

# アクティブサスペンションを用いた物体の転倒防止

2018SC074 大野翔大 2018SC052 三浦大次郎

指導教員：陳幹

## 1 はじめに

自動車の安全や運転の際の快適性の向上のためにサスペンションが用いられている。サスペンションはバネやダンパによって振動を抑制する装置であり、バネとダンパのみで構成されたパッシブサスペンションと、バネとダンパに加えて制御入力加わるアクティブサスペンションがある。パッシブサスペンションが路面からの入力などによって受動的に動くのに対してアクティブサスペンションはサスペンションに制御入力加えることで車両の動きを積極的にコントロールできるため、サスペンションの振動を軽減させ、乗り心地と操縦安定性を向上させるという点では優れているとされている。これまでアクティブサスペンションを用いた多くの研究がなされており、多くの研究による技術の開発によってアクティブサスペンションの性能は年を重ねるごとに向上しており、これからのさらなる発展が予想される。

自動車を運転する際、載せた荷物が車体の振動によって転倒することは避けたい。本研究では、車体の上に載せた物体が転倒しないようにすることを目的として自動車のモデルを用いたアクティブサスペンションの制御を行う。1/2 車両のアクティブサスペンションに物体を載せたモデルを作成し、上に載せた物体が車体前方に傾く場合と上に載せた物体が車体後方に傾く場合のシミュレーションを行い、上に載せた物体を倒さないように制御する。作成したモデルについて運動方程式を作成し、作成したコントローラを用いて最適制御を行い、パッシブサスペンションと比較して物体の転倒を防止できていることを確認する。

## 2 モデル

本研究では簡略化するため、車体の上に載せた物体を長方形としてモデルを作成した。アクティブサスペンションの1/2 車両モデルを図1に、上に載せた物体が車体前方へ倒れる場合と車体後方へ倒れる場合のそれぞれの拡大図を図2、図3に示す。また、物理パラメーターを表??に示す。

図1より、上方向をx軸の正方向とする。1/2 車両モデルでの前輪の路面の変位を  $x_{0f}$  [m]、後輪の路面の変位を  $x_{0r}$  [m]、前輪の変位を  $x_{1f}$  [m]、後輪の変位を  $x_{1r}$  [m]、前車体の変位を  $x_{2f}$  [m]、後車体の変位を  $x_{2r}$  [m]、車体の重心の変位を  $x_2$  [m]、前輪の入力を  $F_f$  [N]、後輪の入力を  $F_r$  [N]、車体の傾きを  $\theta$  [rad]、車体の上に載せた物体の車体後方への傾きを  $\phi$  [rad]、車体の慣性モーメントを  $J_1$  [kgm<sup>2</sup>]、車体の載せた物体の慣性モーメントを  $J_2$  [kgm<sup>2</sup>]、車体に載せた物体の座標を  $G_M(x_M, y_M)$  とする。

