

二輪車の姿勢安定化

2015SC011 文田瑠珂

指導教員：陳幹

1 はじめに

近年、二輪車を使う需要が増えている。一方で、二輪車による事故での致死率は自動車に比べて高く、横転をなくす制御が普及すれば事故が減ると考えた。1971年にはSharpが二輪車について4自由度モデルの操舵角、横滑り角、ヨー角、キャンバ角を用いて直進安定性を解析した^[1]。近年でも二輪車の研究が進んでいる。2012年には本多がLEGO Mindstormsを使い、線形モデルで表現をして、実験機を使って安定化させている^[2]。2018年にはYAMAHAが後輪を操作することで二輪車の安定化を実現している^[3]。今回の研究では倒立振子を応用して、ハンドルでの制御ではなく、人の後ろの位置にアームをつけ、アームの重心移動によって安定化を目指す倒立振子の二輪車のモデルを示す。

2 モデリング

図1はアームを制御するDCモータをつけた二輪車を横から見た図である。また、図2は後ろから見た二輪車の図である。 θ_1 は車体の傾斜角、 θ_2 はアームの角度、 θ_3 は人の角度である。本研究で用いる物理パラメータを表1に表す。

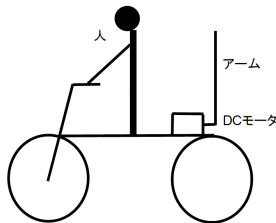


図1 横から見た二輪車

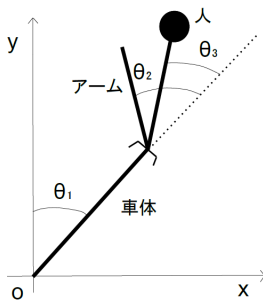


図2 後ろから見た二輪車

文献[4]を参考にして、ラグランジュの運動方程式により、二輪車の運動方程式を導出する。車体 m_1 の運動エネ

表1 モデルのパラメータ

重力加速度 [m/sec ²]	$g = 9.81$
車体質量 [kg]	$m_1 = 30$
アームの質量 [kg]	$m_2 = 20$
人の質量 [kg]	$m_3 = 50$
車体の重心の高さ [m]	$l_g = 0.6$
地面からモータ回転軸までの長さ [m]	$l = 0.7$
アームの先端から重心までの長さ [m]	$L_g = 0.5$
車体から人の重心までの長さ [m]	$h_g = 0.6$
車体の慣性モーメント [kgm ²]	$I_1 = 3.6$
アームの慣性モーメント [kgm ²]	$I_2 = 1.7$
人の慣性モーメント [kgm ²]	$I_3 = 6.0$
DCモータ抵抗 [Ω]	$R_m = 3.0$
DCモータトルク定数 [Nm/A]	$K_t = 30$
DCモータの逆起電力定数 [Vsec/rac]	$K_b = 30$
車体とDCモータ間の摩擦係数	$f_m = 0.02$

ルギー K_1 、位置エネルギー U_1 は次式となる。

$$K_1 = \frac{1}{2}(I_1 + m_1 l_g^2) \dot{\theta}_1^2 \quad (1)$$

$$U_1 = m_1 l_g g \cos \theta_1 \quad (2)$$

アーム m_2 の運動エネルギー K_2 、位置エネルギー U_2 は次式となる。

$$K_2 = \frac{1}{2} \{ I_2 + m_2 (l^2 + L_g^2) + 2m_2 l L_g \cos \theta_2 \} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (I_2 + m_2 L_g^2) \dot{\theta}_2^2 + \{ I_2 + m_2 (L_g^2 + l L_g \cos \theta_2) \} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \quad (3)$$

$$U_2 = m_2 l \cos \theta_1 + m_2 L_g g \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (4)$$

人 m_3 の運動エネルギー K_3 、位置エネルギー U_3 は次式となる。

$$K_3 = \frac{1}{2} \{ I_3 + m_3 (l^2 + h_g^2) + 2m_3 l h_g \cos \theta_3 \} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (I_3 + m_3 h_g^2) \dot{\theta}_3^2 + \{ I_3 + m_3 (h_g^2 + l h_g \cos \theta_3) \} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \quad (5)$$

$$U_3 = m_3 l \cos \theta_1 + m_3 h_g g \cos(\theta_1 - \theta_3) \quad (6)$$

ラグランジュアン \mathcal{L} は次式となる.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= K - U \\ &= \frac{1}{2} \{ I_1 + I_2 + I_3 + m_1 l_g^2 + m_2 (l^2 + L_g^2) + m_3 (l^2 + h_g^2) \\ &\quad + 2m_2 l L_g \cos \theta_2 + 2m_3 l h_g \cos \theta_3 \} \dot{\theta}_1^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (I_2 + m_2 L_g^2) \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} (I_3 + m_3 h_g^2) \dot{\theta}_3^2 \\ &\quad + \{ I_2 + m_2 (L_g^2 + l L_g \cos \theta_2) \} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ &\quad + \{ I_3 + m_3 (h_g^2 + l h_g \cos \theta_3) \} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \\ &\quad - (m_1 l_g + m_2 l + m_3 l) g \cos \theta_1 \\ &\quad - m_2 L_g g \cos(\theta_1 - \theta_2) - m_3 h_g g \cos(\theta_1 - \theta_3) \end{aligned} \quad (7)$$

