空撮を目的としたドローンの制御系開発

2016SC052 水野貴介　2016SC053 水野旺芽

指導教員：中島明

1　はじめに

近年，ドローンの使用は災害支援や商業利用など多岐にわたっている．GPS を搭載し，農業での農薬の散布や，災害地での医薬品の配送など私達の生活を支える一部になりつつある．しかし，いくつかの問題点を抱えている．ドローンの機体に対する問題点として一度姿勢を崩すと立て直すことが難しいという点が挙げられる．そのため，安心してドローンを利用でき，発展させていくためには，ドローンの安定化をさらに確立させることが必要不可欠である．

2　ドローンのモデリング

2.1　ドローンの座標系とパラメータ

ドローンの空間表現を行うために，3 次元空間における姿勢角，座標を定義する．この際，基準となる座標系である基準座標系 (Σ_r)，ドローンの機体に固定された機体座標系 (Σ_b) の 2 つの直交座標系を用いる．これらの座標系はいずれも右手座標系である．また，以下の図 1 における添え字において，左側の添え字は基準となる座標系，右側は表現に使用される座標系を表している．使用している添え字として，w は基準座標系，b は機体座標系である．以下の図 1 でドローンにおける各座標系と，ドローンの機体における各種パラメータを図示したものを示し，表 1 においてこれ以降計算などで使用していく，ドローンにおける各種パラメータを示す．ここで，$\boldsymbol{U_f}$を以下のように定義する．

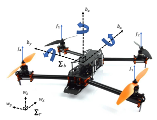

図 1　ドローンの座標系

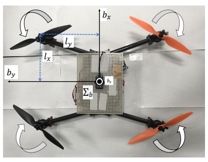

図 2　ドローンを上から見た座標系

$$\boldsymbol{U_f} = \sum_{i=1}^{4} f_i \tag{1}$$

2.2　ドローンモデルの導出

ドローンの一般化座標は，基準座標系におけるドローンの位置と姿勢角である．ドローンの位置ベクトルを ${}^w\boldsymbol{P_b} = [x, y, z]^T$，ドローンの姿勢角を $\boldsymbol{\eta} = [\phi, \theta, \psi]^T$ とすると，一般化座標は以下のように書くことができる．

$$q = \begin{bmatrix} {}^w\boldsymbol{P_b}^T & \boldsymbol{\eta}^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^6$$

表 1　ドローンのモデリングにおける各種パラメータの定義

記号	名称及び単位
m_b	機体の質量 [kg]
x	機体の x 座標 [m]
y	機体の y 座標 [m]
z	機体の z 座標 [m]
ϕ	機体 roll 軸 (x 軸) 周りの姿勢角 [rad]
θ	機体 pitch 軸 (y 軸) 周りの姿勢角 [rad]
ψ	機体 yaw 軸 (z 軸) 周りの姿勢角 [rad]
J_{xx}	機体の x 軸慣性モーメント [kgm^2]
J_{yy}	機体の y 軸慣性モーメント [kgm^2]
J_{zz}	機体の z 軸慣性モーメント [kgm^2]
l_x	ローターと y 軸間の距離 [m]
l_y	ローターと x 軸間の距離 [m]
f_i	ローター i 番の推力 [N]

次に，回転速度ベクトルと姿勢角の時間微分 $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ の関係は以下のようになる．

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{T}\dot{\boldsymbol{\eta}}\ ,\ \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \tag{2}$$

また，ラグランジュ関数 $L_b(q, \dot{q})$ は，位置エネルギー $T_b(q, \dot{q})$ とポテンシャルエネルギー $U_b(q)$ を用いて以下のように表すことができる．

$$L_b(q, \dot{q}) = T_b(q, \dot{q}) - U_b(q) \tag{3}$$

$$T_b(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}(m_b {}^w\dot{P_b}^T {}^w\dot{P_b} + \omega^{Tb}J_b\omega) \tag{4}$$

$$U_b(q) = m_b g {}^w e_z{}^T {}^w P_b \tag{5}$$

ただし，$e_z = [0, 0, 1]^T$ であり，各座標系における z 軸方向の単位ベクトルである．また，${}^bJ_b = diag(J_{xx}, J_{yy}, J_{zz})$ である．

