

# 回転型二重倒立振子の製作と安定化制御

2016SC008 古川大輝 2016SC019 星野紘輝 2016SC067 野々雄斗

指導教員：坂本登 中島明

## 1 はじめに

これまで倒立振子を題材にした研究は盛んに行われている。坂本・中島研究室の倒立振子班では、南山大学に設置されている回転型倒立振子実験機およびそれを題材にした先行研究を参考にして、水平方向に回転するアームの先端に、鉛直方向に回転する2本の振子が直列に取り付けられた回転型二重倒立振子実験機の設計とその安定化制御をテーマにした研究を行う。もともと倒立振子はシステムの非線形性が強い上、回転型二重倒立振子は、一本目の振子の挙動が連結した二本目の振子の動作に影響を及ぼすので回転型二重倒立振子の安定化制御の実現は難しい。本研究では線形最適制御則による回転型二重倒立振子の安定化制御を達成することを目標としている。また、回転型二重倒立振子の制御則設計だけでなく、回転型二重倒立振子そのものの設計にも取り組む。

## 2 実験機製作

### 2.1 概要

昨年並列型回転倒立振子の研究 [4] で、回転型倒立振子の実験機を作成した。本研究では、この実験機を基礎とし、新たに二重倒立振子の実験機設計を行う。設計は3DCADソフトのSOLIDWORKSを用いて行い、部品加工は汎用性が高く、改善が容易な実験機を作成するためにMarkforged社製の3Dプリンタを使用する。また、精密な加工が必要な部位は株式会社テクニカルサポートに依頼する。

### 2.2 回転型倒立振子の実験機の構造

実験機は回転アーム、振子、DCサーボモータ、マイクロエンコーダで構成されている。回転アームはギアを介してDCサーボモータに接続されており、電圧入力をDCサーボモータに与えることで回転軸を中心として水平面内を回転する。振子はアームの両端に取り付け可能であり、垂直平面内を自由に回転することができる。回転アームの回転角 $\phi$ はギアを介してDCサーボモータに内蔵されているエンコーダで観測し、振子の回転角 $\theta$ はベルトとプーリを介してマイクロエンコーダで観測する。

### 2.3 二重倒立振子の実験機の設計

実験機のアームの先端から見て、1本目の振子、2本目の振子とし、2本の振子をエンコーダを返して縦に結合させた構造を採用する。昨年使用したアルミ製の振子の場合、20cmで30gに対し、3Dプリンタで作成した振子は20cmで18.3gであった。振子を軽量化することでアームへの負荷を軽減でき、また、十分な強度があるため、今回は3D

プリンタを活用することにする。各振子と簡易部品は3Dプリンタで作成し、エンコーダ接続部及び1本目の振子と2本目の振子の接続部はテクニカルサポートに依頼する。完成図と接続部の詳細図を図1で示す。

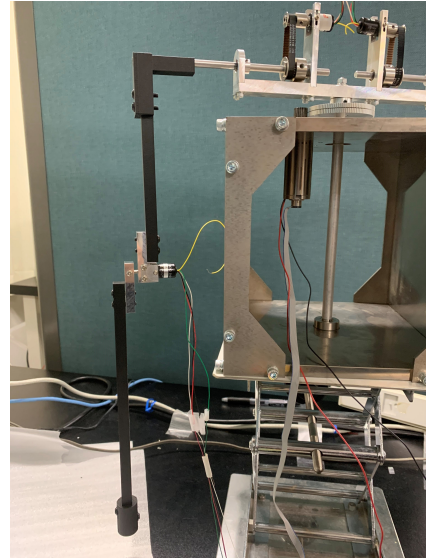


図1 二重倒立振子

## 3 回転型二重倒立振子システムのモデル化

### 3.0.1 運動方程式の導出

回転型倒立振子システムを図2で示すモデルとして、Lagrangeの運動方程式を導出する。まず、回転アームの回転軸と振子の回転軸との交点を原点とし、水平面方向に $x$ 軸、 $y$ 軸、鉛直方向に $z$ 軸をとる。 $\phi$ 、 $\theta$ は反時計回り方向を正とする。表1で各パラメータの定義をする。

