

身の回りの事象を用いた数学科の授業構想

— 中学校数学を中心として —

2017SS010 日沖明音

指導教員：佐々木克巳

1 はじめに

本研究の目的は、身の回りの事象を用いた数学的活動を通して、生徒が数学を身近に感じられる授業を構想することである。具体的には、複数の文献から、身の回りの事象を用いた授業例や題材を集め、その情報をもとに、指導上の留意点、予想される生徒の反応、応用問題、関連問題などを追加した授業構想を行う。

本研究では、以下の7つの身の回りの事象を用いた数学科の授業構想について考察した。括弧の中に対応する学習指導要領[2]の内容を示している。

例 1: リレーの効果的なバトンパス(第3学年「関数 $y=ax^2$ 」)

例 2: 街灯と影の長さの関係(第3学年「図形の相似」)

例 3: ボールや缶ジュースの箱詰め、ドミノ倒し(第3学年「三平方の定理」)

例 4: ピザ(第3学年「図形の相似」)

例 5: 海苔巻きや巻きの巻き方、陸上のトラック(第2学年「文字を用いた式」)

例 6: 車のサイドミラー(第1学年「平面図形」)

例 7: ソフトボールのグラウンド(第1学年「平面図形」)

また、この授業構想では、基本的に

- ・身の回りの事象を用いた問題
- ・応用問題
- ・関連する問題

を順に扱う授業を想定している。

本稿では、例 6 を示す。

2 授業構想の例

この節では、第1学年「平面図形」における、車のサイドミラーを題材とした授業構想の例を挙げる。この例では、

- (1) ねらい
- (2) 対象とする問題
- (3) 解の導き方
- (4) 指導上の留意点
- (5) 応用問題の考察

の5項目に分けて授業構想を示す。(2)では、身の回りの事象を用いた問題を示し、(1)ではその問題のねらいを示す。(3)は(2)の導き方を示すが、この導き方にそって授業を進めることを想定している。(4)では、その進め方にそって、(2)の問題の指導上の留意点や予想される生徒の反応を述べる。(5)では、(2)の問題の理解を進めるための応用問題を2つ示し、必要に応じて、その解や指導上の留意点なども述べる。

ここで、(2)の問題と(5)の応用問題の1つ(応用問題1)は[1]から抽出したものである。本研究では、それらの解と(4)を[1]にしたがって記述し、(5)の2つ目の応用問題(応用問題2)を追加した。

(1) ねらい: 作図により、課題を解決することができる。

(2) 対象とする問題: 車(長方形)と車の左側にサイドミラー、車内に運転手(点 P)と車外に A さん(点 A)を図1(左)に示す。運転手(P さん)が左側のサイドミラーを見たときに、A さんは映っているかどうか。また、運転手の位置から左側のサイドミラーを見たときに、サイドミラーに映って見える範囲を作図しなさい。

(3) 解の導き方: 図1(右)のようにサイドミラーの両端を X、Y とし、サイドミラーを線分 XY とみなす。

(前半) A さんがサイドミラーに映るかどうかは、図1(右)のように2直線 PX と PY の間に、直線 XY を対象の軸として点 A と線対称の位置にある点 A' があるかどうかで判断できる。図1(右)のとおり、A' はその間にないので、A は鏡に映らないことが分かる。

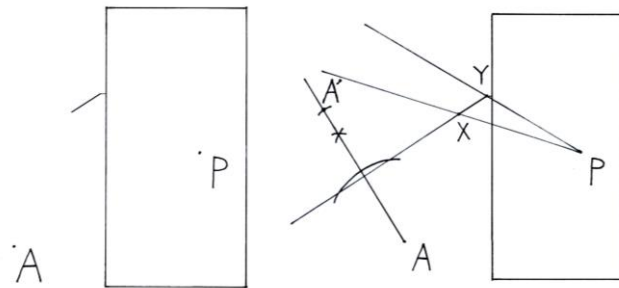


図1: 対象とする問題(左)と(前半)の解答例(右)

(後半) 図2(左)のように、直線 XY を対称の軸として2直線 PX と PY と線対称な2直線を引く。求める範囲は線対称に引いた2直線と線分 XY を境界とする部分(図2(左)の斜線部)である。

(4) 指導上の留意点:

・数学だけでなく、理科(中学校第1学年)での光の性質の学習と関連付けて考えるよう促す。ここでは、入射角と反射角が等しいことが理解できるよう促す。

・解の導き方にある(後半)の解は、図1(右)を利用した(前半)の結果を利用しているが、それを利用しない別解もある。

(後半)の別解。図2(右)のように、直線 XY の、X を通る垂線 l と Y を通る垂線 m を引く。垂線 l を対称の軸として直線 PX と線対称な直線を引く。同様に垂線 m を対称の軸として直線 PY と線対称な直線を引く。求める範囲は線対称に引いた2直線と線分 XY を境界とする部分(図2(右)の斜線部)である。

・上の(後半)の別解を利用すると、図2(右)の斜線部に

A がないことから、(前半)の解を導くことができる。すなわち、この問題には、
 一図1(右)から(前半)の解を導き、図2(左)から(後半)の解を導く方法
 一図2(右)から(後半)の解を導き、図2(右)の斜線部に A がないことから(前半)の解を導く方法
 の2つの解法がある。ただし、入射角と反射角が等しい性質を直接用いたのは図2(右)の作図方法である。

