

DualPendubot の製作と安定化制御

2018SC022 池端壮太 2018SC075 大内涼平

指導教員：中島明

1 はじめに

近年、深海や宇宙での作業を想定した極限作業ロボットのみならず、産業用や家庭用ロボットの開発が進んでいる。しかしロボットの駆動部すべてにアクチュエータを必要とするような全駆動システムでは、高コストや高重量といった問題が生じてしまう。そのため、これらの問題の解消が期待できる劣駆動システムが注目を集めている。劣駆動システムとは、システムの自由度に対してアクチュエータの総数が少ないシステムであり、アクチュエータの数が従来より少なく済むためコスト、重量、信頼性といった点で全駆動システムより優れている [1]。しかしこの劣駆動システムは非線形性が強く、すべての自由度を少ないアクチュエータで制御しなければならないため、制御は困難を要する。

本研究では、そんな劣駆動システムの一つである DualPendubot の設計と安定化制御をテーマとして研究を行った。DualPendubot は Pendubot と呼ばれる倒立振り子システム [2] の一種を発展させたものであり、モータ軸を回転中心として垂直平面内を回転するアームの両端に、同じく垂直平面内を回転する長さの異なる振り子が取り付けられたシステムである。

また、本研究の最終目標は線形最適制御による DualPendubot の安定化制御を行うこととしている。

2 実験機の製作

2.1 概要

本研究において DualPendubot 実験機の設計は重要な要素の一つである。実験機の基本構造は磯村氏、野沢氏の Pendubot [2] を参考に設計した。設計については 3DCAD ソフトの SOLIDWORKS を使い、製作は株式会社テクニカルサポートに依頼した。

2.2 設計

実験機の設計図を図 1 に示す。材料はアーム部分であるリンク 1 と振り部分であるリンク 2、リンク 3 に軽く丈夫なアルミ、その他部品は上部なステンレス鋼を使用する予定である。エンコーダは 3 つ使用する。一つはモータ内に付属しており、残り二つはリンク 1 とリンク 2、リンク 1 とリンク 3 の接続部にそれぞれ固定している。振りについては、10cm、15cm、20cm、25cm の長さの違うものを 4 本用意し、様々なパターンでの実験を可能とするために取り外しが可能な設計としている。

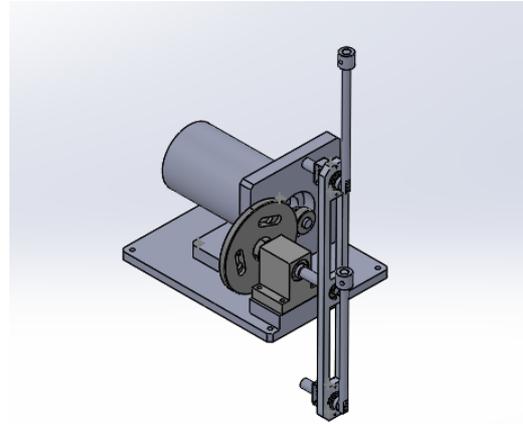


図 1 実験機の外観

2.3 システムの構成

実験機のシステムの構成を図 2 に示す。リンク 1 の角度はギヤを介してモータ内に取り付けられたエンコーダで観測し、リンク 2 とリンク 3 の角度は接続部にそれぞれ固定されたマイクロエンコーダで観測する。エンコーダからの観測データと PC からの制御入力は CompactRIO を介して送受信している。また、制御プログラムは Labview で設計する。

