

塾講師の負担を考慮した塾のスケジューリング問題

2016SS086 田中優祐

指導教員：福嶋雅夫

1 はじめに

近年、個人のペースで進められる、あるいは質問がしやすいなどの良いイメージがある個別指導塾が増えてきている。個別指導塾では主に講師 1 人につき 1~3 人の生徒が指導を受ける。授業料は集団指導塾に比べれば高いが、模擬試験などもあり、生徒は緊張感をもって勉強ができる。しかし、講師側の負担も小さくない。時間外労働やシフトの問題で、中には辞める塾講師もいる [2]。生徒の学力向上は塾講師にとってはもちろん重要であるが、その塾講師自体が少なくなってしまうかもしれない。そこで、本研究では塾講師の負担 [3] を重視したスケジューリング問題を考える。関連研究として、個別指導塾におけるスケジューリング問題を扱った田邊 [1] による研究がある。

2 状況設定

生徒は平日は学校が終わってからしか塾に来ることができないものとし、土日の授業のコマ数は平日より多いものとする。1 つのコマで各生徒が講師に教えてもらう科目は 1 つのみとするが、同じ講師のもとで受講している複数の生徒の科目は異なっても構わないものとする。ただし、各講師には教えることができない生徒もいる。次に、各生徒が受講する一週間のコマ数については、個人差があっても極端に少なかったり多かったりしなければいいものとする。一方で、講師側は一週間あたりの担当コマ数の個人差をできるだけ少なくしたい。講師には、一日に担当できるコマ数に制限があるが、一週間あたりの出勤日数にも上限があり、これも講師のあいだで、できるだけ差が出ないことが望ましい。さらに各講師が一度の授業で担当できる生徒数の上限もある。また、1 つのコマで同時に授業を行うことができる講師数にも制限がある。以上の条件のもとで、講師の負担が公平となるようなスケジューリング問題を考える。

3 記号の定義

問題の定式化で用いる記号を定義する。わかりやすくするため、変数は小文字、定数や集合は大文字で表す。

3.1 変数

講師、生徒、一週間の日、コマの集合をそれぞれ T, S, D, P とする。講師 $t \in T$ が生徒 $s \in S$ の授業を $d \in D$ 日目の $p \in P$ コマに行くかどうかを表す変数を $y_{(t,s,d,p)} \in \{0, 1\}$ 、講師 $t \in T$ が $d \in D$ 日目の $p \in P$ コマに授業を行うかどうかを表す変数を $z_{(t,d,p)} \in \{0, 1\}$ 、講師 $t \in T$ が $d \in D$ 日目に授業を行うかどうかを表す変数を $w_{(t,d)} \in \{0, 1\}$ とする。講師 $t \in T$ が一週間の担当コマ数が最も少ない講師 $t \in T$ かどうかを表す変数を $x_{(t)} \in \{0, 1\}$ とする。

3.2 定数

講師 $t \in T$ が出勤可能な (日, コマ) の集合を $F_{(t)}$ 、生徒 $s \in S$ が受講可能な (日, コマ) の集合を $G_{(s)}$ とする。授業が行われない (日, コマ) の集合を Q とする。講師 $t \in T$ が生徒 $s \in S$ を担当可能かどうかを $B_{(t,s)} \in \{0, 1\}$ で表す。講師が $d \in D$ 日目に担当できるコマ数を $W_{(d)}$ 、講師の一週間の出勤日数の上限を A 、1 つのコマで同時に授業を行うことができる講師数の上限を C 、講師が一度の授業で担当できる生徒数の上限を E 、生徒 $s \in S$ が一週間で受けなければならないコマ数の下限を $L_{(s)}$ とする。十分に大きい正の定数を M とする。

そのとき変数 $y_{(t,s,d,p)}, z_{(t,d,p)}, w_{(t,d)}$ のあいだには、次の不等式が成り立つ。

$$\begin{aligned} y_{(t,s,d,p)} &\leq B_{(t,s)} z_{(t,d,p)} & (t \in T, s \in S, d \in D, p \in P) \\ z_{(t,d,p)} &\leq w_{(t,d)} & (t \in T, d \in D, p \in P) \end{aligned}$$

4 定式化

目的関数と制約条件は以下のようにまとめられる。

まず、満たすべき条件として、「各コマで授業を行う講師」、「1 回の授業で担当できる生徒数」、「1 週間の講師の出勤日数」、「1 日の担当コマ数」の 4 つの上限がある。また「1 週間で各生徒が受けるコマ数」の下限もある。

一方、目的関数は、「一週間の担当コマ数の合計が最大の講師と最小の講師の差」であり、

$$\begin{aligned} &\max_{t \in T} \left\{ \sum_{d \in D} \sum_{p \in P} z_{(t,d,p)} \right\} \\ &- \min_{t \in T} \left\{ \sum_{d \in D} \sum_{p \in P} z_{(t,d,p)} \right\} \end{aligned}$$