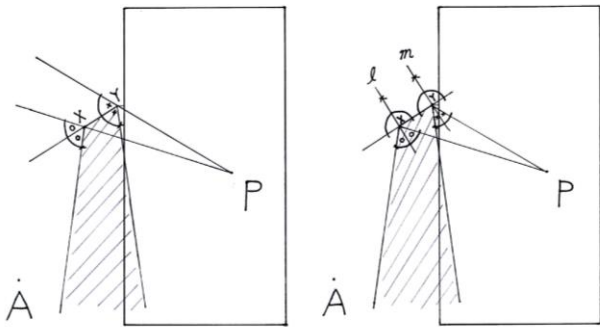


図2:(後半)の解答例1(左)と解答例2(右)

(5)応用問題の考察:対象とする問題では A さんがサイドミラーに映らなかったことをふまえて次の応用問題1を、また、右のサイドミラーへの映り方をふまえて次の応用問題2を考える。

応用問題1. A さんをサイドミラーに映すためにはどうすればよいでしょうか。

- ・予想される生徒の反応は以下のとおりである。
- 一鏡を大きくする。
- 一鏡の角度を変える。
- 一鏡を曲面にする。
- ・ここでは、サイドミラーの鏡面を曲面にしたときの、鏡に映って見える範囲について作図する。ただし、曲面を平面で切ったときの切り口は円弧であるとする。サイドミラーの曲面が弧の一部となるような円を図3(左)に示す。
- ・サイドミラーの両端を X, Y とし、X, Y を通る円の中心 O を定める。2直線 OX と OY を対称の軸とし、図2(右)と同様の作図方法で作図した解答例を図3(右)に示す。
- ・O は線分 XY の垂直二等分線上(で XY に対して P と反対側)にあればよく、複数の選び方がある。図3(左)はその1つの選び方であり、その選び方では A は映るが、O を X, Y から離していくとどこかで映らなくなる。
- ・実際にサイドミラーやカーブミラーなど曲面になっている鏡があることを示し、曲面にすることで視野が広がることを実感させる。ただし、曲面に映る像はゆがんで見えることに気付くよう促す。

応用問題2. 図4(左)では、図の左側のサイドミラーは図1(左)と同じ位置にあり、右側のサイドミラーは、左側のサイドミラーと線対称の位置にあります。このとき、車内の運転手(P さん)が右側のサイドミラーを見たときに映って見える範囲を作図しなさい。なお、対称の軸は、左右のサイドミラーと車をつなぐ2点を結ぶ線分の垂直二等分線である。

・図2(左)と同様の作図方法で作図した解答例を図4(右)に示す(図2(右)の作図方法でも作図できる)。サイドミラーに映る範囲を作図し、右側と左側の見え方について考える。左側のサイドミラーに映る範囲は、右側のサイドミラーと比べて車体部分を多く含んでおり、本来のサイドミラーの役割を果たせていないことが分かる。このことから、実際に車には死角があることや、車のサイドミラーは左右対称ではないことを伝え、より身近な問題だと実感できるようにする。

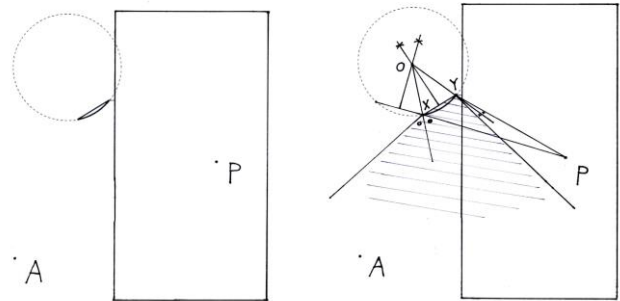


図3:応用問題1の図(左)と解答例(右)

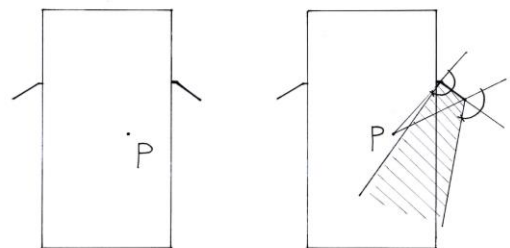


図4:応用問題2の図(左)と解答例(右)

3 おわりに

このテーマを選んだ理由は、中学校学習指導要領の数学科の目標において、「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う」という、資質・能力の学びに向かう力・人間性等を育成することに注目し、中学校の数学の教員として、身の回りの事象を用いた指導に生かしていきたいと考えたからである。

身の回りの課題を数学的に解決することは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、数学を生活や学習に生かそうとする態度につながるので、授業の中で効果的に実践していきたい。

参考文献

- [1] 秋枝幸江(授業者),「数学科 中学校第1学年 作図の利用」,中等教育研究開発室年報第33号(2020年3月31日発行)別冊電子版2019年度授業実践事例,2020, https://www.hiroshima-u.ac.jp/system/files/145278/teachingplan2019_Part7.pdf(参照 2020-12-31)
- [2] 文部科学省,『中学校学習指導要領(平成29年度告示)解説 数学編』,日本文教出版,大阪,2018