次に, 機体の各軸周りのモーメントに関して式の関係は以下のようになる．

$$\begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \boldsymbol{B_b u}, \boldsymbol{B_b} = \begin{bmatrix} l_y & -l_y & -l_y & l_y \\ -l_x & -l_x & l_x & l_x \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \tag{6}$$

さらに一般化力 $\boldsymbol{F}$ に関して，一般化力は並進運動では力，回転運動ではモーメントのことである．ZYX オイラー角を用いた機体座標系から基準座標系への回転行列である，${}^{\boldsymbol{w}}\boldsymbol{R_b}$ を用いて，式の関係は以下のようになる．

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{B_f u}\ ,\ \boldsymbol{B_f} = \begin{bmatrix} {}^{\boldsymbol{w}}\boldsymbol{R_b e_z c^T} \\ \boldsymbol{T^T B_b} \end{bmatrix}\ ,\ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2.3 ラグランジュの運動方程式による状態方程式の導出

(3) 式は以下のように変形できる．

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L(q,\dot{q})}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L(q,\dot{q})}{\partial q} = \boldsymbol{B_f u} \qquad (7)$$

ここで慣性行列を $\boldsymbol{M(q)}$ とし，さらに $\boldsymbol{N(q,\dot{q})}$ を $\boldsymbol{N(q,\dot{q})} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{M(q)})\boldsymbol{\dot{q}} - \frac{\partial T_b(q,\dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial U_b(q)}{\partial q}$ と定義することにより，(7) 式は以下のように表せる．

$$\boldsymbol{M(q)}\ddot{q} + \boldsymbol{N(q,\dot{q})} = \boldsymbol{F} \qquad (8)$$

さらに，状態変数 x を $x = [q^T, \dot{q}^T]^T$ とし，状態方程式を表すと以下のようになる．

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{\dot{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\dot{q}} \\ \boldsymbol{M^{-1}(q)(B_f u - N(q,\dot{q}))} \end{bmatrix} \qquad (9)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{\dot{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\dot{q}} \\ \boldsymbol{-M^{-1}(q)(N(q,\dot{q}))} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O_{7\times 4} \\ \boldsymbol{M^{-1}(q)B_f} \end{bmatrix}\boldsymbol{u} \qquad (10)$$

これより，以下の非線形状態方程式が得られる．

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\boldsymbol{u} \qquad (11)$$

ただし，

$$f(x) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\dot{q}} \\ \boldsymbol{-M^{-1}(q)(N(q,\dot{q}))} \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} O_{7\times 4} \\ \boldsymbol{M^{-1}(q)B_f} \end{bmatrix}\boldsymbol{u} \qquad (12)$$

である．

3 システム同定

システム同定とは, 対称システムの入出力の測定値から制御モデルのパラメーターを決定することである. ドローンの制御を行う上で,x 軸,y 軸,z 軸周りの慣性モーメントのパラメータを得る必要がある.

3.1 線形システムによるパラメータ同定

IMU をドローンに搭載し,x 軸から平衡に離れたドローンの一端を回転軸にし, ドローンを微小な角度 ϕ で回転させその軸周りの慣性モーメントの同定を行った．モーターの搭載位置が同定実験に影響を及ぼす可能性があるため, ドローンからモーターを外し x 軸周りの慣性モーメントを導出した．以下の図 3 は機体座標系の x 軸に対して正面から見た図であり, 図 4 はドローンを横から見たものである．

ここでドローンの非線形モデルは

$$J_r\ddot{\phi(t)} + \mu\dot{\phi(t)}Z + (m_b - 4m_t)gd\sin\phi(t) = 0 \qquad (13)$$

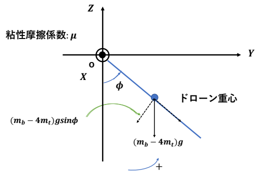

図 3 正面から見たドローン

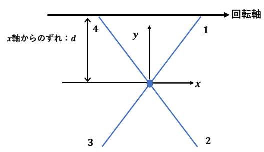

図 4 横から見たドローン

となる.J_r が回転軸周りの慣性モーメントであり,m_b がドローンの質量 (モーター含む),d が回転軸と x 軸間との距離,μ が粘性摩擦係数である.