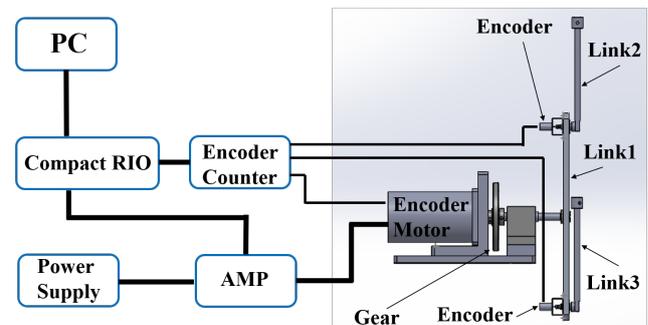


図 2 実験機の構成

2.4 モータの選定

DualPendubot の線形モデルに対して線形最適制御でシミュレーションを行い、結果から得た値を参考に実験機に適したモータの選定を行った。本研究において回路部分は研究室既存の設備を用いるため、モータには最大電流 10[A]、最大電圧 ± 40 [V] の制約がかかる。そして、機械設計をする上では安全率を考慮する必要がある。今回はメーカーが推奨している安全率 1.5 を基準に選定を行ったため、設計上の限界値を最大電流を 6.6[A]、最大電圧を

±26.6[V]とした。モータの最大トルクに関しては、カタログ値から安全率を考慮し、設計する上での限界値を定めた。

2.4.1 モータの性能検証

表1は、設計上の限界値と DualPendubot の線形モデルに対して線形最適制御でシミュレーション行って得られた値の比較である。シミュレーションで得られた最大電圧、最大電流、最大トルクがそれぞれ安全率1.5を満たしているため選んだモータは適切だと判断した。

表1 シミュレーション値と設計上の限界値の比較

	シミュレーション値	設計上の限界値
最大電圧	±6.03[V]	±26.6[V]
最大電流	3.1[A]	6.6[A]
最大トルク	1.9[Nm]	2.2[Nm]

3 DualPendubot システムのモデル化

3.1 運動方程式の導出

DualPendubot システムを図3で示すモデルとする。このモデルから Lagrange の運動方程式を導出する。

アームの中心部に原点をとり、水平面方向を x 軸、 y 軸とした。 θ_1, θ_2 は反時計回り方向を、 θ_3 は時計回り方向を正とする。また、表2で各パラメータの定義をする。

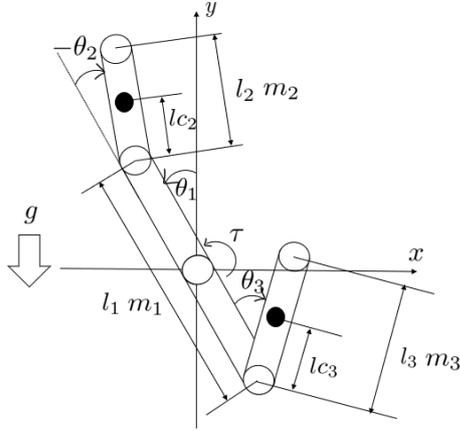


図3 DualPendubot のモデル

リンク1、リンク2、リンク3の重心の座標 P_1, P_2, P_3 は以下の式で示す。

$$P_1 = \begin{bmatrix} P_{x1} \\ P_{y1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} P_{x2} \\ P_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -lc_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - \frac{1}{2}l_1 \sin \theta_1 \\ lc_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \frac{1}{2}l_1 \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} P_{x3} \\ P_{y3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lc_3 \sin(\theta_3 - \theta_1) + \frac{1}{2}l_1 \sin \theta_1 \\ lc_3 \cos(\theta_3 - \theta_1) - \frac{1}{2}l_1 \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

このうち P_2, P_3 を時間微分すると、

$$\dot{P}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\dot{\theta}_1 l_1 \cos(\theta_1) - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)lc_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\frac{1}{2}\dot{\theta}_1 l_1 \sin(\theta_1) - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)lc_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\dot{P}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\dot{\theta}_1 l_1 \cos(\theta_1) - (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3)lc_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) \\ \frac{1}{2}\dot{\theta}_1 l_1 \sin(\theta_1) - (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3)lc_3 \sin(\theta_1 - \theta_3) \end{bmatrix} \quad (5)$$