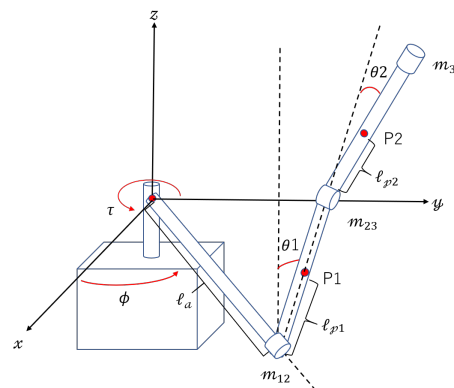


図2 回転型二重倒立振子モデル

表 1 回転型二重倒立振子のパラメータ

記号	名称
$J_a$	回転アームの慣性モーメント
$J_{p1}$	振子 1 の慣性モーメント
$J_{p2}$	振子 2 の慣性モーメント
$m_{p1}$	振子 1 の質量
$m_{p2}$	振子 2 の質量
$m_a$	アームの質量
$m_{12}$	アームと振子 1 の接続部の質量
$m_{23}$	振子 1 と振子 2 の接続部の質量
$m_3$	振子 2 の先端の質量
$l_a$	回転アームの長さ
$l_{p1}$	振子 1 の回転中心から重心位置までの長さ
$l_{p2}$	振子 2 の回転中心から重心位置までの長さ
$b_a$	回転アームの粘性摩擦係数
$b_{p1}$	振子 1 の粘性摩擦係数
$b_{p2}$	振子 2 の粘性摩擦係数
$g$	重力加速度
$R_a$	電磁子抵抗
$K_E$	逆起電力係数
$K_T$	トルク定数
$n$	DC モータと回転アームのギア比

ロボットアーム（マニピュレータ）の運動を考えるとくに用いられる順運動学の考え方に沿って座標変換を用いて運動エネルギーを求める。一般化座標  $q$  は、基準座標系から見た位置であり、3次元の縦ベクトルで表すことができる。直交座標系である基準座標系を  $\Sigma_0$ 、各リンクの座標系を  $\Sigma_b$  であらわす。アーム、各振子の位置ベクトルを  ${}^0\mathbf{P}_b = [x, y, z]^T$  とする。

$$J_{p_c} = \begin{bmatrix} J_{p_{cxx}} & J_{p_{cxy}} & J_{p_{cxz}} \\ J_{p_{cyx}} & J_{p_{cyy}} & J_{p_{cyz}} \\ J_{p_{czx}} & J_{p_{czy}} & J_{p_{czz}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

また、各リンク間の座標変換行列は次のように表される。

$$R_{01} = \begin{bmatrix} C(q_1) & -S(q_1) & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C(-q_2) & -S(-q_2) \\ 0 & S(-q_2) & C(-q_2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C(-q_3) & -S(-q_3) \\ 0 & S(-q_3) & C(-q_3) \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 $\Sigma_0$  と各リンクのリンク座標系との関係は、

$$R_{02} = R_{01}R_{12} \quad (5)$$

$$R_{03} = R_{02}R_{23} \quad (6)$$

のようにならわされる。

また、各リンクの重心の速度ベクトルを  ${}^0\dot{p}_{g1}, {}^0\dot{p}_{g2}$ 、回転角速度ベクトルを  ${}^0\omega_1, {}^0\omega_2, {}^0\omega_3$  とすると、各リンクの速度ベクトルと回転角速度ベクトルは以下のようにあらわされる。

$$\begin{aligned} {}^0p_{01} &= 0, \quad {}^0p_{02} = {}^0p_1 + {}^0R_1(l_a e_x) \\ {}^0p_{g2} &= {}^0p_2 + {}^0R_2(l_{p1} e_z), \quad {}^0p_{03} = {}^0p_2 + {}^0R_2(2l_{p1} e_z) \\ {}^0p_{g3} &= {}^0p_3 + {}^0R_3(l_{p2} e_z), \quad {}^0\omega_1 = \dot{q}_1 e_z, \\ {}^0\omega_2 &= {}^0\omega_1 + {}^0R_1(-\dot{q}_2 e_x), \quad {}^0\omega_3 = {}^0\omega_2 + {}^0R_2(-\dot{q}_3 e_x) \end{aligned} \quad (7)$$

