九州地域で発生した地震の頻度と統計的解析

2016SS039 真野 瑞季

指導教員：白石高章

1 はじめに

日本は他国に比べ, 地震が発生しやすい国として知られている. 本研究では, 私のゆかりがあり, 2016 年 4 月に熊本地震が発生した九州地方での地震の特徴を調べ, 地震の回数がポアソン分布に従うことを利用して, 九州の地震の特徴と各県ごとの地震の発生頻度の違いを検証した.

2 分析方法

観測データとして気象庁の website[1] より, 2009 年 1 月 1 日から 2019 年 12 月 31 日までに九州で発生した震度 3 以上の地震データを収集し, Excel 関数を用い, Shiraishi[3] を参考にして, 解析を行った.

3 地震データの解析

3.1 平均の同時信頼区間

稀に起こる現象の回数はポアソン分布に従う. 2 項分布 $B(n,p)$ において, $np=\mu$(正かつ一定) とおき, $n\to\infty$(すなわち $p\to 0$) とすると,
$\lim_{n\to\infty} c_n = c$ のとき, $\lim_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{c_n}{n}\right)^n = e^c$ より,
$i=1,2,\cdots,k$ に対して, 第 i 群の第 j 日目に起きた震度 3 以上の地震回数を X_{ij} とする. さらに, X_{ij} は平均 μ_i のポアソン分布に従うとする.

$$W_i \equiv X_{i1}+\cdots+X_{in_i}$$

$$G_i \equiv \left\{ \frac{\chi^2_{2W_i}\left(\left\{1+(1-\alpha)^{\frac{1}{k}}\right\}/2\right)}{2n_i} < \mu_i < \frac{\chi^2_{2(W_i+1)}\left(\left\{1-(1-\alpha)^{\frac{1}{k}}\right\}/2\right)}{2n_i} \right\}$$

とおく. このとき, 白石 [5] より,

$$e^{-n_i\mu_i} \leqq \left\{1-(1-\alpha)^{\frac{1}{k}}\right\}/2 (i=1,2,\cdots,k) \qquad \text{(a)}$$

の下で $G_1,\cdots,G_k$ は,

$$P(\mu_1\in G_1,\mu_2\in G_2,\cdots,\mu_k\in G_k) \geqq 1-\alpha$$

を満たし, $G_1,\cdots,G_k$ は $\mu_1,\cdots,\mu_k$ に関する信頼係数 $1-\alpha$ の同時信頼区間である. この k 個の区間が交わらなければ $\mu_1,\cdots,\mu_k$ が異なると判定する. ただし, χ^2_n は自由度 n のカイ二乗分布を表す.

3.2 同時信頼区間によるデータ解析

熊本地震発生前の 2009 年から 2015 年と熊本地震発生後の 2017 年から 2018 年と 2019 年に九州で発生した地震を次の表 1 に載せた.

表 1 九州で発生した震度 3 以上の地震

期間	回数	日数	1 日の平均回数
2009 年 1 月 1 日から 2015 年 12 月 31 日	215	2555	0.084
2017 年 1 月 1 日から 2018 年 12 月 31 日	90	728	0.123
2019 年 1 月 1 日から 2019 年 12 月 31 日	61	364	0.168

α $=0.05$ として同時信頼区間を求める. $n_1=2555$, $n_2=728$, $n_3=364$, $W_1=215, W_2=90, W_3=61$
を当てはめる.

$$\frac{1+(1-\text{α})^{\frac{1}{3}}}{2}=0.9915,\ \frac{1-(1-\text{α})^{\frac{1}{3}}}{2}=0.0084$$

$n_1\hat{\mu}_1=215$, $n_2\hat{\mu}_2=90$, $n_3\hat{\mu}_3=61$, であるので,

$$\max\{e^{-n_1\hat{\mu}_1}, e^{-n_2\hat{\mu}_2}, e^{-n_3\hat{\mu}_3}\}=0<0.0084$$

となり, 信頼区間を与える (a) が満たされる.

$$\begin{aligned} 2W_1 &= 430, \quad 2(W_1+1)=432 \\ 2W_2 &= 180, \quad 2(W_2+1)=182 \\ 2W_3 &= 122, \quad 2(W_3+1)=124 \end{aligned}$$