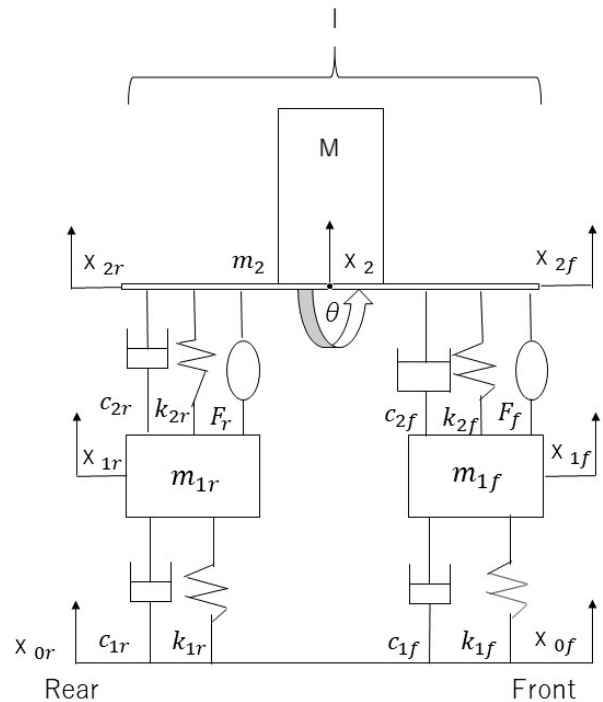


図1 1/2 車両モデル

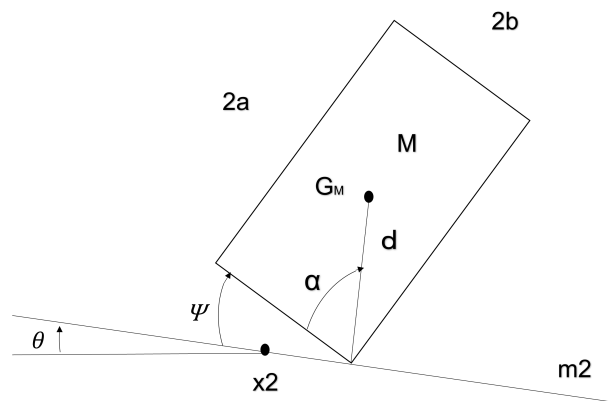


図2 車体に載せた物体が車体前方に傾いている場合の拡大図

## 3 運動方程式の導出

作成したモデルから運動方程式を作成する。以下では、車体に載せた物体が車体後方に傾く場合について記述する。

運動エネルギー T を以下に示す。

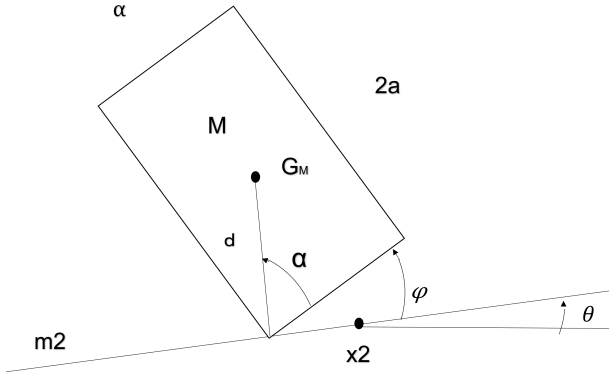


図3 車体に載せた物体が車体後方に傾いている場合の拡大図

表1 物理パラメーター

パラメーターの名前	値	単位
車体の質量	$m_{2f} = 2.5$	[kg]
前輪の質量	$m_{1f} = 1$	[kg]
後輪の質量	$m_{1r} = 1$	[kg]
車体に載せる物体の質量	$M = 1$	[kg]
前輪と前車体の間のバネ係数	$k_{2f} = 1000$	[N/m]
後輪と後車体の間のバネ係数	$k_{2r} = 1000$	[N/m]
路面と前輪の間のバネ係数	$k_{1f} = 2800$	[N/m]
路面と後輪の間のバネ係数	$k_{1r} = 2800$	[N/m]
路面と前輪の間のダンパ係数	$c_{1f} = 6$	[Ns/m]
路面と後輪の間のダンパ係数	$c_{1r} = 6$	[Ns/m]
前輪と前車の体間のダンパ係数	$c_{2f} = 8$	[Ns/m]
後輪と後車の体間のダンパ係数	$c_{2r} = 8$	[Ns/m]
重力加速度	$g = 9.8$	[Ns/m]
車体の横の長さ	$2l = 3$	[m]
車体に載せる物体の縦の長さ	$2a = 0.5$	[m]
車体に載せる物体の横の長さ	$2b = 0.1$	[m]

$$T = \frac{1}{2}M(\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_2(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + \frac{1}{2}m_{1f}\dot{x}_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_{1r}\dot{x}_{1r}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 \quad (1)$$

位置エネルギー U を以下に示す。

$$U = \frac{1}{2}k_{1f}(x_{1f} - x_{0f})^2 + m_{1f}gx_{1f} + \frac{1}{2}k_{1r}(x_{1r} - x_{0r})^2 + m_{1r}gx_{1r} + m_2gx_2 + \frac{1}{2}k_{2f}(x_{2f} - x_{1f})^2 + \frac{1}{2}k_{2r}(x_{2r} - x_{1r})^2 + Mgx_M \quad (2)$$

散逸エネルギー D を以下に示す。

$$D = \frac{1}{2}c_{1f}(\dot{x}_{1f} - \dot{x}_{0f})^2 + \frac{1}{2}c_{1r}(\dot{x}_{1r} - \dot{x}_{0r})^2 + \frac{1}{2}c_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f})^2 + \frac{1}{2}c_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r})^2 \quad (3)$$

