

2次元空間内でのボール打ち上げ制御

2018SC047 牧大裕 2018SC077 笹山泰生

指導教員：中島明

1 はじめに

マニピュレータがより人間に近い動きを再現するには、外界より情報を得て素早く状況を判断しその状況に応じて動くことである。また人間の動きに近づくことでロボットの性能を高めることにつながる。

本研究では人間が外界から取り入れる情報の中でも多くを占める視覚を用いることで人間の動きにより近づける。その際の活用の一例としてマニピュレータによるボールの打ち上げを取り上げる。

先行研究では実機を使用し数回のボールの打ち上げが成功している。よって本研究では先行研究の問題点を踏まえより長時間のボール打ち上げを実現することを最終目的としている。

実機を用いたマニピュレータの制御を行う際にはシミュレーションを用いて動作の確認を行う必要があり、対象とする実機は6自由度で複雑な構造のため、现阶段では3自由度のマニピュレータについて、2次元空間内におけるシミュレーションを作成した。またラケットによるボールの打ち上げシミュレーションを先に作成し、その後ラケットを上で述べた2次元3自由度のマニピュレータの手先に取り付けるという工程を踏む。

2 ボールとラケットの衝突の設計

2.1 ボールとラケットの運動方程式

図1にボールとラケットの関係図を示す。基準座標系を Σ_W 、ラケット座標系を Σ_R とし、基準座標系から見たボール、ラケットの位置を ${}^W p_B$, ${}^W p_R$ 、ラケット座標系を基準座標系の原点中心に θ 回転したものとする。

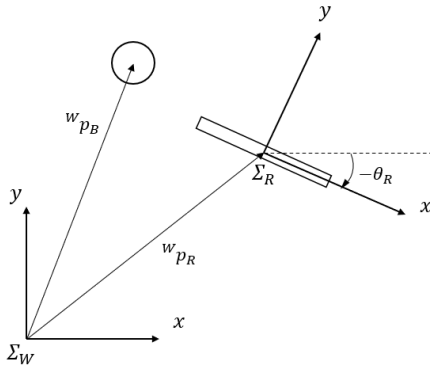


図1 ボールとラケットの関係図

ボールとラケットの運動方程式は次のようになる。

$$m_B {}^W \ddot{p}_B = m_B g \quad (1)$$

$$m_R {}^W \ddot{p}_R = f_R - m_B g \quad (2)$$

$$J_R \ddot{\theta}_R = n_R \quad (3)$$

2.2 ボールとラケットの衝突モデリング

ボールとラケットが衝突する点は常にラケットの中心とは限らないことに注意する。ボールとラケットの距離関係を図2に示す。

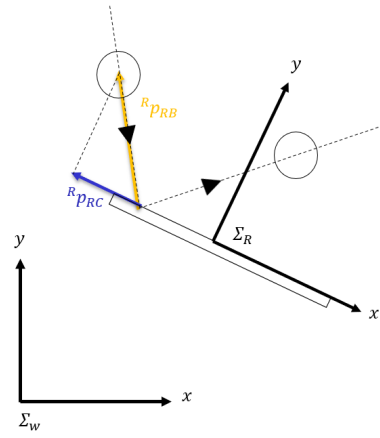


図2 ボールとラケットの距離関係

図2より以下の式のようにになる。

$$\begin{cases} {}^R p_{RB} = {}^W R_R^T ({}^W p_B - {}^W p_R) \\ {}^R p_{RC} = {}^R p_{RB} - {}^R p_{CB} \end{cases} \quad (4)$$

ただし、 m_B はボールの質量、 g は重力加速度、 $g = [0, -g]^T$ 、 m_R はラケットの質量、 J_R はラケットの慣性モーメントとする。

基準座標系におけるラケットとボールの相対速度 ${}^W v_{CB}$ は次のようになる。

$${}^W v_{RB} \triangleq {}^W \dot{p}_B - {}^W \dot{p}_C \quad (5)$$

${}^W \dot{p}_C$ を時間微分した ${}^W \dot{p}_C$ は以下のようになる。

$$\begin{aligned} {}^W \dot{p}_C &= {}^W \dot{p}_R + {}^W \dot{R}_R {}^R p_{RC} \\ &= [I_2 \ R(\theta_R + \frac{\pi}{2})^R p_{RC}] \begin{bmatrix} {}^W \dot{p}_R \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix} = D_R \dot{q}_R \end{aligned} \quad (6)$$