を当てはめ, Excel によりカイ二乗分布の上側 100% 点を求めると,

$$\begin{aligned} &\chi^2_{430}(0.9915)=363.15, && \chi^2_{432}(0.0084)=505.41 \\ &\chi^2_{180}(0.9915)=137.86, && \chi^2_{182}(0.0084)=230.74 \\ &\chi^2_{122}(0.9915)=87.87, && \chi^2_{124}(0.0084)=164.77 \end{aligned}$$

を得る. $n_1=2555$, $n_2=729$, $n_3=364$ より, 信頼係数 0.95 の同時信頼区間は,

$$\begin{aligned} 0.071 &< \mu_1 < 0.099 \\ 0.095 &< \mu_2 < 0.158, \\ 0.121 &< \mu_3 < 0.226 \end{aligned}$$

となる. μ_1, μ_3 に交わりがなく, その他が交わりがあるため, 2019 年は熊本地震発生前より地震発生回数が多いことがわかった.

3.3 平均相違の解析法

白石 [2] より, μ_i の点推定量は,

$$\hat{\mu}_i = \frac{W_i}{n_i}\ (i=1,2,3) \qquad (1)$$

で与えられる. このとき,

$$\sqrt{n}(\hat{\mu}_i-\mu_i) \xrightarrow{\mathcal{L}} Y_i \sim N\left(0,\frac{\mu_i}{\lambda_i}\right)$$

が成り立つ. ここで,

$$\sigma_i \equiv \sqrt{\mu_i}$$

の推定量として, $i = 1, 2, 3$ に対して,

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\hat{\mu}_i} \tag{2}$$

である. 次に, Shiraishi[3] より信頼係数 $1 - \alpha$ の同時信頼区間は次のように与えられる.

$$\sigma_i - \sigma_{i'} \in \hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_{i'} \pm a(k;\alpha) \cdot \sqrt{\frac{1}{4n_i} + \frac{1}{4n_{i'}}} \quad (1 \leq i \leq i' \leq 3) \tag{3}$$

だたし, $a(k;\alpha)$ の数表は, Shiraishi[3] に掲載されている.
{ 帰無仮説 $H_{(i,i')} : \mu_i = \mu_{i'}$ vs. 対立仮説 $H^A_{(i,i')} : \mu_i \neq \mu_{i'} | 1 \leq i \leq i' \leq 3$} に対して, 検定統計量を

$$T_{ii'} = \frac{2(\hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_{i'})}{\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}}}} \quad (i < i') \tag{4}$$

とおく. $T_{ii'} > \alpha(k;\alpha)$ となる (i, i') に対して, $H_{(i,i')}$ を水準 α で棄却する.
$a(3; 0.05) = 2.344$ である.

3.4 平均相違によるデータ解析

表 1 を用い, $\alpha = 0.05$ として解析する.
$W_1 = 215$, $W_2 = 90$, $W_3 = 61$, $n_1 = 2556$, $n_2 = 729$, $n_3 = 364$ をそれぞれ (1) に代入して計算すると,

$$\hat{\mu}_1 = 0.08,\ \hat{\mu}_2 = 0.12,\ \hat{\mu}_3 = 0.17$$

を得る. 次に, $\hat{\mu}_1$, $\hat{\mu}_2$, $\hat{\mu}_3$ を (2) に代入すると,

$$\hat{\sigma}_1 = 0.28,\ \hat{\sigma}_2 = 0.35,\ \hat{\sigma}_3 = 0.41$$

を得る. これらを (3) に代入すると以下の同時信頼区間を得る.

$$-0.119 < \sigma_1 - \sigma_2 < -0.021 \quad (*1)$$
$$-0.196 < \sigma_1 - \sigma_3 < -0.064 \quad (*2)$$
$$-0.135 < \sigma_2 - \sigma_3 < 0.015 \quad (*3)$$

さらに, $\hat{\sigma}_1$, $\hat{\sigma}_2$, $\hat{\sigma}_3$ をそれぞれ (4) に代入すると,

$$|T_{12}| = 3.332 > 2.344,$$
$$|T_{13}| = 4.641 > 2.344,$$
$$|T_{23}| = 1.869 < 2.344$$

となり, 水準 0.05 で帰無仮説 H_{12}, H_{13} が棄却された. (*1)(*2) より, $\mu_1 < \mu_2$, $\mu_1 < \mu_3$ の関係がわかる.