この時,$\phi(t) = 0$ 近傍で線形化しドローンに初期角度 $\phi(0)$ を与えると

$$\phi(t) = \frac{\phi(0)}{\sqrt{1-\zeta^2}}exp(-\zeta\omega_n t)\sin(\omega_n t + \alpha) \qquad (14)$$

と表すことが出来る．自由運動の振動の周期 T, 振動のピーク値 A_i の減衰率 λ は以下のように表される.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d}, \lambda = \frac{A_{i+1}}{A_i} = exp(-\zeta\omega_n T) \qquad (15)$$

以上から,J_r, μ は

$$J_r = \frac{(m_b - 4m_t)gdT^2}{4\pi^2 + In^2\lambda}, \mu = -2\frac{J_r}{T}In\lambda \qquad (16)$$

となる.

回転軸周りの慣性モーメントが得られた後, モーターによる慣性モーメントの合成と平行軸の定理を用いて x 軸周りの慣性モーメント J_{xx} の導出を行い,y 軸周りの慣性モーメント J_{yy} の同定も同様の方法を用いて行った.

3.2 同定結果

x 軸,y 軸 10 回同定実験を行った平均の結果を以下に示す.

$$J_{xx} = 5.824 \times 10^{-2}[kgm^2]$$

$$J_{yy} = 5.194 \times 10^{-2}[kgm^2]$$

4 PWM 値から推力への変換係数

実機実験を行った際，ドローンの各ロータの出す推力を計測できない．そのためドローンの各 ESC に送る PWM 信号の値から各ロータの推力を算出することを考える．ここで PWM 値から推力の変換係数を k と置き，推力を行った．なお ESC と各ロータの関係式は以下の式であると仮定する．

$$f_i = kf_{PWM_i}^2 (i = 1,2,3,4) \qquad (17)$$

なお，roll 軸周りの回転のみを考慮した状態方程式は

$$\dot{x} = f(x) + g(x)ku \qquad (18)$$

上記の (18) 式に対して未知パラメータ，観測値ベクトル，入力値ベクトルに分離を行うことによって

$$V_p X_p = Zp \tag{19}$$

が得られる.．ここで求める変数 X は

$$X_p = ({V_p}^T V_p)^{-1} {V_p}^T Z \tag{20}$$

となる．

5　カメラ

5.1　カメラのモデリング

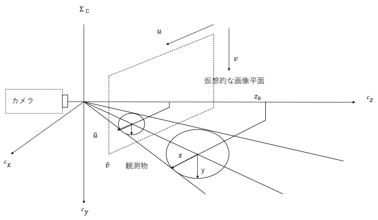

図 5　カメラモデル

図にカメラ, 観測物, 仮想的な画像平面の関係を示す．Σ_c は, カメラ座標を示し, 焦点距離 $f[m]$ である.$\tilde{u}, \tilde{v}[m]$ は仮想的な画像平面上での半径であり, また $x, y[m]$ はカメラ座標系の観測物体の半径, z_b は物体までの距離である. 図より, これらの関係式は,

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = \frac{f}{z_b} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

となる. 仮想的な画面上の半径 $u, v[pixel]$ は, 定数 $\alpha[m/pixel]$ を用いて,

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \frac{f/\alpha}{z_b} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

と表すことができる．

6　機器の接続

各種機器の接続を以下の図に示す．

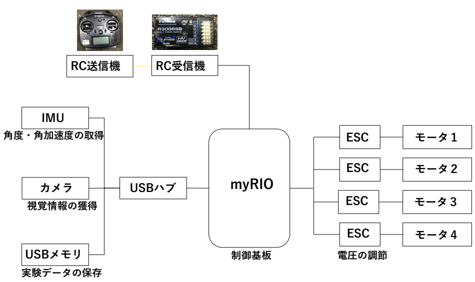

図 6　機器の接続図

7　実機実験

7.1　1 軸実験

ドローンを安定化させる上で姿勢角である roll 角，pitch 角の安定化が必要である．そのため，本研究ではまず初めに roll 角の安定化を目的とした 1 軸実験を行った．