R 座標系における (ラケットから見た) ボールの速度 ${}^R v_{CB}$ は次のようになる。

$${}^R v_{CB} = {}^W R_R^T {}^W v_{CB} \quad (7)$$

この時, ${}^W R_R$ は 2 次元の回転行列であり, ラケットが原点中心に θ 回転しているとする

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

である。

跳ね返り後の R 座標系におけるボールの速度 ${}^R v'_{CB}$ は次のようになる。ここで, ラケットの質量はボールの質量に比べて十分に大きいためラケットは衝突の影響を受けないとする。

$${}^R v'_{CB} = E {}^R v_{CB} \quad (9)$$

$${}^W \dot{p}'_C = {}^W \dot{p}_C \quad (10)$$

ここで E は跳ね返り係数の行列であり, 跳ね返り係数を e とすると次のように表される。

$$E = \begin{bmatrix} e_x & 0 \\ 0 & -e_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

逆変換して, 基準座標系におけるボールの速度を求めると次のようになる。

$${}^W v'_{CB} = {}^W R_R {}^R v'_{CB} \quad (12)$$

$${}^W \dot{p}'_R = {}^W \dot{p}'_C + {}^W v'_{CB} \quad (13)$$

跳ね返りの判定は, ボールの下部とラケットの距離が 0 以下になった時に行う。

3 ラケット位置・姿勢制御系の設計

ラケットによるボールの長時間の安定した打ち上げをするためにラケットの位置・姿勢に関する制御方針を考える。打ち上げの方法として, ボールを打ち続けることと, ボールの打ち上げをしている状態を安定化させることの 2 つを達成する必要がある。制御的に考えると, ボールを打ち上げ続けることに関してはボールの軌道に対し基準面から鏡のように反転させることでボールと同期させれば打ち続けることができる。ここで, ラケットの目標軌道をボールの軌道を反転させたものにするラケットの動きが大きくなるため, ボールの軌道にゲインをかけたものを目標軌道とする。

3.1 ラケット位置制御系の設計

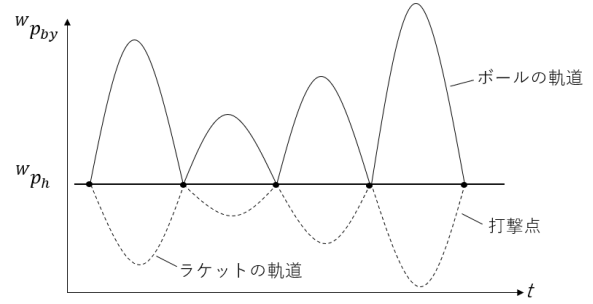


図3 ラケット位置制御

$${}^W p_d = \begin{bmatrix} {}^W p_{bx} \\ {}^W p_{bh} - k_y ({}^W p_{by} - {}^W p_{bh}) \end{bmatrix} \quad (14)$$

ボールの位置座標を $[{}^W p_{bx} \quad {}^W p_{by}]^T$, k_y とはラケットの y 方向の軌道をおさえるゲインである。

3.2 ラケット姿勢制御系の設計

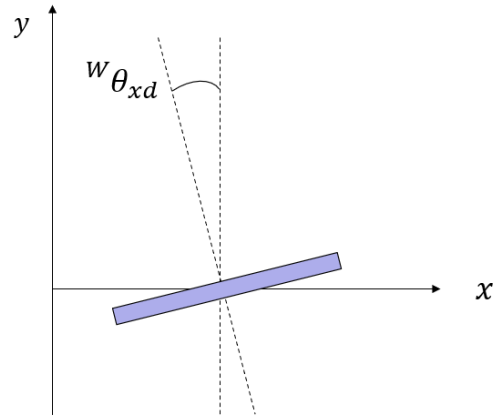


図4 ラケット姿勢制御

ボールの打ち上げしている状態を安定化させるためには同じ場所で打ち続けないとロボットが届かなくなるので, ボールが基準位置からずれたら角度を変えて元に戻すように姿勢を制御する。図4にあるように, ラケットの目標姿勢の決め方としてボールの基準点からの x 方向の差を修正するように, ラケットの初期位置の x 座標 ${}^W p_x$ とボール x 座標の差に適当なゲイン k_x をかけそれをラケットの y 軸周りの目標姿勢とした。またボールの速度も考慮し調整するため, ボールの速度に適当なゲイン k_{xD} をかけたものを足すことでラケットの目標姿勢としている。よってラケットの目標姿勢 ${}^W \theta_{xd}$ は以下のように立式

できる.

$${}^W\theta_{xd} = k_x({}^W p_{bx} - {}^W p_x) + k_{xD} {}^W v_{bx} \quad (15)$$

3.3 ボールの最高点の安定化

ボールの最高点の高さを安定させるために k_y の値をボールの高さごとに調整する必要がある. 方針として最高点が目標値より大きい場合は k_y の値を減らし, 最高点が目標値より小さい場合には k_y の値を増やすことで調整する. この時 k_y の値を更新するタイミングはラケットからボールが離れたタイミングで行う. k_y の調整を行うレートを k_h , ボールの最高点を \bar{p}_{by} , ボールの高さの目標値を p_{byd} , ボールの最高点が目標値の時の k_y を \bar{k}_y とし以下のように立式する.