文献 [5][6] を参考にして, (7) より車体 m_1 とアーム m_2 と人 m_3 のラグランジュの運動方程式は次式となる. また W は人が車体の角度に戻る力である.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_1} &= \{ I_1 + I_2 + I_3 + m_1 l_g^2 + m_2 (l^2 + L_g^2) + m_3 (l^2 + h_g^2) \\ &\quad + 2m_2 l L_g \cos \theta_2 + 2m_3 l h_g \cos \theta_3 \} \ddot{\theta}_1 \\ &\quad + \{ I_2 + m_2 (L_g^2 + l L_g \cos \theta_2) \} \ddot{\theta}_2 \\ &\quad + \{ I_3 + m_3 (h_g^2 + l h_g \cos \theta_3) \} \ddot{\theta}_3 \\ &\quad - (2m_2 l L_g \sin \theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - (2m_3 l h_g \sin \theta_3) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \\ &\quad - (m_2 L_g \sin \theta_2) \dot{\theta}_2^2 - (m_3 l h_g \sin \theta_3) \dot{\theta}_3^2 \\ &\quad - (m_1 l_g + m_2 l + m_3 l) g \sin \theta_1 - m_2 L_g g \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ &\quad - m_3 h_g g \sin(\theta_1 - \theta_3) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_2} &= \{ I_2 + m_2 (L_g^2 + l L_g \cos \theta_2) \} \ddot{\theta}_1 + (I_2 + m_2 L_g^2) \ddot{\theta}_2 \\ &\quad - (m_2 l L_g \sin \theta_2) \dot{\theta}_1^2 - m_2 L_g g \sin(\theta_1 - \theta_2) = \tau \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_3} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_3} &= \{ I_3 + m_3 (h_g^2 + l h_g \cos \theta_3) \} \ddot{\theta}_1 + (I_3 + m_3 h_g^2) \ddot{\theta}_3 \\ &\quad - (m_3 l h_g \sin \theta_3) \dot{\theta}_1^2 - m_3 h_g g \sin(\theta_1 - \theta_3) = W \end{aligned} \quad (10)$$

ラグランジュの運動方程式を線形化し, 運動方程式を求める. また, 車体の傾き, アームの角度, 人の角度が十分に小さいとし, 角度, 角度の微分同士の積を 0, $\theta_1 = \theta$, $\sin \theta \rightarrow \theta$, $\cos \theta \rightarrow 1$, $\theta_2 = \psi$, $\sin \psi \rightarrow \psi$, $\cos \psi \rightarrow 1$, $\theta_3 = \phi$, $\sin \phi \rightarrow \phi$, $\cos \phi \rightarrow 1$, $W = -K\phi - d\dot{\phi}$ とし, それぞれの極限をとる. K と d は人が車体の角度に戻る力の定数である. また文献 [2] より, DC モータへの入力 u とアームへの入力トルク τ の間には, 次式の関係がある.

$$\tau = \frac{K_t}{R_m} u - \left(\frac{K_t K_b}{R_m} + f_m \right) \dot{\psi} \quad (11)$$

状態変数 $x_p(t)$ を $x_p(t) = (\theta, \psi, \phi, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{\phi})^T$ とする.

3 シミュレーション

以上の結果を用いてシミュレーションをする. 車体が $0.5[\text{rad}]$, 人が $0.2[\text{rad}]$ 傾いている状態でルンゲ=クッタ法を用いてシミュレーションをした. アームの操作により, 車体と人を安定化させることを目標にした. 図 3 に車体の傾き θ , アームの角度 ψ , 人の角度 ϕ のシミュレーション結果を表す. 図 3 より $0[\text{rad}]$ に近づいていき, 安定していることが分かる.

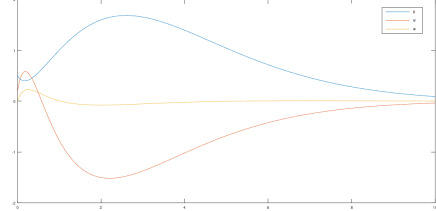


図 3 θ, ψ, ϕ のシミュレーション

4 おわりに

本研究では, 静止時におけるアームの操作により, 二輪車と人の安定化を数式で解き, シミュレーションをした. 車体, アーム, 人の 3 つの剛体を用いて, 実際の形に近づけて研究をした. アームの操作による車体と人が倒れることを阻止することを考え, 実際の場合でも使われれば転倒による事故が減るのではないかとと思われる.

参考文献

- [1] R.S.Sharp: The Stability and Control of Motorcycles Journal Mechanical Engineering Science, Vol. 13, No. 5, pp.316-329, 1971
- [2] 本多淳也: LEGO Mindstorms を用いたゲインスケジューリング制御による自律走行 2 輪型マイクロロボットの姿勢安定化, 南山大学大学院 数理情報研究科 修士論文, 2012
- [3] 土屋光生, 辻井栄一郎, 寺山敬, 鶴見尚: 自動二輪自立制御機構の研究, YAMAHA 技術論文, No. 54, pp.114-120, 2018
- [4] Mark W.Spong: Swing Up Control of the Acrobot Using Partial Feedback Linearization, IFAC Symposium on Robot Control September 19-21, pp.833-888, 1994
- [5] Takamasa Horibe, Noboru Sakamoto: Nonlinear Optimal Control for Swing Up and Stabilization of the Acrobot via Stable Manifold Approach: Theory and Experiment, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 27, No. 6, pp.2374-2387, 2019
- [6] 南澤権, 美多勉, Ioannis Pantelidis, 山北昌毅: アクロボットの振り上げ倒立制御と特異点問題, 日本ロボット学会誌 Vol. 20, No. 1, pp.85-88, 2002