以上を用いて、運動エネルギー  $T$  は次のように表される。

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} J_a \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} (m_{p1} + m_{23}) {}^0\dot{p}_{g2}^T {}^0\dot{p}_{g2} \\ &\quad + \frac{1}{2} (m_{p2} + m_3) {}^0\dot{p}_{g3}^T {}^0\dot{p}_{g3} + \frac{1}{2} {}^2\omega_{02}^T J_{p1} {}^3\omega_{03} \\ &\quad + \frac{1}{2} {}^3\omega_{03}^T J_{p2} {}^3\omega_{03} \end{aligned} \quad (8)$$

また、ポテンシャルエネルギー  $U$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} U &= g l_{p1} m_{p1} \cos(\theta_1) + 2g l_{p1} m_{p2} \cos(\theta_1) \\ &\quad + g l_{p2} m_{p2} \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - g l_{p2} m_{p2} \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ &\quad + 2m_{23} g l_{p1} \cos(\theta_1) + m_3 g (2l_{p1} \cos(\theta_1) + 2l_{p2} \cos(\theta_1 + \theta_2)) \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、 $e_x = [1, 0, 0]^T, e_y = [0, 1, 0]^T, e_z = [0, 0, 1]^T$  は各座標系での  $X, Y, Z$  軸方向の単位ベクトルである。

ラグランジアン  $L$  は次のように表される。

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (10)$$

### 3.1 ラグランジュの運動方程式の導出と状態方程式の導出

ラグランジュの運動方程式は以下の (11) 式となる。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} = \tau \quad (11)$$

ここで (10) 式からラグランジュ関数は運動エネルギー  $T_b(q, \dot{q})$  とポテンシャルエネルギー  $U_b(q)$  を用いて書くことができるので (11) 式を変形し

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T(q, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial U(q)}{\partial q} = \tau \quad (12)$$

さらに運動エネルギーは慣性行列  $M(q)$  を用いて

$$T_b(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (13)$$

と表すことができる。従って (12) 式と (13) 式から

$$M(q) \ddot{q} + \frac{d}{dt} (M(q)) \dot{q} - \frac{\partial T(q, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial U(q)}{\partial q} = \tau \quad (14)$$

が得られる。ここで

$$N(q, \dot{q}) = \frac{d}{dt} (M(q)) \dot{q} - \frac{\partial T(q, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial U(q)}{\partial q}$$

と置くことにより以下のように変形ができる。

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = \tau \quad (15)$$

ここで、それぞれの粘性摩擦  $F_b = [b_a \dot{q}_1, b_1 \dot{q}_2, b_2 \dot{q}_3]^T$  を考慮する。また DC モータの特性は次のように表し、 $t_a, t_b$  に置き換える。

$$\tau = -\frac{n^2 K_T K_E}{R_a} \dot{\phi} + \frac{n K_T}{R_a} u \quad (16)$$

$$t_a = \frac{n^2 K_T K_E}{R_a}, t_b = \frac{n K_T}{R_a} \quad (17)$$

また、 $T_a = [t_a, 0, 0]^T$ ,  $T_b = [t_b, 0, 0]^T$  とすると次の式を得る。

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = -F_b - T_a \dot{q}_1 + T_b u \quad (18)$$

状態変数を  $x = \begin{bmatrix} q^T & \dot{q}^T \end{bmatrix}$  とすることで状態方程式

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ M^{-1}(q)(-T_a \dot{q}_1 - F_b + T_b u - N(q, \dot{q})) \end{bmatrix} \quad (19)$$

