最短経路長最小化を目的とした枝の配置問題

2016SS077 多田和杜

指導教員：佐々木美裕

1 はじめに

平成 31 年 4 月末現在, 日本の自動車保有台数は約 8000 万台である．愛知県内での登録台数は約 500 万台であり, 複数の車を所有している世帯も少なくない．図 1 は, 1 世帯における車の保有台数を表しており, 横軸は年度 (昭和 50 年から平成 28 年) を, 左縦軸は保有台数, 右縦軸は世帯当たりの普及台数を表している．図 1 より, 昭和 50 年から世帯当たりの自家用乗用車の保有台数は年々増加しており, 平成 18 年頃から近年にかけて普及台数が 1 に収束していることから, 1 世帯に 1 台は車を保有していると考えられる．図 2 は, 愛知県の平均交通量の推移を表しており, 横軸は調査年を, 縦軸は調査道路を走行した車の台数を表している．また, 図 2 では愛知県での各道路において 12 時間毎の走行台数を示している．平成 22 年度の一般国道 (指定区間) では 12 時間の間に約 21000 台の車が走行していたことがわかる．

本研究の目的は, 今までより短い距離で目的地に到着できるように, 新しくバイパス道路を与えることである．実際新しくバイパス道路を与えた場合, 利用する時としない時の利用者の総移動距離を最小にするにはどこにバイパス道路を与えるべきか, 数理モデルを作成して求める．

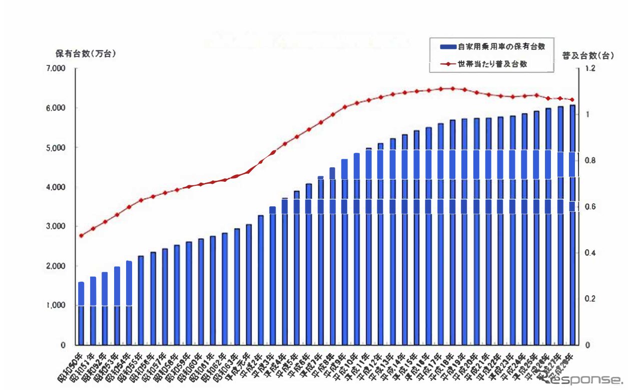

図 1 1 世帯における車の保有台数

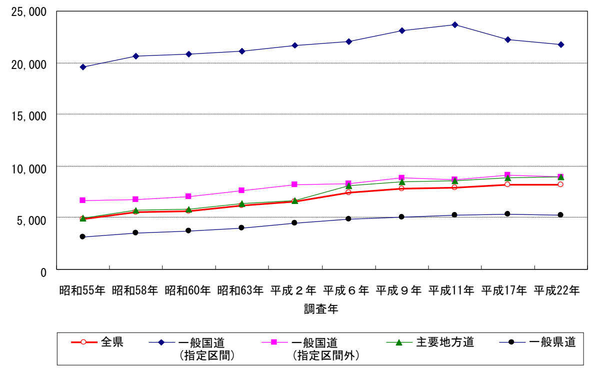

図 2 愛知県の平均交通量の推移

2 バイパス道路

バイパス道路とは, 渋滞が起こりうる区間を迂回, また山間部などの狭隘区間を短絡するための道路である．交通量が増加して渋滞が発生している時, 道路交通容量を超える交通集中などの問題がある．このような問題の解決策の 1 つとして, バイパス道路の建設が考えられる．

その他にも, バイパス道路を建設することで都市部でも山間部でもそれぞれ得られる効果がある．都市部では, 渋滞のほかに事故, 騒音, 排気ガスによる大気汚染等を軽減したり防いだりすることができる．山間部では, 大型車の通行を可能とすることで物流の活性化を図ることができる, 疎遠であった地域間交通を促進することができるなどの効果が得られる．

バイパス道路の 1 例として可児バイパス, 知立バイパス, 名岐バイパスなどがある．

3 バイパス道路の配置について

一般に, 移動時間は交通量や渋滞状況によって変化するが, ここでは問題を簡単にするため, 移動時間は交通量や渋滞状況に依存しないと仮定する．これらの仮定の下, ネットワークを所与とし, 最短経路長が最小になるようにネットワーク上に新たに枝を 1 本追加する問題を考える．その際, 人は起終点間を最短経路で移動する．ネットワークのノードを都市, 枝を道路と見立てると, バイパス道路の配置問題は, この問題の応用例の 1 つとして考えることができる．また, OD 需要は所与とし, 2 点間の流動量は重力モデル [2] を用いて求める．利用者の総移動距離の減少量を改善度とし, その改善度が最大となるような 1 本の枝を求める．

4 モデルの説明

V を頂点 (ノード) の集合, E を枝の集合とし, $G = (V, E)$ を考える．また, $E^{all} = \{(i,j) | i \in V, j \in V, j > i\}$, $\hat{E} = E^{all} - E$ とする．$(i,j) \in \hat{E}$ に対して $E_{ij} = E \cup \{(i,j)\}$ とし, $G_{ij} = (V, E_{ij})$ を考える．さらに, 以下の記号を定義する．

$\Pi = \{(u,v) | u \in V, v \in V, u < v\}$

w_{uv} : OD ペア $(u,v) \in \Pi$ の需要

p_{uv} : OD ペア $(u, v) \in \Pi$ 間の G 上における最短経路の長さ

l_{ij} : 枝 $(i, j) \in E^{all}$ の長さ

a_{ij} : G の隣接行列

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 : \text{枝 } (i,j) \text{ が存在するとき} \\ 0 : \text{上記以外} \end{cases}$$

