クォータニオンとカスケード型 PID を用いたドローンの飛行制御に関する研究

2018SC007 藤野純也　2018SC027 石王宏和

指導教員：坂本登　中島明

1　はじめに

近年，無人航空機システム（Unmanned Aerial Systems）は，軍事，災害対応，観光，教育，研究調査など多岐にわたり利用されている．UAS の中でも，剛性のあるクロスフレームに固定された 4 つのロータで構成されているクワッドロータと呼ばれるドローンが特に人気である．その理由として，ホバリングができること，機敏で操作性が高いこと，使用目的や使用対象者が幅広いことが挙げられる．[1]

ドローンの利点である操作性が高いことを活かすためには，より精度の高い飛行制御が必要である．そこで本研究では，カスケード制御やクォータニオンを用いてドローンの飛行制御を向上させることを目標に研究を行う．本稿では，ドローンのモデリングに用いる座標系やパラメータを定義したのち，ニュートン・オイラーによるドローンの運動方程式を導出する．さらに，求めた運動方程式をクォータニオンを用いて表現し，クォータニオンを用いた飛行制御のシミュレーションの実行結果を示す．次にカスケード型 PID 制御を用いたシミュレーションの実行結果を示す．最後に今までのまとめと今後の応用について述べる．

2　座標系とパラメータの定義

3 次元空間を運動するドローンの空間表現を行うためには位置と姿勢角が必要である．これらの状態量を表現するためには，2 つの直行座標系を用いる必要がある．1 つ目は基準となる直交座標系である地上座標系（$\sum_r$），2 つ目はドローンに固定された直行座標系である機体座標系（$\sum_b$）である．これら 2 つの直行座標系はともに右手座標系である．また，表現している座標系は右下添え字によって示しており，地上座標系の場合は w，機体座標系の場合は b で表す．地上座標系と機体座標系とドローンの状態パラメータらの関係を図 1 に示し，ドローンの状態パラメータを表 1 に示す．

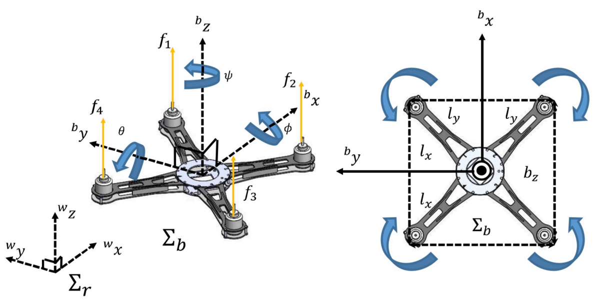

図 1　ドローンの座標系とパラメータ [2]

表 1　ドローンに関するパラメータの定義

記号	名称および単位
m_b	機体の質量 [kg]
x	機体の x 方向への位置座標 [m]
y	機体の y 方向への位置座標 [m]
z	機体の z 方向への位置座標 [m]
ϕ	機体の姿勢角（roll 角）[rad] (x 軸回り回転)
θ	機体の姿勢角（pitch 角）[rad] (y 軸回り回転)
ψ	機体の姿勢角（yaw 角）[rad] (z 軸回り回転)
$\boldsymbol{J}$	機体の慣性モーメント [kgm^2]
l_x	ロータと y 軸間の距離 [m]
l_y	ロータと x 軸間の距離 [m]
f_i	ロータ i 番目の推力 [N]

3　ドローンの運動方程式

ドローンの運動方程式をニュートン・オイラー法によって求める．

3.1　並進運動の運動方程式

直交座標系において，x 軸，y 軸，z 軸まわりの回転行列を，それぞれ $\boldsymbol{R}_x(\phi)$，$\boldsymbol{R}_y(\theta)$，$\boldsymbol{R}_z(\psi)$ としたとき，ZYX オイラー角における機体座標系から地上座標系への回転行列 ${}^w\boldsymbol{R}_b$ は，式 (3.1) と表せる．$\boldsymbol{R}_x(\phi)$，$\boldsymbol{R}_y(\theta)$，$\boldsymbol{R}_z(\psi)$ は全て単軸回りの回転である．[3]

$${}^w\boldsymbol{R}_b = \boldsymbol{R}_z(\psi)\boldsymbol{R}_y(\theta)\boldsymbol{R}_x(\phi) \tag{3.1}$$