と表すことができる。ここで第 1 項は担当できるコマ数が最も多い講師の担当コマ数を表し、第 2 項は担当できるコマ数が最も少ない講師の担当コマ数を表す。前者を u 、後者を v とおくと目的関数は

$$u - v$$

と表される。さらに、それぞれに置き換えた部分を max, min を使わずに変数 u と v を含む 4 組の制約条件に変え、追加する。

これらの、制約条件と目的関数をまとめると、問題は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} \min & u - v \\ \text{s.t.} & \sum_{t \in T} z_{(t,d,p)} \leq C \quad (d \in D, p \in P) \end{aligned}$$

$$\sum_{s \in S} y_{(t,s,d,p)} \leq E \quad (t \in T, d \in D, p \in P)$$

$$\sum_{d \in D} w_{(t,d)} \leq A \quad (t \in T)$$

$$\sum_{p \in P} z_{(t,d,p)} \leq W(d) \quad (t \in T, d \in D)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{d \in D} \sum_{p \in P} y_{(t,s,d,p)} \geq L(s) \quad (s \in S)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{p \in P} z_{(t,d,p)} \leq u \quad (t \in T)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{p \in P} z_{(t,d,p)} \geq v \quad (t \in T)$$

$$M(1 - x_{(t)}) \geq \sum_{d \in D} \sum_{p \in P} z_{(t,d,p)} - v \quad (t \in T)$$

$$\sum_{t \in T} x_{(t)} = 1$$

$$z_{(t,d,p)} = 0 \quad (t \in T, (d,p) \in Q)$$

$$y_{(t,s,d,p)} \leq B(t,s)z_{(t,d,p)} \quad (t \in T, s \in S, d \in D, p \in P)$$

$$z_{(t,d,p)} \leq w_{(t,d)} \quad (t \in T, d \in D, p \in P)$$

$$y_{(t,s,d,p)} \in \{0,1\} \quad (t \in T, s \in S, d \in D, p \in P)$$

$$y_{(t,s,d,p)} = 0 \quad (t \in T, (d,p) \notin G_{(s)}, s \in S)$$

$$z_{(t,d,p)} \in \{0,1\} \quad (t \in T, d \in D, p \in P)$$

$$z_{(t,d,p)} = 0 \quad (t \in T, (d,p) \notin F_{(t)})$$

$$w_{(t,d)} \in \{0,1\} \quad (t \in T, d \in D)$$

$$x_{(t)} \in \{0,1\} \quad (t \in T)$$

$$B(t,s) \in \{0,1\} \quad (t \in T, s \in S)$$

5 数値実験

この節では前節で定式化した問題の具体例に対して数値実験を行う。計算には最適化ソルバ Gurobi を用いる。

5.1 例題

ある個別指導塾には、6人の塾講師、12人の生徒が所属している。平日は4コマ、休日は5コマ開講している。各コマでは4人までの講師が授業を行うことができ、各講師は各コマで生徒を2人まで担当できる。各講師の出勤日数の上限は5日であり、平日は3コマ、休日は4コマまで担当できる。また、各生徒が一週間に受けなければならない授業数は異なり、生徒1から生徒12までそれぞれ{5,6,6,6,7,7,8,8,8,9,9,10}である。各講師、各生徒とも授業が行われるすべての(日,コマ)に出勤可能、受講可能とする。また、講師が教えられる科目などにより、各講師が担当できる生徒は異なる。その対応関係を表1に示す。この設定のもとで各講師の1週間の担当コマ数の差をできるだけ少なくしたい。

5.2 計算結果

例題を解いた結果を表2に示す。表の中の数字は、各講師がその日のどのコマで授業を行うかを表す。

表1 講師が担当可能な生徒

塾	生徒1	生徒2	生徒3	生徒4	生徒5	生徒6	生徒7	生徒8	生徒9	生徒10	生徒11	生徒12
講師1												
講師2												
講師3												
講師4												
講師5												
講師6												

表2 講師の担当スケジュール

	1日目	2日目	3日目	4日目	5日目	6日目	7日目	合計
講師1	1,2		1,3,4	3,4		1,5		9
講師2	1,2,3				1,2,3		1,3,4	9
講師3			1,2	1,2,4		1,3,4	1	9
講師4	1,3,4		1,2		2		3,4,5	9
講師5	1,2					1,3,5	1,3,4,5	9
講師6		1,2,4			3,4		2,3,4,5	9

5.3 考察

表の結果から、各講師の担当コマ数は9であり、すべて等しいことがわかる。しかし、それだけでは「生徒の授業数を増やして調整」することができてしまう。そこで変数 $y_{(t,s,d,p)}$ の値から各生徒の1週間の受講しているコマ数をしらべたところ、それぞれ{6*,6,6,6,7,7,9*,9*,8,9,9,10}であり、右に*が付いている生徒1,7,8が必要最低授業数より1コマ増えていた。つまり全体として授業数は3しか増えていなかった。また、各講師は全員9コマ担当しているので54コマの授業が行われたことになる。一方、各生徒の必要最低限の授業数の合計は89コマであり、毎回2人が同時に受講したとしても1週間で最低でも合計45回の授業が行われる。このことから、講師全員の授業数の合計も比較的少なくなったといえる。また、講師の出勤日数も3日もしくは4日なのでこちらも大きく差が出なかった。休日の6,7,日目は3人以上出勤しており、どの講師も土日のどちらかで出勤していることがわかる。

6 おわりに

本研究で考察した問題の定式化によって、生徒と講師の都合、教室の規模、担当コマ数の制限があっても講師の担当コマ数をできるだけ少なくした上で、講師の担当コマ数の差を最小に抑えるスケジュールが得られた。

参考文献

- [1] 田邊啓佑, 個別指導塾における授業スケジュールの作成, 南山大学理工学部卒業論文, 2019年1月
- [2] 塾講師バイトは本当にブラックなのか?
<https://www.juku.st/info/entry/1670>
- [3] 正社員塾講師の一日の流れ, 年間休日, 働き方など,
<http://www.rsch.tuis.ac.jp/mizutani/online/latex/biblio.html>