次に, 九州各県ごとの地震の頻度を調べた.

3.5 熊本

2009 年 1 月 1 日から 2019 年 12 月 31 日に熊本県で発生した震度 3 以上の地震を下の表に載せた.

表 2 熊本県で発生した震度 3 以上の地震

期間	回数	日数	1 日の平均回数
2009 年 1 月 1 日から 2015 年 12 月 31 日	31	2555	0.0121
2017 年 1 月 1 日から 2018 年 12 月 31 日	25	728	0.0343
2019 年 1 月 1 日から 2019 年 12 月 31 日	16	364	0.0440

$\alpha = 0.05$ として解析する.
$W_1 = 31$, $W_2 = 25$, $W_3 = 16$, $n_1 = 2555$, $n_2 = 728$, $n_3 = 364$ をそれぞれ (1) に代入して計算すると,

$$\hat{\mu}_1 = 0.012,\ \hat{\mu}_2 = 0.034,\ \hat{\mu}_3 = 0.044$$

を得る. 次に, $\hat{\mu}_1$, $\hat{\mu}_2$, $\hat{\mu}_3$ を (2) に代入すると,

$$\hat{\sigma}_1 = 0.110,\ \hat{\sigma}_2 = 0.184,\ \hat{\sigma}_3 = 0.210$$

を得る. これらを (3) に代入すると以下の同時信頼区間を得る.

$$-0.123 < \sigma_1 - \sigma_2 < -0.025 \quad (*4)$$
$$-0.166 < \sigma_1 - \sigma_3 < -0.034 \quad (*5)$$
$$-0.101 < \sigma_2 - \sigma_3 < 0.049 \quad (*6)$$

また, $\hat{\sigma}_1$, $\hat{\sigma}_2$, $\hat{\sigma}_3$ をそれぞれ (4) に代入すると,

$$|T_{12}| = 3.525 > 2.344,$$
$$|T_{13}| = 3.570 > 2.344,$$
$$|T_{23}| = 0.810 < 2.344$$

となり, H_{12} と H_{13} が棄却された. (*4)(*5) より, $\mu_1 < \mu_2$, $\mu_1 < \mu_3$ の関係がわかることから, 熊本県は熊本地震前よりも後のほうが地震発生回数が多いことがわかった.

他の 7 県も同様に解析すると, 宮崎県のみが熊本地震発生前よりも 2019 年は地震発生回数が多いことがわかった.

4 まとめ

ポアソン過程を利用して過去 10 年に九州で発生した地震の頻度について分析し, 熊本地震発生前の 2009 年から 2015 年と発生後の 2017 年から 2019 を比較すると, 発生後のほうが高いことがわかった. その中でも特に 2019 年は熊本地震発生前よりも頻度が高い. また, 九州各県別に比較すると, 熊本県は発生後のほうが地震が多く起こっており, 宮崎県は 2019 年のみが発生前より地震が多く起こっていることがわかったが, 他の 6 県は差がないことはわかった.

参考文献

[1] 国土交通省 気象庁: http://www.data.jma.go.jp/svd/eqdb/data/shindo/

[2] 白石高章:『統計科学の基礎』. 日本評論社, 東京,2012.

[3] T.Shiraishi:Multiple comparison procedures for Poisson parameters in multi-sample models, Behaviormetrika, Vol39, No.2, 2012, pp. 167〜182.

[4] 安田奈紗: 卒業論文ポアソン過程に基づく近年の日本における地震頻度の統計解析 http://www.st.nanzan-u.ac.jp/info/gr-thesis/2017/shiraishi/pdf/14ss094.pdf

[5] 白石高章: 多群の 2 項モデルとポアソンモデルにおけるすべてのパラメータの多重比較法. 日本統計学誌, 第 42 巻, 第 1 号, 55〜90 頁, 2012 年. http://www.st.nanzan-u.ac.jp/info/gr-thesis/2017/shiraishi/pdf/14ss094.pdf