地上座標系から見たドローンの位置ベクトルを ${}^w\boldsymbol{P}_b = [x\ y\ z]^T$，ドローンに働く力を $\boldsymbol{F}$ とすると，ドローンの並進運動の運動方程式は

$$m_b{}^{\boldsymbol{w}}\ddot{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{F} \tag{3.2}$$

となる．ドローンに働く力は，推力，粘性抵抗力，重力が挙げられる．よってドローンに働く力 $\boldsymbol{F}$ は

$$\boldsymbol{F} = {}^w\boldsymbol{R}_b\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{f}} + (-\rho{}^w\dot{\boldsymbol{P}}_b) + [0,\ 0,\ -m_bg]^T \tag{3.3}$$

$$\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{f}} = [0,\ 0,\ \sum_{i=1}^{4} f_i]^T \tag{3.4}$$

と表せる．式 (3.4) はドローンに働く推力，ρ は粘性抵抗係数を表している．[4]

3.2 回転運動の運動方程式 [4][5]

並進の運動方程式は地上座標系で表すことに対し，回転の運動方程式は機体座標系で表す．角速度ベクトルを $\boldsymbol{\omega}$，力のモーメントを $\boldsymbol{M}$ [Nm] とすると剛体に対する回転運動の運動方程式は

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{M} \tag{3.5}$$

と表せる．また，ドローンに働くモーメント $\boldsymbol{M}$ は推力によってはたらく各軸回りのモーメントと粘性抵抗力である．各軸まわりのモーメント $\boldsymbol{U}_\tau$[Nm] は，式 (3.8) と表せる．ただし，μ を反トルク定数 [m] とする．また粘性抵抗力は，粘性抵抗係数 ρ を用いて $\rho\boldsymbol{\omega}$ と表せる．

$$\boldsymbol{B}_b = \begin{bmatrix} l_y & -l_y & -l_y & l_y \\ -l_x & -l_x & l_x & l_x \\ -\mu & \mu & -\mu & \mu \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix}^T \tag{3.7}$$

$$\boldsymbol{U}_\tau = \boldsymbol{B}_b\boldsymbol{u} \tag{3.8}$$

以上のことより回転運動の運動方程式は，式 (3.9) となる．

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{\tau}} + (-\rho\boldsymbol{\omega}) \tag{3.9}$$

4 クォータニオンを用いた飛行制御

4.1 クォータニオンを用いた運動方程式

q_0，q_1，q_2，q_3 はスカラーの実数，$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ は単位ベクトルである．このとき，クォータニオン $\boldsymbol{q}$ は式 (4.1) と表せられ，$\boldsymbol{q}^*$ は共役なクォータニオンで式 (4.2) に示す．

$$\boldsymbol{q} = q_0 + q_1\boldsymbol{i} + q_2\boldsymbol{j} + q_3\boldsymbol{k} \tag{4.1}$$

$$\boldsymbol{q}^* = q_0 - q_1\boldsymbol{i} - q_2\boldsymbol{j} - q_3\boldsymbol{k} \tag{4.2}$$

クォータニオンを用いて位置ベクトル $\boldsymbol{u}$ を空間に固定して機体座標系から基準座標系へ回転させると

$$\boldsymbol{u}' = \boldsymbol{q}\boldsymbol{u}\boldsymbol{q}^* \tag{4.3}$$

$$= \boldsymbol{Q}\boldsymbol{u} \tag{4.4}$$

と表せられる．[4][6]$\boldsymbol{Q}$ は機体座標系から基準座標系への回転を表しているので，$\boldsymbol{Q} =^w \boldsymbol{R}_b$ となる．式 (3.3) の回転行列 ${}^w\boldsymbol{R}_b$ をクォータニオンを用いた回転行列 Q に置き換えることで運動方程式を求められる．

また，クォータニオンの微分値は近似を用いることで

$$\frac{d\boldsymbol{q}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\boldsymbol{q}(t+\Delta t) - \boldsymbol{q}(t)}{\Delta t} \tag{4.5}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\boldsymbol{q}(t)\boldsymbol{v}(t)(\frac{\Delta\alpha}{2})}{\Delta t} \tag{4.6}$$

$$= \frac{1}{2}\boldsymbol{q}(t)\boldsymbol{v}(t)\omega(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{q}(t)\bar{\boldsymbol{\omega}}(t) \tag{4.7}$$