ラグランジュ関数  $L = T - U$  を以下に示す。

$$L = \frac{1}{2}M(\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_2(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + \frac{1}{2}m_{1f}\dot{x}_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_{1r}\dot{x}_{1r}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 - \frac{1}{2}k_{1f}(x_{1f} - x_{0f})^2 - m_{1f}gx_{1f} + \frac{1}{2}k_{1r}(x_{1r} - x_{0r})^2 + m_{1r}gx_{1r} + m_2gx_2 - \frac{1}{2}k_{2f}(x_{2f} - x_{1f})^2 - \frac{1}{2}k_{2r}(x_{2r} - x_{1r})^2 + Mgx_M \quad (4)$$

$m_2$  の慣性モーメント  $J_1$ ,  $M$  の慣性モーメントを  $J_2$  を以下に示す。

$$J_1 = \frac{1}{3}m_2l^2 \quad (5)$$

$$J_2 = \frac{1}{3}M(a^2 + b^2) \quad (6)$$

$M$  の重心座標  $G_M$  を以下に示す。ただし、 $d = \sqrt{a^2 + b^2}$  とし、物体  $M$  の回転中心と重心  $G_M$  の角度を  $\alpha$  とする。

$$G_M(x_M, y_M) = (x_2 - b \sin \theta + \beta \sin(\alpha + \phi + \theta), b \cos \theta + d \cos(\alpha + \phi + \theta)) \quad (7)$$

車体の角度と車体に載せた物体転倒角度を十分小さいものとし、角度、角度の微分同士の積を 0,  $\sin \theta \simeq \theta$ ,  $\cos \theta \simeq 1$ ,  $\sin \phi \simeq \phi$ ,  $\cos \phi \simeq 1$  と近似して運動方程式を求めた。また、 $x_{2f} = x_2 + \sin \theta$ ,  $x_{2r} = x_2 - \sin \theta$  として計算を行った。求めたラグランジュの運動方程式を次に示す。

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{1f}} - \frac{\partial L}{\partial x_{1f}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{1f}} = c_{1f}(x_{1f} - x_{0f}) - c_{2f}(\dot{x}_2 + l\dot{\theta} - \dot{x}_{1f}) + k_{1f}(x_{1f} - x_{0f}) - k_{2f}(x_2 + l\theta - x_{1f}) + m_{1f}\dot{x}_{1f} = -F_f \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{1r}} - \frac{\partial L}{\partial x_{1r}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{1r}} = c_{1r}(x_{1r} - x_{0r}) - c_{2r}(\dot{x}_2 - l\dot{\theta} - \dot{x}_{1r}) + k_{1r}(x_{1r} - x_{0r}) - k_{2r}(x_2 - l\theta - x_{1r}) + m_{1r}\dot{x}_{1r} = -F_r \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} - \frac{\partial L}{\partial x_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_2} = Mb\ddot{\phi} + (M + m_2)\ddot{x}_2 + c_{2f}(\dot{x}_2 + l\dot{\theta} - \dot{x}_{1f}) + c_{2r}(\dot{x}_2 + l\dot{\theta} - \dot{x}_{1r}) + k_{2f}(x_2 + l\theta - x_{1f}) + k_{2r}(x_2 + l\theta - x_{1r}) = F_f + F_r \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} &= (J_1 + J_2 + Ma^2)\ddot{\theta} + (J_2 + Ma^2)\dot{\phi} \\
&+ c_{2f}l(\dot{x}_2 + l\dot{\theta} - \dot{x}_{1f}) - c_{2r}l(\dot{x}_2 + l\dot{\theta} - \dot{x}_{1r}) \\
&+ k_{2f}l(x_2 + l\theta - x_{1f}) - k_{2r}l(x_2 + l\theta - x_{1r}) \\
&= lF_f - lF_r
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\phi}} &= (J_2 + Ma^2)\ddot{\phi} \\
&+ (J_2 + Ma^2 + Mb^2)\ddot{\phi} + Mb\ddot{x}_2 = 0
\end{aligned} \tag{12}$$