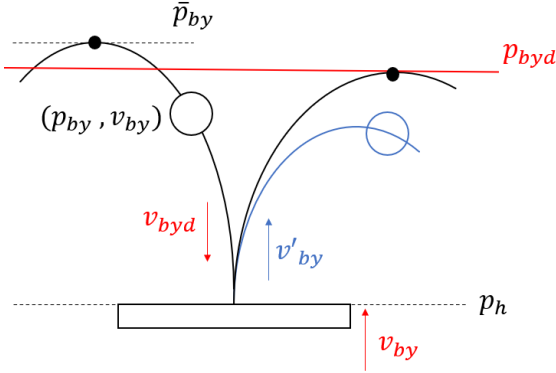


図5 ラケットとボールの位置関係によるゲイン調整

$$\begin{cases} v'_{by} = -e(v_{byd} - v_R) + v_R \\ v_R = -\bar{k}_y v_{byd} \end{cases} \quad (16)$$

式 (16) を解くことで式 (17) を導ける.

$$\bar{k}_y = \frac{1-e}{1+e} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} k_y[k+1] &= -k_{h_P} \Delta \bar{p}_{by}[k] - k_{h_I} S[k] + \bar{k}_y \\ S[k] &= S[k-1] + \Delta \bar{p}_{by}[k] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \Delta \bar{p}_{by}[k] \triangleq \bar{p}_{by}[k] - p_{byd} \\ S[k] \triangleq \sum_{i=1}^k \Delta \bar{p}_{by}[i] \end{cases} \quad (19)$$

4 マニピュレータのモデリング

4.1 マニピュレータの概要

シミュレーションで用いる 2 次元 3 自由度のマニピュレータの座標系を図 6 に $\Sigma_0 \sim \Sigma_4$ のように定義する.

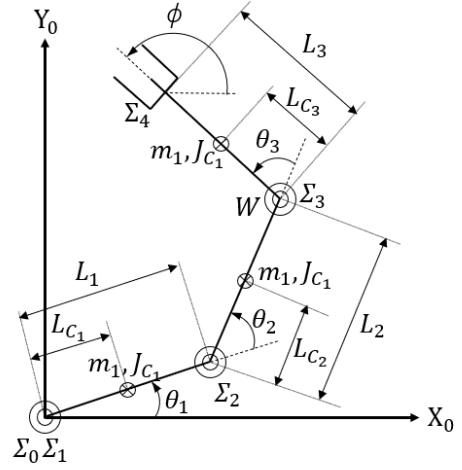


図6 シミュレーションで用いるマニピュレータ

4.2 順運動学

図 6 の各座標系間の同次変換行列を求める. さらに順運動学よりマニピュレータの手先位置 p も求める. 第 i 軸の関節角を θ_i とし, $C_i := \cos(\theta_i)$, $S_i := \sin(\theta_i)$ と表記する.

表1 各座標パラメータ

文字	パラメータ名
$m_i (i=1,2,3)$	リンク質量
$L_i (i=1,2,3)$	リンク長
$L_{C_i} (i=1,2,3)$	リンクの重心までの長さ
$J_{C_i} (i=1,2,3)$	慣性モーメント
ϕ	手先座標系の姿勢角

マニピュレータの配置 $\Sigma_0 \sim \Sigma_4$ の同次変換行列は以下のようになる.

$${}^0T_4 = \begin{bmatrix} {}^0R_4 & {}^0p_4 \\ 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

このとき, 手先位置は 0p_4 である. 0T_4 は以下のように計算できる.

$${}^0T_4 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 \quad (21)$$

各同次変換行列は以下のようになる.

$${}^iT_{i+1} = \begin{bmatrix} {}^iR_{i+1} & {}^ip_{i+1} \\ 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \quad (i=0,1,2,3)$$

4.3 運動方程式の導出

3 自由度のアームロボットの運動方程式の導出を行う. まずマニピュレータの関節変数 $\theta_i (i=1,2,3)$ を一般化座標とし, 関節駆動力 $\tau_i (i=1,2,3)$ を一般化力とする.

マニピュレータ全体の運動エネルギー K と位置エネルギー P とする. ラグラジアン L は次のようになる.

$$L = K - P \quad (22)$$

ラグランジュの運動方程式 $\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i}) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau$ に代入して次式を得る.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + c(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) = \tau \quad (23)$$

5 マニピュレータによるボールの打ち上げ設計

図7のようにラケットをマニピュレータの手先に取り付ける位置でシミュレータを作成した. この時の初期関節角は $\theta_1 = 45$ 度 $\theta_2 = -90$ 度 $\theta_3 = 45$ 度とする.