と表せる．[4][5]$\omega(t)$ はベクトル $\boldsymbol{v}$ 方向の角速度のスカラー量を示し，$\bar{\boldsymbol{\omega}}(t)$ は $\Delta\boldsymbol{q}$ の角速度ベクトルを表す．$\bar{\boldsymbol{\omega}}(t)$ は

$$\bar{\boldsymbol{\omega}}(t) = \omega_0 + \omega_x\boldsymbol{i} + \omega_y\boldsymbol{j} + \omega_z\boldsymbol{k} \tag{4.8}$$

と表せられるが，ここでは時間変化を考えているため $\omega_0 = 0$ とする．以上のことより，クォータニオン表現によるキネマティクス方程式 (式 (4.9)) を得ることができる．

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{q} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

4.2 クォータニオンを用いたシミュレーション

式 (3.2)，式 (3.3)，式 (3.9)，式 (4.4)，式 (4.9) を用いて，目標値を高度と姿勢角とするシミュレータを作成した．ドローンからは，位置，並進速度，角速度ベクトル，クォータニオンを測定できるものとする．目標値との差をとるために，ドローンから取得できるクォータニオンからオイラー角表現の姿勢角を求める必要がある．以下の式を用いてクォータニオンからオイラー角に変換する．[4]

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{2(q_1q_2 + q_0q_3)}{{q_0}^2 + {q_1}^2 - {q_2}^2 - {q_3}^2}\right) \tag{4.10}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(2(q_0q_2 - q_1q_3)\right) \tag{4.11}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2(q_2q_3 + q_0q_1)}{{q_0}^2 - {q_1}^2 - {q_2}^2 + {q_3}^2}\right) \tag{4.12}$$

目標値は以下の表 2 のように印加し，roll 制御，pitch 制御，yaw 制御を別々にシミュレーションする．roll 制御を行う場合は roll 角以外の姿勢角の目標値は常に 0 とする．pitch 制御の場合は pitch 角以外の姿勢角の目標値を 0，yaw 制御を行う場合は yaw 角以外の姿勢角の目標値を 0 とする．今回のシミュレーションに用いる PID ゲインを表 3 に示す．
また，モータが即座に高出力にならないように 1 次遅れ系を用いている．時定数は 0.04 である．

表 2 roll 制御，pitch 制御，yaw 制御の目標値設定

時間 [s]	0	5	10	15	20	25
高度 [m]	0	2	2	2	0	0
roll 角 [deg]	0	0	30	0	0	0
pitch 角 [deg]	0	0	30	0	0	0
yaw 角 [deg]	0	0	30	0	0	0

表 3 クォータニオンを用いた制御での PID ゲイン

	P ゲイン	I ゲイン	D ゲイン
高度	2.45	0.00001	3.25
roll 角	2.65	0.00005	0.43
pitch 角	2.65	0.00005	0.43
yaw 角	0.283	0.0001	0.25

4.3　実行結果

roll 制御の roll 角応答を図 2，yaw 制御の yaw 角応答を図 3，yaw 制御の高度応答を図 4 に示す．モータの推力の伝達に 1 次遅れ系を用いているため，図 2 ではわずかに振動が見られる．pitch 角の結果は，roll 角の結果と同様の結果が得られた．また，図 4 から yaw 角を回転させる際に 20cm ほどの高度の変化を見てとれる．しかし，ともに目標値に対して追従・収束していることが確認できた．