となり、各モータの推力を入力とした非線形状態方程式

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (20)$$

が得られる。ただし  $f(x)$ ,  $g(x)$  は以下のとおりである。

$$f(x) = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ -M^{-1}(q)(T_a \dot{q}_1 + F_b + N(q, \dot{q})) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} O_{3 \times 1} \\ M^{-1}(q)T_b \end{bmatrix} u \quad (22)$$

また、 $x_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$  周りで線形化すると次のように表される。

$$\frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (23)$$

## 4 パラメータ同定

ここでは、回転型二重倒立振子のパラメータ同定について説明する。

### 4.1 実験方法

慣性モーメントは理論的に求めることも可能だが、アームや振子の形状は一様な棒ではないので、アームおよび振子の慣性モーメントの理論値と実際の値には誤差が生じる。また、粘性摩擦係数は実験的にのみ得ることが出来る。そのため、未知パラメータをアームの慣性モーメントと粘性摩擦係数、振子の慣性モーメントと粘性摩擦係数とした。計算方法は最小二乗法を用いて同定する。

実験方法は以下の通りである。

#### (1) アームの慣性モーメントと粘性摩擦係数の同定実験

振子を取り外し、アームに正弦波入力を印加して角度を測定する。測定データを用いて、同定を行う。

#### (2) 振子の慣性モーメントと粘性摩擦係数の同定実験

アームと台座を取り外し、振子を振り上げた状態から自由応答させて、角度を測定する。測定データを用いて同定を行う。

### 4.2 検証方法

この実験で得られた各未知パラメータの同定値の検証は、同定されたパラメータを用いたシミュレーションで得られる応答と、実験により得られた応答を比較する方法である。

### 4.3 実験機を用いた同定

実験機に使用しているエンコーダでは角速度、角加速度を測定できない。そのため、角度の一階、二階の疑似微分を得る必要がある。角度の中心差分を取り、伝達関数を適用してこれらを得る。同定に用いる運動方程式を記述する。

$h(t) = [\phi, \theta_1, \theta_2, \dot{\phi}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, u]^T$  とし、これをラプラス変換して

$$H_i(s) = \mathcal{L}[h_i(t)] \quad (i = 1, 2, \dots, 10)$$

とし、これに伝達関数  $F(s)$  を適用して、

$$\tilde{H}_i(s) = F(s)H_i(s) \quad (i = 1, 2, \dots, 10)$$

とする。さらにこれを逆ラプラス変換して、

$$\tilde{h}_i(t) = \mathcal{L}^{-1}[\tilde{H}_i(s)] \quad (i = 1, 2, \dots, 10)$$

とする。

#### 4.3.1 $J_a$ と $b_a$ の同定実験

前節で記述した通り、アームの未知パラメータを慣性モーメントと粘性摩擦係数とし、振子を取り外した状態で正弦波入力を印加してパラメータ同定を行う。アームのみの運動方程式は以下ようになる。

$$J_a \ddot{\phi} + b_a \dot{\phi} = n K_{dc} u \quad (24)$$

上式を用いて同様に伝達関数を適用すると、

$$\begin{bmatrix} J_a \tilde{h}_7(t) & b_a \tilde{h}_4(t) \end{bmatrix} = n K_{dc} \tilde{h}_{10}(t) \quad (25)$$

となる。また、上記の式は次のように表せる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{h}_7(t) & \tilde{h}_4(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_a \\ b_a \end{bmatrix} = n K_{dc} \tilde{h}_{10}(t) \quad (26)$$

この式から  $R, \psi, Z$  を、

$$R = \begin{bmatrix} \tilde{h}_7(t) & \tilde{h}_4(t) \end{bmatrix}, \psi = \begin{bmatrix} J_a \\ b_a \end{bmatrix}, Z = n K_{dc} \tilde{h}_{10}(t) \quad (27)$$