求めたラグランジュの運動方程式を用いて状態方程式を作成した。状態変数を以下に示す。

$$x = [x_{1f} \ \dot{x}_{1f} \ x_{1r} \ \dot{x}_{1r} \ x_2 \ \dot{x}_2 \ \theta \ \dot{\theta} \ \phi \ \dot{\phi}]^T \tag{13}$$

状態方程式を以下に示す。入力  $u$  を  $u = [F_f \ F_r]^T$ ，外乱  $w$  を  $w = [x_{0f} \ \dot{x}_{0f} \ x_{0r} \ \dot{x}_{0r}]^T$ ，定数項を  $B_c$  とする。

$$E\dot{x} = Ax + B_u u + B_w w + B_c \tag{14}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{1f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{1r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M + m_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Mb \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Mb \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 + J_2 + Ma^2 & 0 & 0 & J_2 + Ma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 + Ma^2 & 0 & 0 & J_2 + M(a^2 + b^2) & 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{1f} - k_{2f} & -c_{1f} - c_{2f} & 0 & 0 & k_{2f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{1r} - k_{2r} & -c_{1r} - c_{2r} & k_{2r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{2f} & c_{2f} & k_{2f} & c_{2f} & -k_{2f} - k_{2r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{2f} & c_{2f} & -k_{2f}l & -c_{2f}l & -k_{2f}l + k_{2r}l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{2f} & k_{2f}l & c_{2f}l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{2r} & -k_{2r}l & -c_{2r}l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{2f} - c_{2r} & -k_{2f}l + k_{2r}l & -c_{2f}l + c_{2r}l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{2f}l + c_{2r}l & -k_{2f}l^2 - k_{2r}l^2 + Mga & -c_{2f}l^2 - c_{2r}l^2 & Mga & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Mga & 0 & 0 & Mga \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ l & -l \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{1f} & c_{1f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{1r} & c_{1r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -Mgb \end{bmatrix} \tag{19}$$

#### 4 制御器設計

扱うモデルについて，実際に車体の上に載せた物体にセンサーを取り付け物体の傾きの角度を得ることは難しい。そのため，本研究では車体の上に載せた物体が車体と一体化して傾かないモデルで制御器を設計した。最適制御では  $Q$ ， $R$  を重み行列とし，評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \tag{20}$$

を最小にするフィードバックゲイン  $K$  を定める [1]。このとき  $K$  は次である [2]。

$$K = -R^{-1} B_u^T P \tag{21}$$

また， $P$  は以下のリッカチ方程式の正定対称解である。

$$PA + A^T P - P B_u R^{-1} B_u^T P + Q = 0 \tag{22}$$

本研究では  $Q$  を  $8 \times 8$  の単位行列， $R$  を  $2 \times 2$  の単位行列として求めた  $K$  の 9 列目と 10 列目に 0 を加えた

$$K = \begin{bmatrix} -0.54399540 & -0.01434381 & 0.26178461 & -0.01151676 & 0 & 0 \\ 0.26178461 & -0.01151676 & -0.54399540 & -0.01434381 & 0 & 0 \\ 0.00025000 & 0.05319509 & 0.00016667 & 0.04399698 & 0 & 0 \\ 0.00025000 & 0.05319509 & -0.00016667 & -0.04399698 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

をフィードバックゲイン  $K$  とした。

## 5 シミュレーション

導出した状態空間表現を用いて車体の上に載せた物体が車体後方に傾く場合と車体前方に傾く場合についてそれぞれシミュレーションを行う。自動車の速さを 30[km/h], 近似の刻み幅を 0.001[s] として行った。外乱は段差を上り一秒後に段差を降りるものとする。物体が車体後方に傾く場合のシミュレーションにおいては外乱を 0.1[m] の段差とし, 物体が車体前方に傾く場合のシミュレーションにおいては外乱を 0.0725[m] の段差とした。また, 車速を  $V$ [km/h] として前輪と後輪の路面の外乱が入る時間差  $\tau$ [s] を  $\tau = \frac{2l}{1000V/3600}$  とする。車体後方に傾く場合のパッシブサスペンションのシミュレーションの結果を図 4, 制御入力を加えたシミュレーションの結果を図 5 に示す。また, 車体前方に傾く場合のパッシブサスペンションのシミュレーションの結果を図 6, 制御入力を加えたシミュレーションの結果を図 7 に示す。