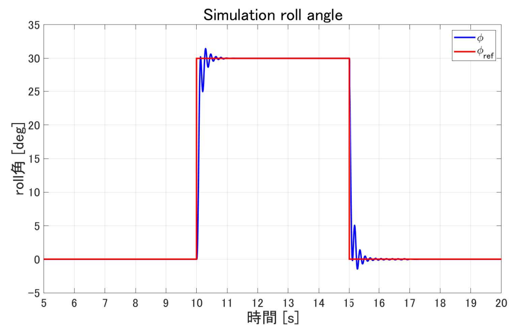

図 2　roll 制御の roll 角応答

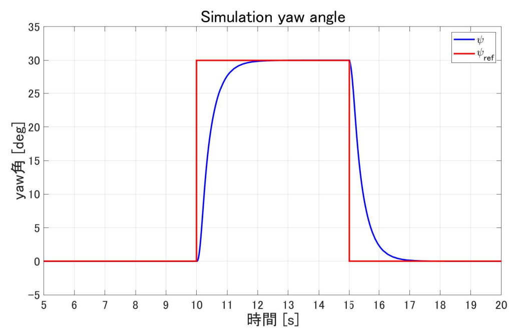

図 3　yaw 制御の yaw 角応答

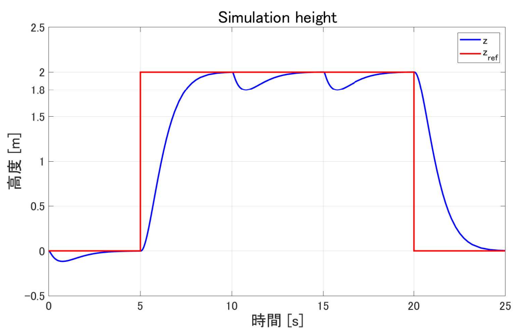

図 4　yaw 制御の高度応答

5　カスケード制御

5.1　カスケード型 PID 制御

カスケード制御はフィードバック制御を多重に組み合わせた構造になっており，多重ループ構造になっている．そのため外乱に強く，即応性に長けているというメリットがある．ただし，多重ループ構造になっているために制御則設計が複雑になっている．そのため，多数のゲインチューニングが必要となるデメリットもある．

5.2　カスケード型 PID 制御を用いたシミュレーション

外乱に強く，即応性に長けたドローンの安定飛行を目指すために，図 5 のような外側のループから順に，位置制御，並進速度制御，姿勢角制御としたカスケード型 PID 制御を作成し，シミュレーションを行う．今回のシミュレーションは，入力目標値は高度と位置とする．この制御器では，はじめに位置の PID 制御が行われ，この制御で得られた操作量が並進速度目標値となる．並進速度の PID 制御で得られた操作量が姿勢角目標値となり，姿勢角を制御する．また，PID ゲインは表 4，目標値設定は表 5 とする．なお，このシミュレーションではモータのノイズや情報伝達のノイズも考慮している．

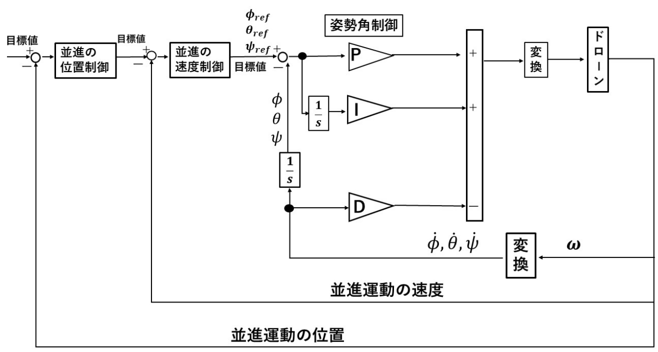

図 5　カスケード型 PID 制御器

表 4　カスケードシミュレーションのゲイン設定

	P ゲイン	I ゲイン	D ゲイン
高度	15	0.08	8.5
roll 角	1.5	0.02	0.3
pitch 角	1.5	0.02	0.3
yaw 角	4	0.001	1.5
x 方向速度	10	0.001	0.3
y 方向速度	10	0.001	0.3
x 方向位置	0.65	0.001	0.01
y 方向位置	0.65	0.001	0.01

表 5　カスケードシミュレーションの目標値

時刻 [t]	x 方向位置 [m]	y 方向位置 [m]	yaw 角 [deg]	高度 [m]
0	0	0	0	0
5	0	0	0	2
10	1	0	0	2
15	1	1	0	2
20	0	1	0	2
25	0	0	0	2
30	0	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
50	0	0	0	0