とおくと最小二乗法より、同定する未知パラメータの値が、

$$\psi = (R^T R)^{-1} R^T Z \quad (28)$$

と得られる。

アームに印加する正弦波入力の変数を変更し複数回の実験を行い、同定値を用いたシミュレーションによる応答との比較の結果、誤差が5%以内の同定値の平均値を未知パラメータの同定値とする。実験から得られたアームの角度の応答と実験から得られた同定値を用いたシミュレーションによる応答との比較グラフを図3に示す。

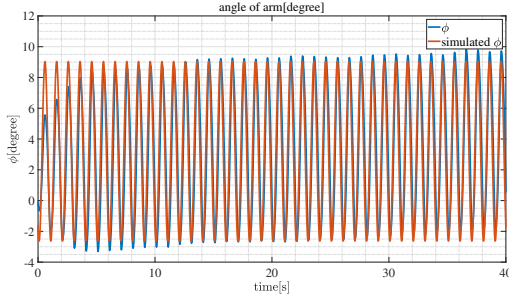


図3 アームの応答のシミュレーションとの比較

#### 4.3.2 同定結果

アームの慣性モーメントと粘性摩擦係数のパラメータ同定結果を表2に示す。前述の通り、同定値の平均を最終的な同定値とした。

表2 アームの慣性モーメントと粘性摩擦係数の同定結果

振幅 [V]	周期 [Hz]	同定された $J_a$ [kg·m <sup>2</sup> ]	同定された $b_a$ [N·s/rad]
1.0	1.0	$2.32 \times 10^{-2}$	$7.19 \times 10^{-1}$
2.0	1.0	$2.79 \times 10^{-2}$	$6.86 \times 10^{-2}$
2.0	1.5	$3.31 \times 10^{-2}$	$1.16 \times 10^{-1}$
平均値		$2.81 \times 10^{-2}$	$3.02 \times 10^{-1}$

#### 4.3.3 $J_{p1}, J_{p2}$ と $b_{p1}, b_{p2}$ の同定実験

振り子1についての同定手順を示す。4.1節で示した通り振り子の未知パラメータを慣性モーメントと粘性摩擦とし、アームの台座を固定して自由応答での同定実験を行った。振り子2については振り子1を固定した状態で同様に行った。振り子1のみの運動方程式は以下ようになる。

$$J_{p1}\ddot{\theta} - \frac{1}{2}m_{p1}l_{p1}g \sin \theta_1 + b_{p1}\dot{\theta} = 0 \quad (29)$$

上式を用いて同様に伝達関数を適用すると、

$$\begin{bmatrix} J_{p1}\tilde{h}_8(t) & b_{\theta}\tilde{h}_5(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2}m_{p1}l_{p1}g \sin \tilde{h}_2(t) \quad (30)$$

となる。アームと同様にして  $R, \psi, Z$  を、

$$R = \begin{bmatrix} \tilde{h}_8(t) & \tilde{h}_5(t) \end{bmatrix}, \psi = \begin{bmatrix} J_{p1} \\ b_{p1} \end{bmatrix}, Z = \frac{1}{2}m_{p1}l_{p1}g \sin \tilde{h}_2(t) \quad (31)$$

とし、最小二乗法から同定する未知パラメータを求める。

同定値の精度を上げるため、実験を複数回を行い、それぞれのデータで得られた同定値の平均を最終的な同定値とした。同定結果を表3,4に示す。また、シミュレーションとの比較グラフを図4,5に示す。

表3 一本目の振り子の慣性モーメントと粘性摩擦係数のパラメータ同定

	同定された $J_{p1}$ [kg·m <sup>2</sup> ]	同定された $b_{p1}$ [N·s/rad]
データ 1	$1.04 \times 10^{-3}$	$1.26 \times 10^{-3}$
データ 2	$1.04 \times 10^{-3}$	$1.26 \times 10^{-3}$
データ 3	$1.04 \times 10^{-3}$	$1.23 \times 10^{-3}$
データ 4	$1.04 \times 10^{-3}$	$1.25 \times 10^{-3}$
データ 5	$1.04 \times 10^{-3}$	$1.21 \times 10^{-3}$
平均値	$1.04 \times 10^{-3}$	$1.24 \times 10^{-3}$