次に, $(i, j) \in \hat{E}$ を G に追加したときに, OD ペア $(u, v) \in \Pi$ において最短経路長がどのように変化するかについて考える. $(i, j) \in \hat{E}$ を追加したとき, G_{ij} 上における OD ペア $(u, v) \in \Pi$ 間の最短経路長が p_{uv} よりも短くなるのは, $(i, j) \in \hat{E}$ を利用する場合のみである. もし, それ以外に最短経路が存在すると仮定すると, G における最短経路長が p_{uv} であることに矛盾するので, そのような最短経路は存在しない. $(i, j) \in \hat{E}$ を利用する経路は 2 通りあり, $i \to j$ の方向で利用するか, $j \to i$ の方向で利用するかである. それぞれ, 最短経路長は次の式で表すことができる.

$$d^1_{uv} = p_{ui} + l_{ij} + p_{vj} \tag{1}$$
$$d^2_{uv} = p_{uj} + l_{ji} + p_{vi} \tag{2}$$

最短経路長が変わらない場合の改善度は 0 であること, OD ペア (u, v) 間の需要が w_{uv} であることから, $(i, j) \in \hat{E}$ を追加したときの OD ペア $(u, v) \in \Pi$ における改善度 k_{uv} は,

$$k_{uv} = w_{uv} \cdot \max(0, p_{uv} - d^1_{uv}, p_{uv} - d^2_{uv}) \tag{3}$$

と書ける. したがって, 改善度が最大となる枝 (i^*, j^*) は,

$$(i^*, j^*) = \arg \max_{(i,j) \in \hat{E}} \sum_{(u,v) \in \Pi} k_{uv} \tag{4}$$

で求めることができる.

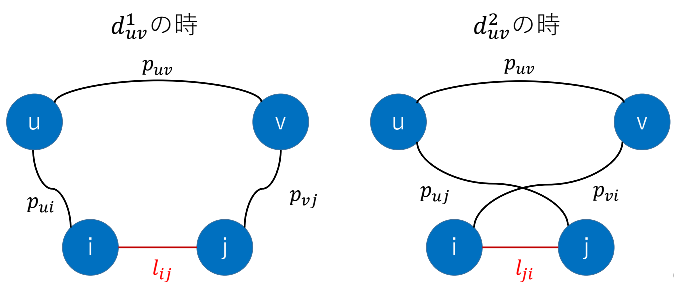

図 3　式 (1), 式 (2) の違い

5　計算実験

w_{uv} は, 各ノード毎に重みを与え, 重力モデルを用いて OD 需要を計算した. 改善度が最大の時の 2 頂点間をバイパス道路として解を得た. 今回, テストデータを 2 つ用意して計算実験を行った. 1 つはノード数=5, 枝数=4 のネットワーク (図 4), もう 1 つはノード数=9, 枝数=12 のネットワーク (図 5) である. 図 4 では, バイパス候補が (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 5) の 6 通りあり, 式 (4) より, 改善度が最大になるのは (3, 5), 値 4.615 の時であることが分かった. 同様に, 図 5 ではバイパス候補は 22 個あり, 式 (4) より, (4, 6) の時に値 1.030 となり, この時改善度が最大となることが分かった.

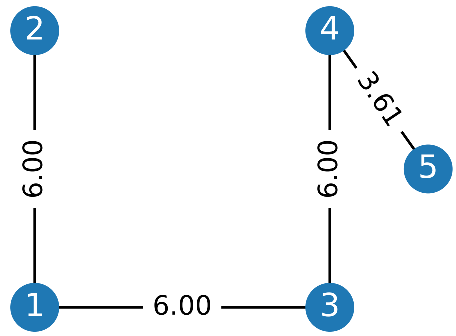

図 4　ノード数=5, 枝数=4 からなるネットワーク

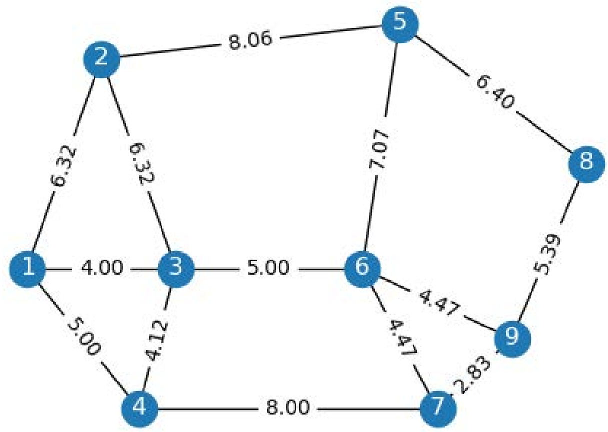

図 5　ノード数=9, 枝数=14 からなるネットワーク

6　おわりに

今後の課題として, 過去, バイパス道路を開通した箇所が当時最適な区間だったのか, また今後新しくバイパス道路を与えるならどの区間が良いのか, 等を実データを用いて検討することが挙げられる.

参考文献

[1] 愛知県:『全国道路･街路交通情勢調査』. 平成 22 年度.

[2] 大山達雄. パワーアップ離散数学. 共立出版株式会社, 1997.