7.2　モデリング

粘性摩擦を考慮した回転運動方程式は

$$J_{xx}\ddot{\phi} = \tau_x - \mu\dot{\phi} \tag{21}$$

と表される．ここで μ は粘性摩擦係数であり，τ_x は roll 角回転軸周りに生じるモーメントである．また，本研究で用いる機体は回転軸と重心がずれているため回転軸の鉛直方向真下に重心がある状態を平衡点とした復元力 f_r が働く．この復元力は，回転軸と重心の距離を l_z，重力加速度を g とすると，

$$f_r = m_b g l_z sin(\phi) \tag{22}$$

となる．(21) 式の右辺に復元力 f_r を加えると，

$$J_{xx}\ddot{\phi} = \tau_x - \mu\dot{\phi} + f_r = \tau_x - \mu\dot{\ } + m_b g l_z sin(\phi) \tag{23}$$

となる．さらに，roll 角回転軸周りに生じるモーメント τ_x は次のようになる．

$$\tau_x = l_y(-f_1 + f_2 + f_3 - f_4) \tag{24}$$

l_y は回転軸とロータまでの距離であり，f_1 f_4 は各ロータが出す推力である．(23) 式に (24) 式を代入すると，

$$J_{xx}\ddot{\phi} = l_y(-f_1 + f_2 + f_3 - f_4) - \mu\dot{\phi} + m_b g l_z sin(\phi)$$

となる．

7.3　PD 制御実験結果

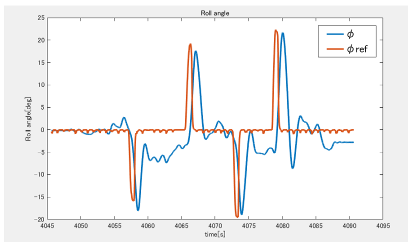

図 7　roll 角度

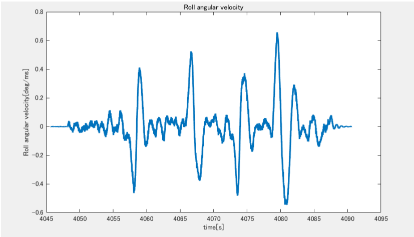

図 8　roll 角速度

7.4　飛行実験

1 軸実験での安定化を経て飛行実験を行った．飛行実験では P-PD 制御での安定化飛行を目標として実験を行った．本研究ではドローンにカメラを搭載することを目標としたため，カメラを搭載せず飛行実験を行った後，カメラを搭載し飛行実験を行うという二度の飛行実験を行った．以下に実験に用いたゲインを示した後，カメラ搭載後の飛行実験結果を示す．

表 2　飛行実験に用いたゲイン

記号	ゲイン
P_{roll}	0.09
P_{pitch}	0.1
P_{yaw}	0.05
D_{roll}	0.75
D_{pitch}	0.75
D_{yaw}	0.75

7.5　飛行実験結果

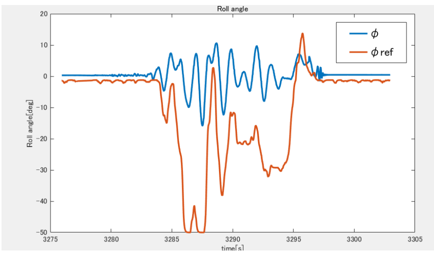

図 9　roll 角度

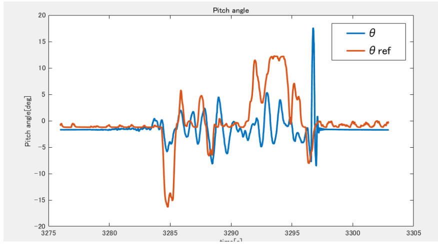

図 10　pitch 角度

8　参考文献

[1] 林美咲・宮野峻・西田裕貴・米川翔太：『クアッドコプターの飛行安定化制御システムの開発』．2018 年卒業学士論文，南山大学理工学部機械電子制御工学科坂本・中島研究室，2018．

[2] 小寺平治：『テキスト微分積分』．共立出版株式会社，東京，2003．

[3] 川田昌克:『MATLAB/Simulink による現代制御入門』．森北出版株式会社，東京，2011．

[4] 佐藤和也・平元和彦・平田研二：『はじめての制御工学』．講談社，東京，2010．