

リーグ戦における試合の日程計画と会場割り当て

2016SS081 竹川諒

指導教員：福嶋雅夫

1 はじめに

2020年の東京オリンピック・パラリンピックに向けて、スポーツ大会や競技会に対して注目が集まり、大きな盛り上がりを見せている。しかし、これらの開催には公平性や選手・参加者の負担軽減などの問題がある。これを解消するには、開催期間の短縮や各チームの総移動距離の適正化を考慮した会場割り当てが必要である。本研究では、試合数が多く公正性の高いリーグ戦方式を用いる。そのうえで、各チームの本拠地と会場間の移動距離を考慮し、各試合の会場をどのように割り当てるのが各チームの総移動距離の適正化につながるのかを、混合整数計画問題として定式化し、3種類の目的関数を比較することで考察する。また、開催期間の短縮と試合会場割り当ての優先度を定める重みパラメータを変化させたときに得られる日程計画と会場割り当てを比較し考察する。関連する研究としては、松井 [2] による「スポーツのスケジューリング」が挙げられる。

2 変数定義

チーム数を n 、チーム番号を $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ 、会場数を S 、会場番号を $s \in \{1, 2, \dots, S\}$ 、開催日数の上限を D 、大会初日からの日数を $d \in \{1, 2, \dots, D\}$ とする。これらを用いて、 d 日に s 会場でチーム i と j の試合が行われるかどうかを 0-1 変数を x_{ijsd} で表す。

3 制約条件

チーム i と j が試合をする回数は $\sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D x_{ijsd}$ であるから、次の制約式を得る。

$$x_{iisd} = 0 \quad \forall i \forall s \forall d \quad (1)$$

$$x_{ijsd} = x_{jisd} \quad \forall i \forall j \forall s \forall d \quad (2)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D x_{ijsd} = 1 \quad \forall i \neq j \quad (3)$$

$$x_{ijsd} \in \{0, 1\} \quad \forall i \forall j \forall s \forall d \quad (4)$$

d 日にチーム i が試合を行う回数は $\sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^S x_{ijsd}$ であるから、以下の制約式を得る。

$$\sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^S x_{ijsd} \leq 1 \quad \forall i \forall d \quad (5)$$

d 日に会場 s で行われる試合数は $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ijsd}$ であり、 $x_{ijsd} = x_{jisd}$ であるから、以下の制約式を得る。

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ijsd} \leq 2 \quad \forall s \forall d \quad (6)$$

各会場の利用回数の下限を c とする。会場 s で行われる試合数は $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D x_{ijsd}$ であり、 $x_{ijsd} = x_{jisd}$ であるから、以下の制約式を得る。

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D x_{ijsd} \geq 2c \quad \forall s \quad (7)$$

4 定式化

大会開催期間の短縮化(以下、開催期間)に関する目的関数と移動距離に関する目的関数の加重和を3種類考える。

4.1 開催期間と総移動距離を考慮した定式化

チーム i の本拠地と会場 s の移動距離を h_{is} とする。開催期間の目的関数と各チームの総移動距離に関する目的関数(以下、総移動距離)の加重和を最小化する問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D dx_{ijsd} \\ & + \alpha \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^S h_{is} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D x_{ijsd} \right) \\ \text{s.t.} & (1) - (7) \end{aligned}$$

4.2 開催期間と最大移動距離を考慮した定式化

開催期間の目的関数と総移動距離が最大となるチームの総移動距離に関する目的関数(以下、最大移動距離)の加重和を最小化する問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D dx_{ijsd} \\ & + \alpha \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{s=1}^S h_{is} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D x_{ijsd} \right) \\ \text{s.t.} & (1) - (7) \end{aligned}$$

この問題は補助変数 z を用いて次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D dx_{ijsd} + \alpha z \\ \text{s.t.} & (1) - (7) \\ & \sum_{s=1}^S h_{is} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D x_{ijsd} \right) \leq z \quad \forall i \end{aligned}$$

4.3 開催期間と公平度を考慮した定式化

開催期間の目的関数と総移動距離が最大および最小となるチームの総移動距離の差に関する目的関数（以下、公平度）加重和を最小化する問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D dx_{ijsd} \\ & + \alpha \left(\max_{1 \leq i \leq n} \sum_{s=1}^S h_{is} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D x_{ijsd} \right) \right. \\ & \left. - \min_{1 \leq i \leq n} \sum_{s=1}^S h_{is} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D x_{ijsd} \right) \right) \\ \text{s.t.} & (1) - (7) \end{aligned}$$

