

# ポアソン過程に基づく大地震の統計解析

2017SS027 加納真生

指導教員：白石高章

## 1 はじめに

中間発表では、北海道胆振東部地震、大阪府北部地震、熊本地震では違いを見つけることができなかった。そこで、震源地からの距離を変え、北海道胆振東部地震、大阪府北部地震、熊本地震、の3つの地震データを収集し、そのデータより、大地震が起こった年と前で発生した地震回数に違いがあるか検証した。

## 2 データについて

本研究では国土交通省気象庁 [1] より地震のデータを収集し、地球上の2地点間の距離計算 [2] より、震源地から60km 圏内のデータを用いた。

データの詳細として、はじめに北海道胆振東部地震、大阪府北部地震、熊本地震について、震源地から60km 圏内で1年前、10年前、20年前に起こった地震データを震度別に収集した。

次に各地震の1年前、10年前、20年前に起こった地震データを比較し、その特徴を挙げた。

分析した結果として、北海道胆振東部地震、大阪府北部地震、熊本地震全てで言えることは、地震が発生した年と20年前の地震発生回数を比較すると、増加していることである。

## 3 各地震

北海道胆振東部地震、大阪府北部地震、熊本地震、について調べた。

熊本地震は、2016年4月14日と4月16日に起こっているがここでは、4月14日の地震を熊本地震とする。

観測データとして気象庁のサイトから北海道胆振東部地震、大阪府北部地震、熊本地震における震源地から60km 圏内で1年前、10年前、20年前に発生した地震を収集し、以下の表1、表2、表3に示す。ただし、表1、表2は震度4以上は存在しない。表3は震度5弱以上は存在しない。

表1 北海道胆振東部地震での観測回数

期間\震度	震度1	震度2	震度3	震度4
1年前	21	5	2	1
10年前	8	7	0	0
20年前	2	2	0	0

表2 大阪府北部での観測回数

期間\震度	震度1	震度2	震度3	震度4
1年前	40	17	2	0
10年前	59	15	7	1
20年前	29	9	6	0

表3 熊本地震での観測回数

期間\震度	震度1	震度2	震度3	震度4	震度5弱
1年前	35	10	3	1	0
10年前	16	3	0	0	1
20年前	13	10	0	0	0

## 4 地震のデータ解析

### 4.1 データ解析

$i = 1, 2, 3$  に対して、第  $i$  群の第  $j$  日に起きた地震の回数を  $X_{ij}$  とする。このとき  $X_{ij}$  はポアソン分布に従い、

$$P(X_{ij} = x) = \frac{(\mu_i)^x}{x!} e^{-\mu_i}, \quad E(X_{ij}) = \mu_i$$

である。

$$W_i \equiv X_{i1} + \dots + X_{in_i}$$

$$G_i \equiv \left\{ \begin{array}{l} \frac{\chi_{2W_i}^2(\{1 + (1 - \alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2)}{2n_i} < \mu_i < \\ \frac{\chi_{2(W_i+1)}^2(\{1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2)}{2n_i} \end{array} \right\} \quad (i = 1, 2, 3)$$

とする。このとき、白石 [3] より、

$$(条件1) \quad e^{-n_i \mu_i} \leq \{1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2 \quad (i = 1, 2, 3)$$

の下で  $G_1, G_2, G_3$  は、

$$P(\mu_1 \in G_1, \mu_2 \in G_2, \mu_3 \in G_3) \geq 1 - \alpha$$

を満たし、 $G_1, G_2, G_3$  は  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  に関する信頼区間  $1 - \alpha$  の同時信頼区間である。この区間が交わらなければ  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  が異なると判定する。ただし、 $\chi_n^2$  は自由度  $n$  のカイ二乗分布を表す。

### 4.2 各地震データ

各地震において有意水準  $\alpha = 0.05$  として解析を行う。北海道胆振東部地震を表4として以下に示す。

表4 北海道胆振東部地震のデータ

群	期間	日数	回数
1	2017年9月6日から2018年9月6日	365	29
2	2007年9月6日から2008年9月6日	365	15
3	1997年9月6日から1998年9月6日	365	4

$n_1 = 365, n_2 = 365, n_3 = 365, W_1 = 29, W_2 = 15, W_3 = 4$  を当てはめる。

$$\{1 + (1 - \alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2 = 0.9915,$$

$$\{1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2 = 0.0085,$$

であるので、 $n_1 \hat{\mu}_1 = 29, n_2 \hat{\mu}_2 = 15, n_3 \hat{\mu}_3 = 4$

$$\max\{e^{-n_1 \hat{\mu}_1}, e^{-n_2 \hat{\mu}_2}, e^{-n_3 \hat{\mu}_3}\} = 0.0183 > 0.0085$$

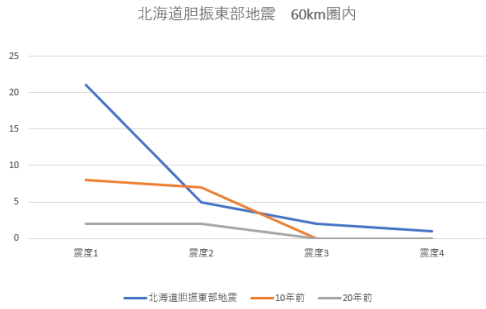


図1 北海道胆振東部地震

となり、信頼区間を与える(条件1)を満たさない。

$$\begin{aligned} 2W_1 &= 58, & 2(W_1 + 1) &= 60, \\ 2W_2 &= 30, & 2(W_2 + 1) &= 32, \\ 2W_3 &= 8, & 2(W_3 + 1) &= 10 \end{aligned}$$