となる。

表2 DualPendubot のパラメータ

記号	名称
l_1	リンク1の長さ
l_2	リンク2の長さ
l_3	リンク3の長さ
lc_2	リンク2の回転中心から重心までの長さ
lc_3	リンク3の回転中心から重心までの長さ
m_1	リンク1の質量
m_2	リンク2の質量
m_3	リンク3の質量
g	重力加速度
J_1	リンク1の慣性モーメント
J_2	リンク2の慣性モーメント
J_3	リンク3の慣性モーメント
b_1	リンク1の粘性摩擦係数
b_2	リンク2の粘性摩擦係数
b_3	リンク3の粘性摩擦係数
R_a	電気抵抗
K_t	トルク定数
K_e	逆起電力定数
n	モータとリンク1のギア比

システム全体の運動エネルギー T 、ポテンシャルエネルギー U は、

$$T = \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}(J_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + m_2\dot{P}_2^T\dot{P}_2) + \frac{1}{2}(J_3(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_1)^2 + m_3\dot{P}_3^T\dot{P}_3) \quad (6)$$

$$U = m_2gP_{y2} + m_3gP_{y3} \quad (7)$$

となる。

上記の式より Lagrangian は次式で求まる。

$$L = T - U \quad (8)$$

この時、リンク1、リンク2、リンク3それぞれの粘性摩擦を考慮した運動方程式は、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} + b_1\dot{\theta}_1 = \tau \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} + b_2\dot{\theta}_2 = 0 \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_3} + b_3\dot{\theta}_3 = 0 \quad (11)$$

となる。また、実験機に用いる DC サーボモータの伝達特性を考える。

入力電圧を u とすると、

$$u = R_a i + n K_e \omega \quad (12)$$

$$\tau = n K_t i \quad (13)$$

で表される。これを整理すると、

$$\tau = -\frac{n^2 K_e K_t}{R_a} \dot{\theta}_1 + \frac{n K_t}{R_a} u \quad (14)$$

となる。以降は $t_a = \frac{n^2 K_e K_t}{R_a}$, $t_b = \frac{n K_t}{R_a}$ と置き $\tau = -t_a \dot{\theta}_1 + t_b u$ で表す。

以上より運動方程式は以下の式で表す。

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & 0 \\ M_{31} & 0 & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.2 状態方程式の導出

システムの状態変数 \mathbf{x} を $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]^T$ とすると、システムは以下のように表せる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \frac{F_3 M_{13} M_{22} + F_2 M_{12} M_{33} - F_1 M_{22} M_{33}}{D_1} \\ -\frac{F_3 M_{13} M_{21} + F_2 M_{11} M_{33} - F_2 M_{13} M_{31} - F_1 M_{21} M_{33}}{D_1} \\ -\frac{F_3 M_{11} M_{22} - F_3 M_{12} M_{21} + F_2 M_{12} M_{31} - F_1 M_{22} M_{31}}{D_1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

なお、ここでは D を次式のように置き換えた。

$$D_1 = M_{12} M_{21} M_{33} - M_{11} M_{22} M_{33} + M_{13} M_{22} M_{31}$$

そしてテイラー展開の 1 次近似を用いて式 (16) を $x = [0, 0, 0, 0, 0, 0]$ 回りで線形化すると

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (17)$$

となる。

4 パラメータ同定

4.1 実験方法

粘性摩擦係数と慣性モーメントの値は実験的にのみ得ることができる。未知パラメータをリンクそれぞれの粘性摩擦係数と慣性モーメントとし、最小二乗法を用いて同定を行った。実験方法は以下の 3 通りで行った。

1. リンク 2 とリンク 3 をはずしてリンク 1 に正弦波を入力して角度を測定する。その後、測定結果からリンク 1 の粘性摩擦係数と慣性モーメントの同定を行う。
2. リンク 3 を取り外してリンク 2 を振り上げた状態から自由応答させ角度を測定する。その後、測定結果を用いてリンク 2 の粘性摩擦係数と慣性モーメントの同定を行う。

3. リンク 2 を取り外してリンク 3 を振り上げた状態から自由応答させ角度を測定する。その後、測定結果を用いてリンク 3 の粘性摩擦係数と慣性モーメントの同定を行う。

