>E</u>
11				R	<u>S</u>	<u>P</u>	<u>F</u>	<u>E</u>
12				S	<u>E</u>			
13				P	<u>F</u>	<u>E</u>		
14				Q	<u>P</u>	<u>R</u>	<u>F</u>	<u>F</u>
15				Q	<u>R</u>	<u>P</u>	<u>F</u>	<u>F</u>
16				R	<u>P</u>	<u>Q</u>	<u>F</u>	
17				R	<u>Q</u>	<u>P</u>	<u>E</u>	

ら、今回の研究の対象とした7題では、(I)の方が解きやすいと考える。

また、上の傾向が変わることはないが、(II)は、表2、表4にみられるように、基準をうまく選んで表を作成することで行数を減らすことができることもわかった。

5. おわりに

本研究の最初は、表を真理値のみで作成して、7題の複数の解を統一的に捉えられなかったが、表に真理値以外の値などを入れることで、(I),(II)の形に統一的に捉えることができた。

参考文献

[1] 小野博一、面白くてやめられない論理パズル(新装版)、中経出版、東京、2003。