それぞれ当てはめて、Excelによりカイ二乗分布の上側100 $\alpha$ %点を求めると、

$$\begin{aligned} \chi_{58}^2(0.9915) &= 35.45, & \chi_{60}^2(0.0085) &= 89.24, \\ \chi_{30}^2(0.9915) &= 14.67, & \chi_{32}^2(0.0085) &= 54.16, \\ \chi_8^2(0.9915) &= 1.57, & \chi_{10}^2(0.0085) &= 23.68 \end{aligned}$$

を得る。よって、 $n_1 = 365$ ,  $n_2 = 365$ ,  $n_3 = 365$ より、信頼係数0.95の同時信頼区間は、

$$\begin{aligned} 0.116 < \mu_1 < 0.219, & 0.17 < \mu_2 < 0.291, \\ 0.081 < \mu_3 < 0.171 \end{aligned}$$

次に、大阪府北部地震を表5として以下に示す。

表5 大阪府北部地震のデータ

群	期間	日数	回数
1	2017年6月18日から2018年6月18日	365	59
2	2007年6月18日から2008年6月18日	365	82
3	1997年6月18日から1998年6月18日	365	44

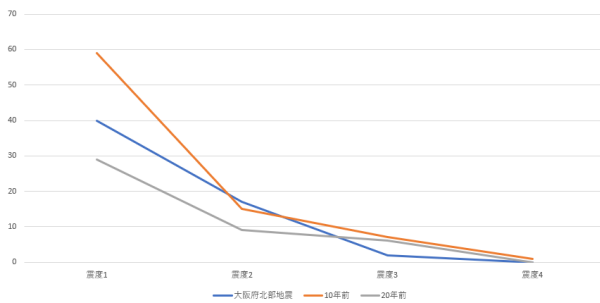


図2 大阪府北部地震(60km)地震

$$n_1 = 365, n_2 = 365, n_3 = 365, W_1 = 59, W_2 =$$

82,  $W_3 = 44$ を当てはめる。

$$\{1 + (1 - \alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2 = 0.9915,$$

$$\{1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2 = 0.0085,$$

$$n_1 \hat{\mu}_1 = 59, n_2 \hat{\mu}_2 = 82, n_3 \hat{\mu}_3 = 44$$

なので、

$$\begin{aligned} \max\{e^{-n_1 \hat{\mu}_1}, e^{-n_2 \hat{\mu}_2}, e^{-n_3 \hat{\mu}_3}\} &= 7.8 \times 10^{-20} \\ &< 0.0085 \end{aligned}$$

となり、信頼区間を与える(条件1)を満たす。

$$2W_1 = 118, \quad 2(W_1 + 1) = 120,$$

$$2W_2 = 164, \quad 2(W_2 + 1) = 166,$$

$$2W_3 = 88, \quad 2(W_3 + 1) = 90$$

それぞれ当てはめて、Excelによりカイ二乗分布の上側100 $\alpha$ %点を求めると、

$$\begin{aligned} \chi_{118}^2(0.9915) &= 84.48, & \chi_{120}^2(0.0085) &= 160.08, \\ \chi_{164}^2(0.9915) &= 123.91, & \chi_{166}^2(0.0085) &= 212.6, \\ \chi_{88}^2(0.9915) &= 59.49, & \chi_{90}^2(0.0085) &= 125.12 \end{aligned}$$

を得る。よって、 $n_1 = 365$ ,  $n_2 = 365$ ,  $n_3 = 365$ より、信頼係数0.95の同時信頼区間は、

$$\begin{aligned} 0.116 < \mu_1 < 0.219, & 0.17 < \mu_2 < 0.291, \\ 0.081 < \mu_3 < 0.171 \end{aligned}$$

となり、 $\mu_1$ と $\mu_2$ ,  $\mu_1$ と $\mu_3$ の信頼区間は重なりがあるため異常は見られなかった。

同様に、熊本地震の信頼区間を計算すると、

熊本地震

$$0.093 < \mu_1 < 0.184, 0.03 < \mu_2 < 0.092,$$

$$0.036 < \mu_3 < 0.102$$

となる。

熊本地震では、 $\mu_1$ と $\mu_2$ の信頼区間には交わりがないため異常な回数発生している、 $\mu_1$ と $\mu_3$ の信頼区間は重なりがあるため異常は見られなかった。

## 5 おわりに

これより海溝型地震(三陸沖地震)の方が内陸型地震(北海道胆振東部地震, 大阪府北部地震, 熊本地震)と比べ、違いが現れることがわかった。

## 参考文献

- [1] 国土交通省気象庁：  
<http://www.data.jma.go.jp/svd/eqdb/data/shindo/>  
2020年9月25日 閲覧
- [2] 地球上の2点間の距離計算：  
<https://keisan.casio.jp/exec/system/1257670779>  
2020年9月25日 閲覧
- [3] 白石高章：『多群の2項モデルとポアソンモデルにおけるすべてのパラメーターの多重比較法』．日本統計学誌，第42巻，第1号，55～90頁，2012年．