地区の順位決定を利用した選抜高等学校野球大会の枠数決定法の提案

2018SS073 山田真由香
指導教員：小市俊悟

1 はじめに

甲子園で行われる春の選抜高等学校野球大会，夏の全国高等学校野球選手権大会は多くの人に注目されている大会であるが，春の大会には，代表校数の配分について，しばしば議論が起きている．本研究の目的は地区の強さに着目した春の選抜大会の代表校数の決定法を提案することである．過去の成績から地区の順位を決め，順位に基づいた枠数を決定する最適化問題を提案する．

2 順位決定問題

甲子園での対戦結果 [1] を地区ごとに集計し，地区間の勝利数の差から地区の順位を最適化問題により決定する．選抜大会では，北海道，東北，関東・東京，北信越，東海，近畿，中国・四国，九州の 8 つの地区に分けられる．地区とは別に 21 世紀枠があるが，それも一つの地区とし，計 9 つの地区の順位を決定する．

2.1 地区の勝ち負けデータ

地区の集合を A とし，試合が実際に行われた地区と地区のすべての組み合わせを G とする．各組み合わせ $g \in G$ について, 勝ち越し地区を $w_g \in A$, 負け越し地区を $l_g \in A$ と表す．また，勝ち越し地区 w_g の勝利数を s_{w_g}，負け越し地区 l_g の勝利数を s_{l_g} と表せば，$s_{w_g} \geq s_{l_g}$ である．ただし，G には勝利数が同じ場合も含み，その場合には双方の地区を勝ち越し地区とした 2 パターンを G に用意する．

2.2 順位決定問題の定式化

地区 i の順位を $x_i \in \{1, 2, \ldots, n\}$ で表し，これを決定することを主な目的とした最適化問題を定式化する．はじめに勝敗に基づく制約式を考える．

$$x_{w_g} - 3 \leq x_{l_g} \quad (g \in G) \tag{1}$$

勝ち越し地区より負け越し地区が順位が上になる場合，その順位差は 3 まで許容するという制約である．勝敗数を用いるため，三すくみのような状態が生じ得る．そこで，負け越し地区の方が順位が上になるようなことも許容する．また，1 位とする地区を h^* とするとき，

$$x_{h^*} = 1 \tag{2}$$

を制約式として加える．地区 A に対して，順位を一つ決定することは，1 位とする地区 h^* を始点として各地区をちょうど一回ずつ訪問するような訪問順を求めることと同等であるため，オペレーションズ・リサーチの既存研究の結果を活用する．訪問順を決めるには，各地区 i について，次に訪問する地区 j を決めれば良いから補助的な決定変数 y_{ij} を，

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{地区 } i \text{ から } j \text{ を訪問するとき}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (i, j \in A)$$

とし，さらに地区 i から j を訪問するとき，その訪問が 1 位の地区から数えて何番目の訪問であるかを表す $z_{ij} \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ を用意する．ただし，地区 i から j への訪問がないとき，$z_{ij} = 0$ とする．これらの y_{ij}, z_{ij} に課せられる制約式は下記である．

$$\sum_{j \in A \setminus \{i\}} y_{ij} = 1 \quad (i \in A) \tag{3}$$

$$\sum_{j \in A \setminus \{i\}} y_{ji} = 1 \quad (i \in A) \tag{4}$$

$$z_{ij} \leq n y_{ij} \quad (i, j \in A) \tag{5}$$

$$\sum_{j \in A \setminus \{i\}} z_{ij} = x_i \quad (i \in A) \tag{6}$$

$$\sum_{j \in A \setminus \{i\}} z_{ij} - \sum_{j \in A \setminus \{i\}} z_{ji} = 1 \quad (i \in A \setminus \{h^*\}) \tag{7}$$

$$\sum_{j \in A \setminus \{h^*\}} z_{jh^*} = n \tag{8}$$

これらの制約式の意味は次の通りである．
(3) 式: 地区 i に続いていずれかの地区 j を訪問するという制約.
(4) 式: いずれかの地区 j から地区 i が訪問されるという制約.
(5) 式: 訪問回数の上限は地区の数であり，地区 i から j への訪問がないとき，$z_{ij} = 0$ となるような制約.
(6) 式: 地区 i から出る訪問は，地区 i の順位と一致するという制約.
(7) 式: 1 位となり得る地区を除く地区 i から出る訪問は，地区 i を訪れる訪問に続く訪問であるから，その順番にはちょうど 1 だけの違いがあるという制約.
(8) 式: 1 位になり得る地区 h^* には，すべての地区を訪問して戻るので，その順番は地区の数 n と同じになるという制約.

