

円筒鏡による両眼視アナモルフォーシス

2016SC064 中田 涼介

指導教員：杉浦 洋

1 はじめに

私は両眼視アナモルフォーシスについての研究をした。アナモルフォーシスとは、普通ではないある特別な見方をしたときだけ描かれているものを正常に認識出来る作品のことを指す。代表的なものは主に二つあり、対象を決まった斜めの位置から見ることによって正常な形が見える斜面投影方式と、対象を鏡を介して見ることによって正常な形が見える鏡面投影方式がある。

永井 [1] は両眼視可能な円筒鏡アナモルフォーシスを Mathematica を用いて設計した。本研究では、永井の設計法に欠けていた、作品の配置可能領域について検討した。また、実際に 3D プリンタを用いて両眼視作品を製作し、単眼視作品と視覚効果を比較した。

2 円筒鏡による反射の計算

両眼視アナモルフォーシス [1] では、円筒鏡を水平に配置し、鑑賞する視点に合わせて作品を設計する。鏡面に予定した鏡像 S が見えるように作品 S' を設計するには、視点から見える S 上の点 p を鏡像とする点 p' の集合として作品 S' を構成すれば良い。

図 1 で、 e は視点、 p は S 上の点、 p' は対応する S' 上の点である。また、 p' から出て e に入る光が鏡面で反射する点が q 、 q への光の単位入射ベクトルが f 、単位反射ベクトルが d である。 n は q における鏡面の外向き単位法線である。赤の点線は円筒の中心軸である。

e と p が与えられたとき、 q 、 d 、 n 、 f は次の手順で計算できる。

1. q は線分 pe と円筒面の交点として計算できる。
2. $d = (e - p) / \|e - p\|$ である。
3. n は、 q から円筒の中心軸に降ろした垂線の方向ベクトルに -1 を掛け、長さを 1 に正規化したものである。
4. f は反射の法則により、 $f = d - 2(n, d)n$ である。

最後に、 p' は

$$p' = q - tf \quad (t > 0) \quad (1)$$

で計算できる。 $t > 0$ は任意パラメータである。

3 両眼視アナモルフォーシス

式 (1) は任意パラメータ t を含む。永井 [1] は鏡像を両眼視して立体感が損なわれないように t を決定する方法を提案した。それは次の定理としてまとめられる。

定理 3.1 式 (1) で

$$t = \|p - q\| \quad (2)$$

とすると、目の位置 e を円筒鏡の中心軸方向に動かすとき、 p' の鏡像 p の位置は不変である。

(略証) 式 (2) なら $\|p' - q\| = \|p - q\|$. ゆえに、反射点 q における反射は、点 q を含み、法線 n をもつ平面鏡 P の反射に等しい (図 2). e を円筒鏡の中心軸方向に動かすとき、反射点 q も円筒鏡の中心軸方向に移動するので、法線 n も平面鏡 P も不変。ゆえに、鏡像 p は不動である。//

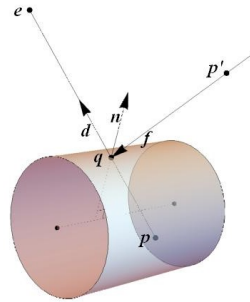


図 1 円筒鏡反射

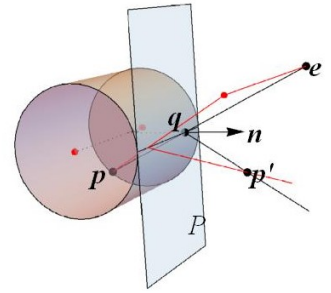


図 2 等価平面鏡

人間の両眼は、水平に配置されており、両眼視により立体感を得ている。上の定理によれば、円筒鏡を軸を水平に設置し式 (2) で t を計算して作品を設計すれば、両眼は同じ鏡像を見るので、立体感は損なわれない。

4 鏡像の配置可能領域

研究により作品の点は関数 $p' = r(p)$ と表すことができ、鏡面背後に見たい鏡像 S を設定すれば、鏡面手前にその鏡像を結ぶ作品 S' が $S' = \{r(p) | p \in S\}$ で計算できる。

しかし、視点位置 m から見たとき、 S' が S を遮らないようにする必要がある。両眼視アナモルフォーシスでは S は S' を一意に決定するので、これは鏡像 S の配置問題と考えられる。これは鑑賞スタイルにも関係する。真正面から見れば、真上から見たとき m, S', S は 1 直線上に並び、 S' が S を遮りやすい。斜めに流し目で見れば、 S' をよけて S を見ることができ、 S の配置に対する制約は弱くなる。ここでは、最も制約が強い、鏡像 S を真正面から見たときの配置問題を考察する。

図 3 は円筒鏡 M と目 m を y 軸負の方向から見たものである。緑の線分 ab は机面、赤の線分 mb は m から机面に降ろした垂線で、鑑賞者の体を表す。青い 2 本直線は m から鏡面に達する接線、点線はその延長である。また、 c は下側接線 \overline{ma} の接点である。線分 $\overline{am}, \overline{mb}, \overline{mc}$ の鏡像をそれぞれ弧 $\widehat{ab'}, \widehat{m'b'}, \widehat{m'c}$ とする。

鑑賞者と円筒鏡の間に配置する作品が、鏡を見る視線を遮らないようにするには、作品 S' を $\triangle abm$ 内部に置く必

要がある. すると, その鏡像 S は, 3つの弧 $\widehat{ab'}$, $\widehat{m'b'}$, $\widehat{m'c}$ と線分 \widehat{ca} で囲まれた領域 D に設定する必要がある. この D が鏡像の設定可能領域である.