4.2 同定結果

同定精度を上げるために複数回実験を行いパラメータ同定を行った。導出した同定値と、同定値を用いたシミュレーション結果と実験結果を比較するための図を示す。

表 3 パラメータ同定結果

	慣性モーメント J	粘性摩擦係数 b
リンク 1	$4.16 \times 10^{-2} [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$0.384 [\text{Nm} \cdot \text{sec}/\text{rad}]$
リンク 2	$1.64 \times 10^{-3} [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.97 \times 10^{-4} [\text{Nm} \cdot \text{sec}/\text{rad}]$
リンク 3	$1.42 \times 10^{-3} [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$0.94 \times 10^{-4} [\text{Nm} \cdot \text{sec}/\text{rad}]$

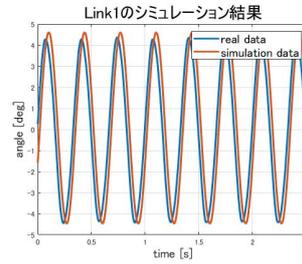


図 4 リンク 1 検証

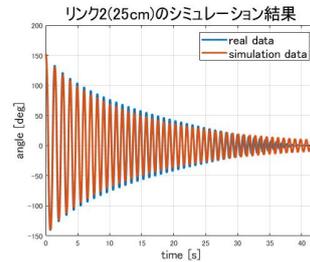


図 5 リンク 2 検証

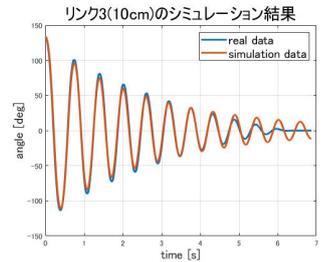


図 6 リンク 3 検証

5 DualPendubot の安定化制御

5.1 シミュレーション上での物理パラメータ

シミュレーションで使用した物理パラメータを以下の表 4 に示す。

なお粘性摩擦係数 b_1, b_2, b_3 については実験的にしか得ることができないため、ここでは古川氏、星野氏、野々氏の倒立振り子 [3] と磯村氏、野沢氏の Pendubot [2] で使用されていた値を参考にした

5.2 線形最適レギュレータの設計

DualPendubot の安定化制御を線形最適制御問題として、線形最適状態フィードバックによる安定化を目指す。線形最適状態フィードバックは、評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + u^T \mathbf{R} u) dt, \mathbf{Q} \geq 0, \mathbf{R} > 0 \quad (18)$$

表 4 DualPendubot の物理パラメータ

記号	値	記号	値
l_1	0.368[m]	J_1	$4.16 \times 10^{-2}[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
l_2	0.25[m]	J_2	$1.64 \times 10^{-3}[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
l_3	0.1[m]	J_3	$1.42 \times 10^{-3}[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
l_{c2}	0.17[m]	b_1	0.384[Nm · sec/rad]
l_{c3}	0.08[m]	b_2	$1.97 \times 10^{-4}[\text{Nm} \cdot \text{sec/rad}]$
m_1	0.27[kg]	b_3	$0.94 \times 10^{-4}[\text{Nm} \cdot \text{sec/rad}]$
m_2	0.087[kg]	R_a	2.13[Ω]
m_3	0.054[kg]	K_t	0.152[N · m/A]
g	9.8[m/s ²]	K_e	0.153[V · s/rad]
		n	4

を最小化するような線形最適入力 Riccati 方程式の解 P を用いて、

$$u = -Kx = -R^{-1}B^T Px \quad (19)$$

と得られる。評価関数 J の重み行列 Q と R は次のように選んだ。

$$Q = \text{diag}(0.5, 4, 2, 0.1, 0.1, 0.1), R = 10 \quad (20)$$

フィードバックゲイン K は次式のようになった。

$$K = [494.9, 293.3, -200.6, 79.1, 53.5, -22.7] \quad (21)$$

また、閉ループ系の固有値は以下のようになった。

$$\text{eig}(A - BK) = \begin{bmatrix} -13.2866 \\ -0.4184 \\ -8.4954 + 0.2283i \\ -8.4954 - 0.2283i \\ -5.4864 \\ -5.3864 \end{bmatrix} \quad (22)$$