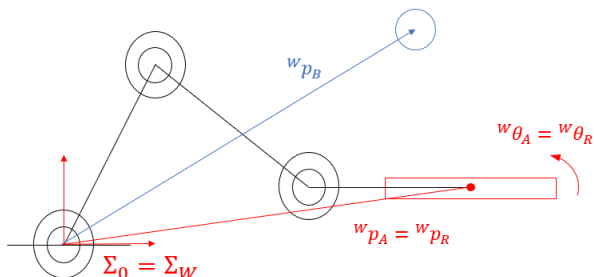


図7 ラケットとマニピュレータの位置関係

5.1 マニピュレータによるラケットの制御手法

ヤコビアンを用いることでマニピュレータの手先に加わる力 F と関節トルク τ との静学的関係は

$$\tau = J^T F \quad (24)$$

となる. この関係を用いることで手先空間から関節角空間のトルクに変換することができる.

$$\tau = J^T(-K_p(\theta - \theta_d) - K_i \int (\theta - \theta_d) dt - K_d \dot{\theta}) + G \quad (25)$$

5.2 シミュレーション結果

マニピュレータによるボールの打ち上げのシミュレーションを以下に示す.

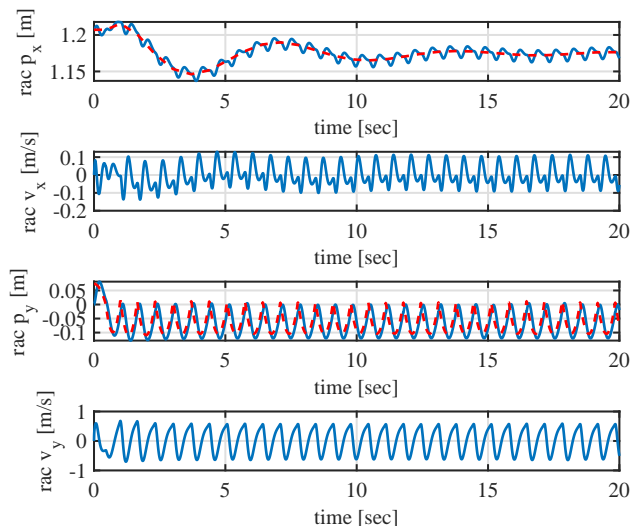


図9 ラケットの各座標と各座標系の速度

結果より 15.0[s] あたりから安定したボールの打ち上げができていることがわかる. この時 y 方向にはそれほど時間が経たずとも安定しているが, x 方向の安定は y 方向と比較して時間がかかっていることがわかる.

6 おわりに

本研究では, 2次元空間内で動作する3自由度のマニピュレータをシミュレータで作成し, 様々な制御手法を実装して制御性能に関する検討を行った. また, 2次元空間内で卓球ボールとラケットの衝突を再現し, 安定して長時間ボールを打ち上げるシミュレータを作成した. その上で作成した2次元3自由度のマニピュレータの手先にラケットを取り付け, マニピュレータによって卓球ボールを安定して長時間打ち上げるシミュレータを作成した. 今後は, 本研究で作成したシミュレータを参考に実機で卓球ボールを安定して長時間打ち上げることを目指す.

参考文献

- [1] 永井 清・土橋 宏規:『ロボティクスシリーズ 8 ロボット機構学』. コロナ社, 東京, 2015.
- [2] 吉川 恒夫:「ロボット制御基礎論」. コロナ社, 東京, 2016.
- [3] 石川太雄・松永純弥・吉田樹:「視覚情報を用いたマニピュレータによるボールの打ち上げ」. 南山大学, 2018.

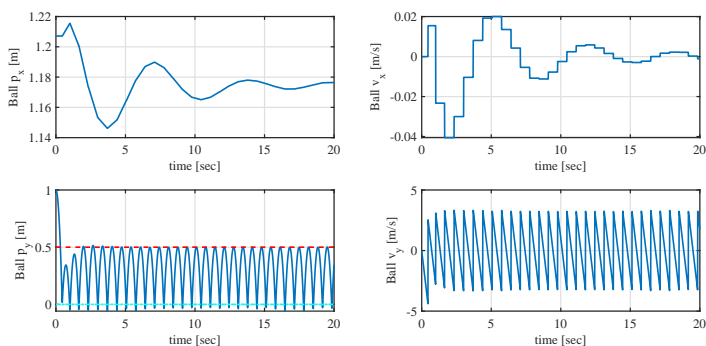


図8 ボールの各座標と各座標系の速度