この問題は補助変数 $z, z_i (i \in \{1, 2, \dots, n\}), y$, および $w_i (i \in \{1, 2, \dots, n\})$ と、十分大きい定数 $M > 0$ を用いて次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D dx_{ijsd} + \alpha(z - y) \\ \text{s.t.} & (1) - (7) \\ & z_i = \sum_{s=1}^S h_{is} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D x_{ijsd} \right) \quad \forall i \\ & z_i \leq z, 0 \leq z_i - y \quad \forall i \\ & z_i - y \leq M(1 - w_i) \quad \forall i \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \end{aligned}$$

5 数値実験

Gurobi を用いてプログラムの作成を行った [3]。

5.1 日本国内でのラグビーリーグをモデルとした実験

ジャパンラグビートップリーグ 16 チームを 4 分割したリーグ ABCD を用いて行う。また、国内 5 大都市、北海道、東京、愛知、大阪、福岡にあるスタジアムを会場として用いる。各チームの本拠地と会場間の距離は都道府県単位とし、国土地理院が最短距離を計算した都道府県庁間の距離 [4] を用いる (表 1)。3 種類の目的関数、各会場の使用回数の下限を表す定数 c 、目的関数の重みパラメータ α に変化を加え、8 個の問題例を作成した。

表 1 リーグ A チームの本拠地と会場間の距離 (km)

	会場					
	北海道	東京	愛知	大阪	福岡	
本拠地	群馬	766.3	96.4	236.6	372.6	846.9
	千葉	834.8	40.2	296.0	431.6	917.0
	東京	831.0	0	259.1	395.9	880.6
	愛知	955.4	259.1	0	138.0	621.5

5.2 実験結果と考察

数値実験の結果を表 2 に示す。開催期間と最大移動距離の目的関数を用いた場合は、開催期間が延びていることがわかる。これは各チームが移動距離の短い会場を複数回利用することから日数が延びるためと考えられる。また、会場の最低利用回数を設定すると移動距離が伸びる傾向があるが、会場利用回数の偏りが減るため開催期間の短縮になる。開催期間と公平度の目的関数を用いた場合は、総移動距離と最大移動距離が長くなってしまふことがわかる。そのため、開催期間と公平度の目的関数を用いると公平性の向上にはなるが、全体的に距離が延びてしまうので選手の疲労軽減にはつながらない。

このことより、会場の最低利用回数を定めて開催期間と最大移動距離の目的関数を用いると、総移動距離と最大移動距離を抑えながら公平性をある程度保つことができることがわかった。

表 2 数値実験の結果

目的関数	α	c	開催期間	総移動距離	最長移動距離	公平度
開催期間	0	0	3	3790.9	1576.9	1317.8
	0	1	3	13221.4	2157.1	307.3
開催期間と総移動距離	1	0	3	1064.9	429.4	429.4
	1	1	3	4034.8	1709.6	1450.5
開催期間と最大移動距離	1	0	4	1183	376.4	87.2
	1	1	3	4083.1	1226.9	467.4
開催期間と公平度	1	0	3	10202.2	2586.6	54.3
	1	1	4	5060.1	1315.9	101.4

6 おわりに

本研究では、リーグ戦における試合の日程計画と会場割り当てを決定する問題を、大会開催期間と、各チームの本拠地と会場間の移動距離を考慮して定式化を行った。しかし、この定式化では、移動時間や移動方法による選手たちの疲労蓄積などを考慮していないため、公平性と選手たちの負担軽減の観点において十分に配慮しているとは言えない。そのため、より多面的な公平性の向上が今後の課題である。

参考文献

- [1] スポーツ庁 (平成 31 年 2 月 28 日), 平成 30 年度「スポーツの実施状況等に関する世論調査」について, http://www.mext.go.jp/sports/b_menu/toukei/chousa04/sports/_icsFiles/afiedfile/2019/05/07/1413747_001_1.pdf
- [2] 松井知己, スポーツのスケジューリング, オペレーションズ・リサーチ, Vol.44, No.3, pp.141-146, 1999.
- [3] 久保幹雄・J.P. ペドロソ・松村正和・A. レイス, 『新しい数理最適化-Python 言語と Gurobi で解く-』, 近代科学社, 2016
- [4] 都道府県庁間の距離 | 国土地理院, <https://www.gsi.go.jp/KOKUJYOHO/kenchokan.html>