5.3　実行結果

roll 角の変化を図 6，pitch 角の変化を図 7，yaw 角の変化を図 8 に示す．roll 角と pitch 角の目標値は位置と並進速度の制御によって決まるため，図 6，図 7 のように目標値は細かく変化する．そのため，外乱にもすばやく対応できる．また，測定値はノイズの影響もあるために細かく振動しているが，測定値は目標値に追従出来ていることが分かる．yaw 角の制御は roll 角と pitch 角と違い，位置制御と並進速度制御の影響を直接は受けない．しかし，roll 角と pitch 角と同様に目標値に追従することが出来た．

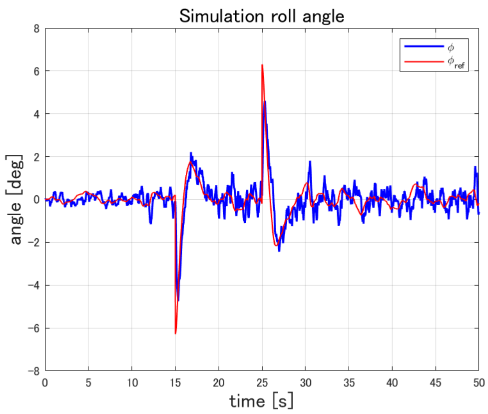

図 6　カスケード型 PID 制御の roll 角

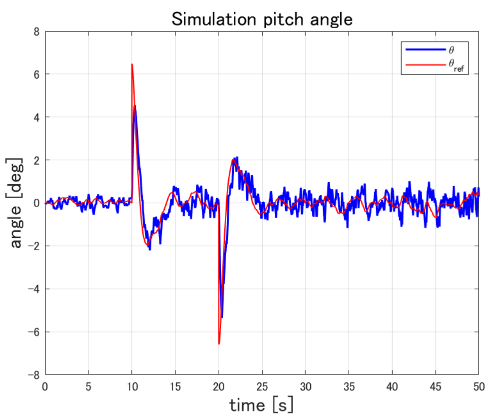

図 7　カスケード型 PID 制御の pitch 角

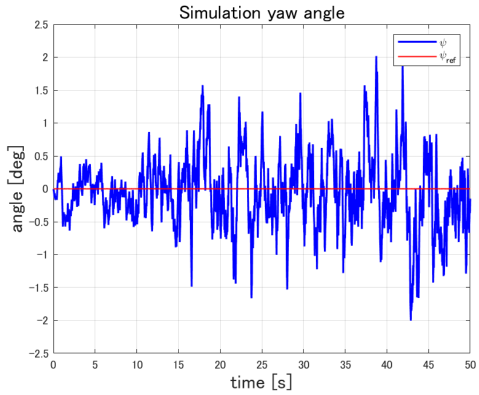

図 8　カスケード型 PID 制御の yaw 角

6　おわりに

本研究では，ニュートン・オイラー法でドローンの運動方程式を求め，それを用いてクォータニオンを用いたドローンの飛行制御のシミュレーションとカスケード PID 制御を用いたシミュレーションを行った．今後は，これら 2 つのシミュレータを組み合わせて外乱やノイズが考慮された現実に近いリアルタイムシミュレーション作成や実機に実装させての安定飛行の実現を目指す．

参考文献

[1] Jinho Kim，S. Andrew Gadsden，A. Wilkerson．A Comprehensive Survey of Control Strategies for Autonomous Quadrotors．IEEE，2019.

[2] 林美咲，宮野峻，西田裕貴，米川翔太．クアッドコプターの飛行安定化制御システムの開発．2018 年度卒業学士論文，南山大学理工学部機械電子制御工学科坂本・中島研究室，2019.

[3] 米川翔太．ビジュアルフィードバックを用いたドローンの位置制御におけるリアルタイムシミュレーションと実機検証．2020 年度卒業修士論文，南山大学大学院理工学研究科機械電子制御工学専攻坂本・中島研究室，2021.

[4] 野波健蔵．ドローン工学入門 モデリングから制御まで．コロナ社，東京，2020.

[5] 坂本登．ビークル系のモデリングと制御　機械工学研究講義資料．2021.

[6] 柳原正明．宇宙航空研究開発機構 (JAXA) 研究開発資料　飛行シミュレーションアルゴリズム．宇宙航空研究開発機構（JAXA），2021.