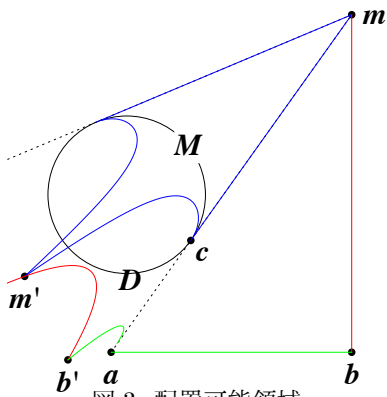


図3 配置可能領域

図3を描くには, 関数 $p' = r(p)$ の逆関数 $p = r^{-1}(p')$ が必要である. その計算には4次方程式を解く必要があった. 詳しい計算法は卒業論文に示す. 今回の作品は D 内に鏡像 S を設定し, その鏡像を生ずる作品 S' を設計した.

5 作品設計手順

円筒鏡にドラえもんの鏡像 S が映るように, 両眼視作品 S'_1 と, 両眼視の効果のない作品 S'_2 を作成した. S'_2 を単眼視作品と呼ぶ.

両眼視作品の設計手順を述べる.

1. 配置可能領域内にドラえもんの鏡像を配置 (図4).
2. $t = \|p - q\|$ で両眼視作品 S'_1 を設計 (図5).
3. 作品が鏡面を隠さないことを確認 (図6).

同じ手順で, $t = 0.8\|p - q\|$ とし, 単眼視作品 S'_2 を設計した. 両作品を3Dプリンタで造形した.

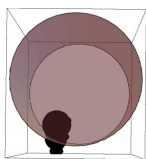


図4 鏡像 S の配置

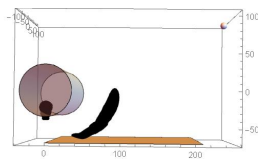


図5 作品 S' の設計

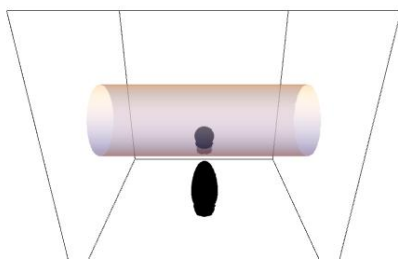


図6 設計視点 m から見た鏡像と作品

6 作品の評価

設計視点位置である正面から見た両眼視作品を図7, 単眼視作品を図8に示す.

両者には大きな違いは見られなかった. しかし僅かに両眼視作品の方が立体的に感じられた.



図7 両眼視ドラえもん

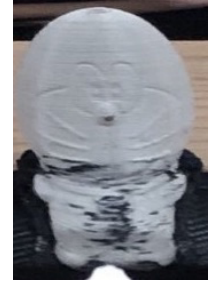


図8 単眼視ドラえもん

設計視点から, 円筒鏡の軸方向左に視点をずらして両作品を見た両眼視作品を図9, 単眼視作品を図10に示す.

両者の違いは明確である. 両眼視の作品はドラえもんの形を維持し正常に見えるのに対して, 単眼視の作品は身体の中央は後ろに下がり, 頭頂部と足先が前に出て見えることから正常な鏡像とはかけ離れていることが分かった.

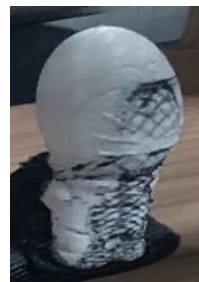


図9 両眼視斜め



図10 単眼視斜め

7 おわりに

永井 [1] の両眼視アナモルフォーシスの理論を検討し, 理解した. 鏡像の配置可能領域を導き出し適切な位置で設定し作品を制作することが出来た. 単眼視アナモルフォーシスの作品と比較した結果, 設計通りの視点の位置で見た時は大きな違いは見られなかった. しかし, y 座標をずらし斜めから見たとき, 両者には明確な違いが観察できた. 両眼視作品は単眼視作品より明らかに立体感が自然である. また, 視点の水平移動で鏡像の位置と姿勢がぶれない.

参考文献

- [1] 永井 智也: 円筒鏡による両眼視アナモルフォーシス, 南山大学理工学部機械電子制御工学科卒業論文 (2019).