表4 二本目の振り子の慣性モーメントと粘性摩擦係数のパラメータ同定

	同定された $J_{p2}$ [kg·m <sup>2</sup> ]	同定された $b_{p2}$ [N·s/rad]
データ i	$1.13 \times 10^{-3}$	$3.06 \times 10^{-4}$
データ ii	$1.13 \times 10^{-3}$	$3.05 \times 10^{-4}$
データ iii	$1.13 \times 10^{-3}$	$3.07 \times 10^{-4}$
データ iv	$1.13 \times 10^{-3}$	$3.05 \times 10^{-4}$
データ v	$1.11 \times 10^{-3}$	$3.10 \times 10^{-4}$
平均値	$1.13 \times 10^{-3}$	$3.07 \times 10^{-4}$

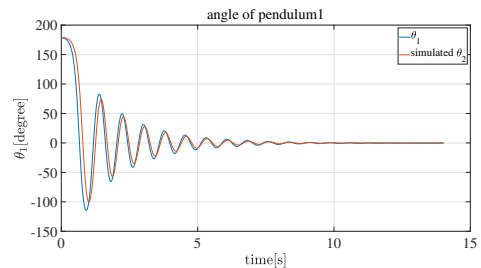


図4 振り子1でのシミュレーションとの比較

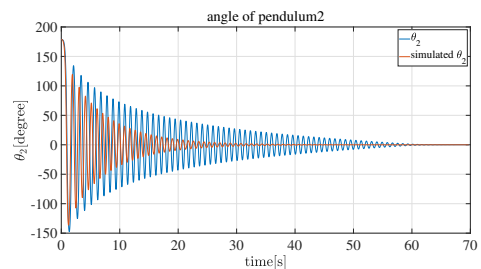


図5 振り子2でのシミュレーションとの比較

## 5 回転型二重倒立振子の安定化制御

### 5.1 線形最適レギュレータの設計

ここでは、回転型二重倒立振子の安定化制御を線形最適制御問題と考え、線形最適状態フィードバックによって安定化の達成を図る。評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, Q \geq, R > 0 \quad (32)$$

に対する Riccati 方程式

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (33)$$

の解  $P$  を用いて構成される。式 (33) の解を求め、線形最適状態フィードバック則が

$$u = -Kx = -R^{-1}B^T Px \quad (34)$$

と得られる。

評価関数の重み行列  $Q, R$  は以下のように選ぶ。

$$Q = \text{diag}[20, 5, 5, 1, 1, 1], R = 20 \quad (35)$$

### 5.2 非線形モデルでのシミュレーション結果

図 6, 7 は、非線形モデルに対するシミュレーション結果である。振子 1 が 15cm, 振子 2 が 25cm の長さの組み合わせが最も評価関数の値が小さかったため、この組み合わせでシミュレーション、実験まで行う。初期状態  $x(0) = [0, \frac{3\pi}{180}, \frac{3\pi}{180}, 0, 0, 0]$  [rad] から安定化が達成されている。