5.3 非線形モデルでのシミュレーション

以下の図は 5.2 節で導出した制御器による非線形モデルのシミュレーション結果である。初期値は $x(0) = [0, 3, 6, 0, 0, 0]$ [deg] とした。

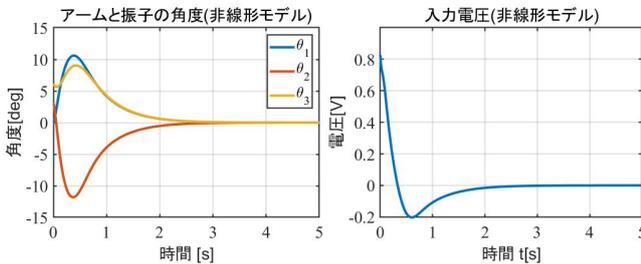


図 7 リンク 1,2,3 の角度のシミュレーション結果 図 8 電圧のシミュレーション結果

図 7, 図 8 を見るとリンク 1 とリンク 2 とリンク 3 の応答が定常状態で 0 に収束していることがわかる。よって、シミュレーション上においては DualPendubot の安定化に成功している。

6 安定化制御実験

DualPendubot の安定化制御を行う前に、振り子 1 本の状態で倒立することを確認する。そのために、振り子 1 本の状態で安定化制御を行った。その結果、倒立状態を維持することが可能であることを確認できたため、DualPendubot の安定化制御の実験に移る。

6.1 DualPendubot の安定化制御

DualPendubot の安定化制御実験を行った。実験結果を図 9 と図 10 に示す。

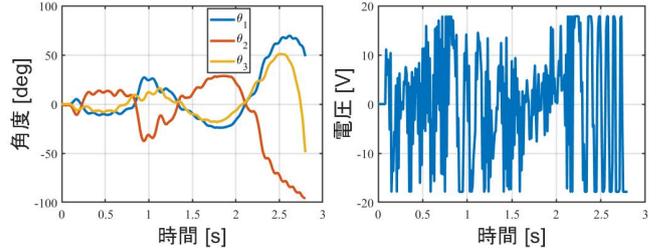


図 9 リンク 1,2,3 の角度の実験結果 図 10 電圧の実験結果

安定化制御を初めておよそ 2 秒程度は振り子の倒立状態を維持しているが、それ以降は振り子の動きにアームがついて行けず不安定化している。これは不感帯が 1.5[V]~2[V] ほどあり、低電圧時の制御が十分にできていないことが原因と考えられる。また、実験機に想定外のがたつきが見られたことも原因に挙げられる。

7 おわりに

本稿では DualPendubot の実験機の設計、製作、システムのモデル化、制御則設計、安定化実験について説明した。実機実験では、DualPendubot の倒立状態は数秒程度維持できたが、長時間安定することはなかった。そのため今回の研究目標である安定化制御は安定時間の面から十分にできていないと考える。安定化制御が達成できなかった主な原因としては、不感帯がかなり大きく低電圧時の制御が十分に出来ていなかったことが挙げられる。対策として不感帯があることを想定した制御器の設計やチューニング、オブザーバの実装等を考えている。

参考文献

- [1] 忻欣・兼田雅弘：『エネルギー制御法による劣駆動ロボットの振り上げ制御とその動きの解析：Acrobot の場合』。計測自動制御学会論文集，第 42 巻（2006），pp. 411–420
- [2] 磯村真也・野澤武：『Pendubot の製作と安定化制御』。南山大学，2020
- [3] 古川大輝・星野紘輝・野々雄斗：『回転型二重倒立振り子の製作と安定化制御』。南山大学，2019