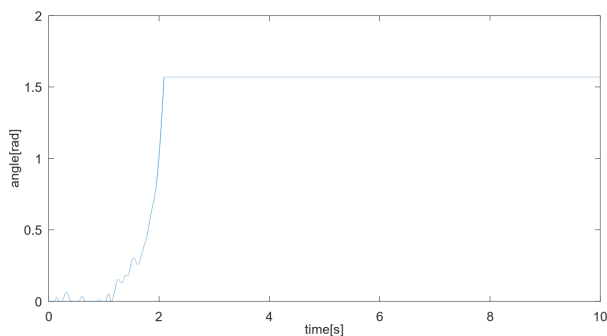


図 4 後方傾きの場合のパッシブサスペンションにおける物体の転倒角度

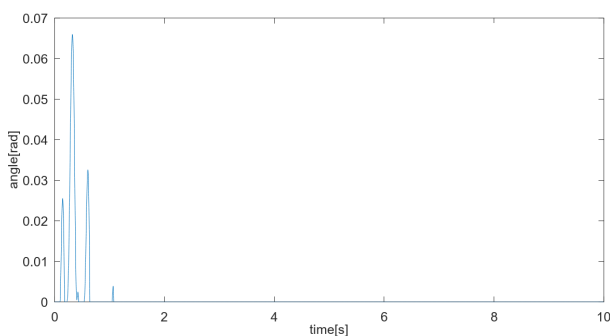


図 5 後方傾きの場合の制御を加えた際の物体の転倒角度

図 4, 図 5 より制御入力を加えないと車体に載せた物体が転倒するような外乱を与えたときに, 制御入力を加えることで車体後方への転倒を防止できていることが確認できる。また同様に図 6, 図 7 より制御入力を加えないと車体に載せた物体が転倒するような外乱を与えたときに, 制御入力を加えることで車体前方への転倒を防止できていることが確認できる。

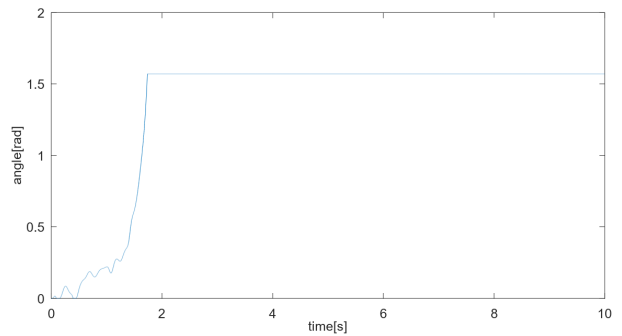


図 6 前方傾きの場合のパッシブサスペンションにおける物体の転倒角度

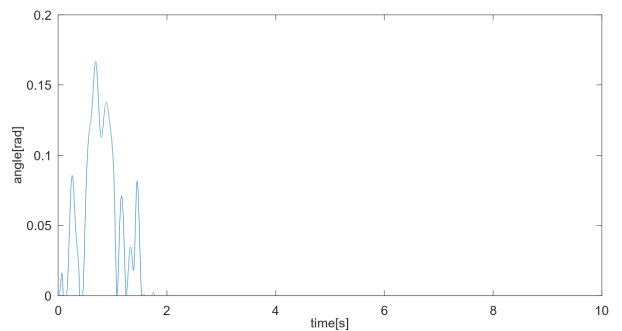


図 7 前方傾きの場合の制御を加えた際の物体の転倒角度

## 6 おわりに

本研究では, 1/2 車両モデルの車体の上に物体を載せ, 上に載せた物体を転倒させないように制御することを目的とした。車体に載せた物体の傾きについてはフィードバックせず制御を行ったが, 制御入力を加えない場合と比べて物体の転倒を防止することができることが確認できた。今後の課題としては物体が車体の前方と後方どちらにも倒れる場合のシミュレーションを行い, より実用的なシミュレーションを行うことが挙げられる。

### 参考文献

- [1] 河合一輝: “アクティブサスペンションの最適制御”, 南山大学情報理工学部卒業論文, 2015.
- [2] 川田昌克: “MATLAB/Simulink による現代制御入門”, 森北出版, 2011.