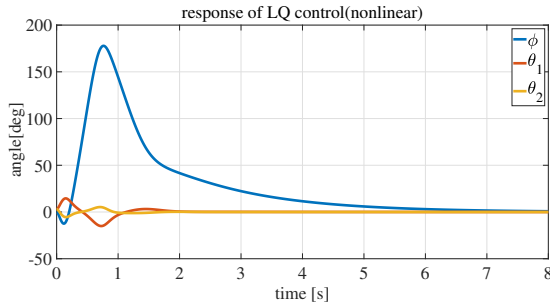


図 6  $\phi, \theta_1, \theta_2$  のシミュレーション結果

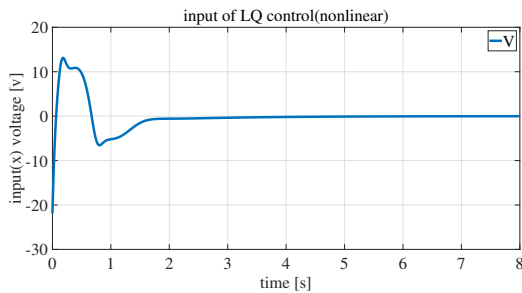


図 7 入力電圧のシミュレーション結果

### 5.3 線形最適レギュレータとオブザーバの併合系

実験を行う際、サンプリングタイムは 1.0[ms] とし、アームと振子の角度はロータリエンコーダで測定することを想定している。状態フィードバックを行うにあたり、 $\dot{\phi}, \theta_1, \dot{\theta}_2$  の値を観測する必要があるが、これらの値は直接観測することができないため、オブザーバを設計することで、 $\dot{\phi}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$  を得る。

#### 5.3.1 双対システムを用いたオブザーバの設計

システムに双対なシステムに対しての線形最適レギュレータは、実システム上でのオブザーバとして用いることができる。この性質を利用してオブザーバの設計を行う。

#### 5.3.2 双対システム

エンコーダから得られるのはアーム、振子の角度のみであるため行列  $C$  を次のように定義する。

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

式 (23) より線形システムの状態方程式は次のように表される。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (37)$$

この双対システムは

$$\begin{cases} \dot{z} = A^T z + C^T v \\ w = B^T z \end{cases} \quad (38)$$

と得られる。

#### 5.3.3 オブザーバの設計

オブザーバの変数を次のように表す。

$$\hat{x}(t) = [\phi_o \ \theta_{1o} \ \theta_{2o} \ \dot{\phi}_o \ \dot{\theta}_{1o} \ \dot{\theta}_{2o}]^T \quad (39)$$

双対システム上で線形最適レギュレータを設計する。実システムの状態空間表現は次に示す。ただし、 $L$  はオブザーバゲインである。

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (40)$$

前小節で求めた双対システムに対して線形最適制御を適用すると、評価関数は

$$J_o = \int_0^{\infty} (z^T Q_o z + v^T R_o v) dt, Q_o \geq 0, R_o > 0 \quad (41)$$

で表される。前節同様に Riccati 方程式を解くことで、状態フィードバックゲイン形式のコントローラ

$$v = K_o z \quad (42)$$

を設計して双対システムの状態フィードバックゲイン  $K_o$  を求める。オブザーバゲイン  $L$  は次式で与えられる。

$$L = -K_o^T \quad (43)$$

### 5.3.4 非線形モデルでのシミュレーション結果

図 8, 9 は線形最適レギュレータとオブザーバを併合した制御機による非線形モデルに対してのシミュレーション結果である。初期状態は前節と同じであり、オブザーバの初期値は  $\hat{x}(0) = [0, 0, 0, 0, 0, 0]$  [rad] としている。前節同様に安定化が達成されている。