以上の制約の下に，次を目的関数とし，最大化を目指す.

$$\sum_{g \in G} (s_{w_g} - s_{l_g})(x_{l_g} - x_{w_g})$$

2.3 計算結果

春夏合わせて 10 大会分について，出場校を地区ごとに分類し，地区対地区として，勝敗を集計した．地区の順位決定問題では 1 位の地区を事前に与える必要がある．これまでの成績から 1 位にふさわしいのは関東・東京，近畿の

2 地区に絞られるので，その 2 地区をそれぞれ 1 位として計算を行い，目的関数値がより大きくなる近畿を 1 位の地区とした．結果が次の表 1 である．

表 1　得られた地区の順位

地区	h^* を近畿にしたときの順位
北海道	7
東北	3
関東・東京	2
北信越	6
東海	5
近畿	1
中国・四国	8
九州	4
21 世紀枠	9

3　枠数決定問題

決定した地区の順位から選抜大会の枠数を決定する問題を考える．現在の記念大会を除く選抜大会での枠数は，北海道 1 枠，東北 2 枠，関東・東京 6 枠，北信越 2 枠，東海 2 枠，近畿 6 枠，中国・四国 5 枠，九州 4 枠，21 世紀枠 3 枠と神宮大会枠 1 枠の 32 枠である．枠の数を前年夏の参加校数 [3] で割った数を倍率とし，今回は順位と倍率から枠数を考えるため 21 世紀枠と神宮大会枠を除いた 8 地区 28 枠の新しい配分を考える．

3.1　枠数決定問題の定式化

地区の集合を $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$ とするが，地区 $i, j \in A$ が $i < j$ のとき，求めた地区の順位について，地区 i は j より順位が上であるとする．地区 i の参加校数を H_i，順位を r_i とし，倍率の最低値を α，最高値を β とする．また枠数の差の最大値を M とする．M は変数として用いる場合と，定数として用いる場合がある．これらを用いて枠数を決定する最適化問題を次のように定式化する．

地区 i の枠数を $x_i \in \mathbb{N}$ で表し，これを決定することを主な目的とした最適化問題を定式化する．求める枠数の合計は 28 になるので，

$$\sum_{i \in A} x_i = 28 \quad (i \in A) \tag{9}$$

が制約となる．次に倍率の最低値，最高値からの制約は以下である．

$$\alpha \leq \frac{x_i}{H_i} \leq \beta \quad (i \in A) \tag{10}$$

枠数の差の最大値を M とするために

$$|x_i - x_j| \leq M \quad (i, j \in A) \tag{11}$$

を制約式として加える．この制約式は容易に線形な制約式として表現できる．

目的関数を 2 つ考え計算を行った．一つ目は公平性を重視し，枠数の差の最大値 M を最小化するという目的関数，二つ目は地区の順位と枠数の積の和を最小化する $\sum_{i \in A} x_i r_i$ という目的関数である．一つ目の目的関数を使う場合，順位が高い地区は低い地区以上の枠数を与えるために

$$x_i \geq x_{i+1} \quad (i \in A \setminus \{8\}) \tag{12}$$

という制約式を加える．

3.2　計算結果

提案したどちらの最適化問題も $\alpha = 0.004$，$\beta = 0.012$ とし計算を行った．これらは現在の倍率を参考に設定した．二つ目の最適化問題では枠数の差 M を事前に決める必要がある．一つ目の最適化問題の結果と，二つ目の最適化問題の M を 3 から 6 の範囲で計算を行った結果が以下の表 2 である．

表 2　枠数決定問題で得られた枠数

地区 \ M	最小化	3	4	5	6
北海道	2	2	2	1	1
東北	3	3	3	3	3
関東・東京	6	5	6	6	7
北信越	3	2	2	2	2
東海	3	4	2	3	2
近畿	6	5	6	6	6
中国・四国	2	2	2	2	2
九州	3	5	5	5	5

一つ目の結果と二つ目の $M = 3$，$M = 4$ のときの結果はどの地区も似たような枠数となり，順位が枠数の大小に反映されていない印象がある．$M = 6$ のとき順位の高い近畿より低い関東・東京が倍率の影響で枠数が多くなる．$M = 5$ として求めた枠数が地区の順位と現実を考慮した妥当な枠数だと考える．

4　おわりに

本研究では地区の順位を決め，新しい枠数の提案を行った．地区ごとの強さを反映できたと考えるが，現実から極端に減る地区もあり，このまま実現することはやや難しい変更かもしれない．本研究で提案した順位の決定方法は高校野球だけでなく他のスポーツの大会にも適用が可能だと考える．

参考文献

[1] バーチャル高校野球大会アーカイブ（2021/07/20 アクセス）https://vk.sportsbull.jp/koshien/game/

[2]『選抜高校野球大会公式ガイドブック』．毎日新聞社出版，2016，2017，2018，2019，2021.

[3]『甲子園』．朝日新聞社出版，2015，2016，2017，2018，2019.