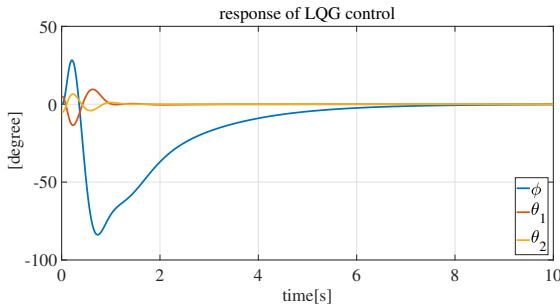


図 8  $\phi, \theta_1, \theta_2$  のシミュレーション結果

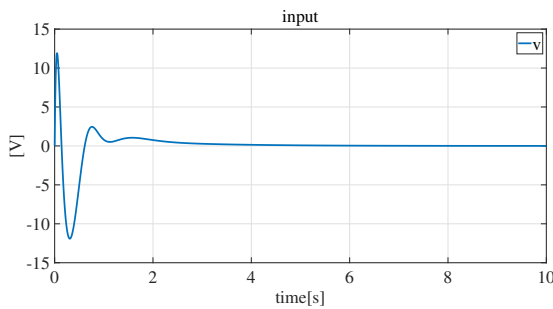


図 9 入力電圧のシミュレーション結果

### 5.4 回転型二重倒立振子の安定化実験結果

設計した線形最適レギュレータを用いて安定化実験を行った。最も倒立状態の良好な実験結果を次の図 10, 図 11 に示す。アームに細かい振動が見られるが、倒立状態を維持している。この振動はクーロン摩擦、あるいはアームが持つ不感帯の影響であると考えられる。実験結果より、設計した実験機は倒立振子を題材とした研究に十分有用であると考えられる。

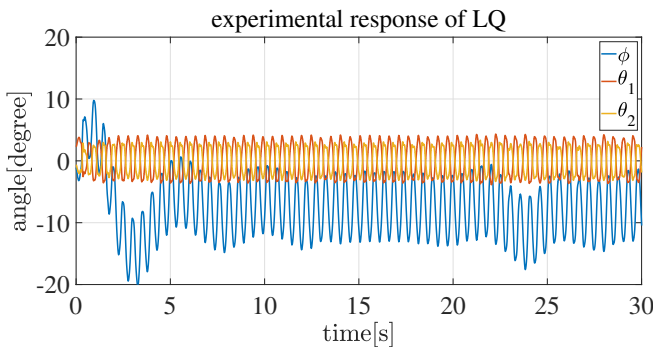


図 10 角度の実験結果

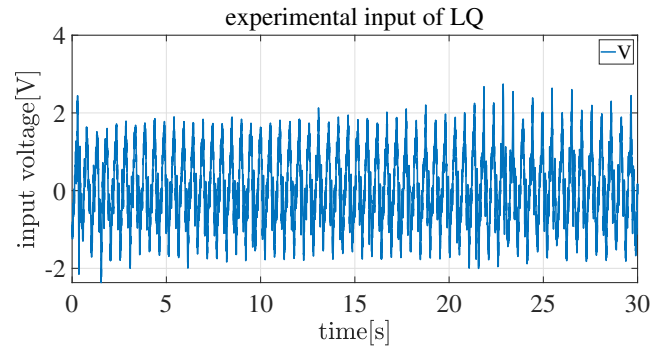


図 11 入力電圧の実験結果

## 6 おわりに

本稿では回転型二重倒立振子実験機の設計、製作、システムのモデリング、同定及び安定化シミュレーションと実験について説明した。今後の課題として、制御器のチューニングを行い、より安定化可能な極を見つけることである。また、振子の長さの組み合わせによって応答や評価関数の値に大きな差がみられた。今後は最適な振子の組み合わせを評価及び検証する必要がある。その後は、振り上げ安定化の制御器開発を行うことを考えている。

### 参考文献

- [1] 堀部貴雅：劣駆動不安定系に対する安定多様体法を用いた非線形最適制御および吸引領域に基づく構造最適化，名古屋大学，2017.
- [2] John J.Craig：『ロボティクス：機構・力学・制御』，共立出版株式会社，1991.
- [3] 川田昌克：『MATLAB/Simulink による現代制御入門』，森北出版株式会社，2011.
- [4] 松島 朱音，長崎 嘉論，仙田 岳大，竹田 賢矢，竹中 彩音：並列回転型倒立振子の製作と安定化制御，南山大学，2018.
- [5] 見浪護：ロボット工学の基礎：マニピュレータの運動学・動力学，岡山大学，2017.
- [6] 白石高章：『統計科学の基礎：データと確率の結びつきがよくわかる数理』，日本評論社，2012.
- [7] Sla'vka Jadlovska' and Ja'n Sarnovsky'：MODELLING OF CLASSICAL AND ROTARY INVERTED PENDULUM SYSTEMS - A GENERALIZED APPROACH，Technical University of Kosice，2013.
- [8] 山口恭輔：柔軟性を有する非線形メカニカルシステムの制御に関する研究，名古屋大学，2014.